الجذر النوني

فيما سبق

درست دوال الجذر التربيعي.

والآن

- أبسّط عبارات جذرية.
- أستعمل الحاسبة لتقريب قيم الجذور.

المفردات

الجذر النوني

*n*th root

رمز الجذر

radical sign

الدليل

index

ما تحت الجذر

radicand

الجذر الرئيس

principal root

لماذا

لوحظ تزايد عدد الحوادث بين الدراجات الهوائية والسيارات على الطريق كلما زاد عدد الدراجات. ويمكن تمثيل العلاقة بينهما بالدالة $c = \sqrt[5]{b^2}$، حيث b عدد الدراجات، c عدد الحوادث.

تبسيط الجذور: يعدُّ إيجاد الجذر التربيعي لعددٍ عمليةً عكسية لتربيعه.
فلإيجاد الجذر التربيعي للعدد a، يجب أن تجد العدد الذي مربعه يساوي a.
وبالمثل فإن العملية العكسية لرفع عدد لقوة (n) هي إيجاد **الجذر النوني** للعدد.

القوى	العوامل	التعبير اللفظي	الجذور
$x^3 = 64$	$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$	4 هو الجذر التكعيبي للعدد 64	$\sqrt[3]{64} = 4$
$x^4 = 625$	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$	5 هو الجذر الرابع للعدد 625	$\sqrt[4]{625} = 5$
$x^5 = 32$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$	2 هو الجذر الخامس للعدد 32	$\sqrt[5]{32} = 2$
$a^n = b$	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ مرة}} = b$	a هو الجذر النوني للعدد b	$\sqrt[n]{b} = a$

يقترح هذا النموذج التعريف الآتي للجذر النوني:

مفهوم أساسي

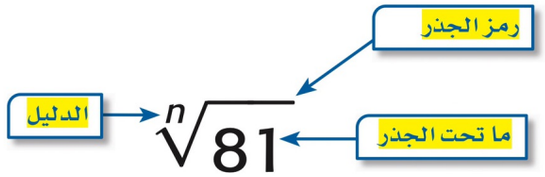
أضف إلى مطويتك

تعريف الجذر النوني

التعبير اللفظي: لأيِّ عددين حقيقيين a, b، ولأيِّ عدد صحيح n، $n > 1$ إذا كان $a^n = b$، فإن a هو جذر نوني للعدد b.

مثال: بما أن $(-3)^4 = 81$، فإن -3 هو جذر رابع للعدد 81 .

يشير الرمز $\sqrt[n]{\ }$ إلى الجذر النوني.



بعض الأعداد لها أكثر من جذر نوني حقيقي . فعلى سبيل المثال، العدد 64 له جذران تربيعيان هما: 8 و 8−؛ لأن 8^2 و $(-8)^2$ كليهما يساوي 64. فعندما يكون هناك أكثر من جذر حقيقي، ويكون n عددًا زوجيًّا، فإن الجذر غير السالب يسمى **الجذر الرئيس**.

مفهوم أساسي

الجذر النوني الحقيقي

أضف إلى مطويتك

ليكن n عددًا صحيحًا أكبر من 1، و a عددًا حقيقيًّا.

a	n عدد زوجي	n عدد فردي
$a > 0$	هناك جذر حقيقي موجب وحيد، وجذر حقيقي سالب وحيد: $\pm\sqrt[n]{a}$، الجذر الموجب هو الجذر الرئيس	هناك جذر حقيقي موجب وحيد، وليس هناك جذر حقيقي سالب: $\sqrt[n]{a}$.
$a < 0$	ليس هناك جذور حقيقية.	ليس هناك جذور حقيقية موجبة. وهناك فقط جذر حقيقي سالب وحيد: $\sqrt[n]{a}$
$a = 0$	هناك فقط جذر حقيقي: $\sqrt[n]{0} = 0$	

مثال

إيجاد الجذور

بسِّط كلًا ممّا يأتي:

(a $\pm\sqrt{16y^4}$

(b $-\sqrt{(x^2-6)^8}$

مثال

إيجاد الجذور

بسِّط كلّا ممّا يأتي:

c) $\sqrt[5]{243a^{20}b^{25}}$

d) $\sqrt[7]{128}$

تحقق من فهمك

(1A $\sqrt[3]{8\,x^6}$

(1B $-\sqrt{(y+7)^{16}}$

إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًّا وأسّ ما تحت الجذر عددًا زوجيًّا، وكان أسّ الناتج عددًا فرديًّا، يجب أن تجد القيمة المطلقة للناتج لتتأكد من أن الجواب ليس سالبًا.

إرشادات للدراسة

دليل الجذر

إذا كان n عددًا فرديًّا فهناك فقط جذر حقيقي واحد، وبناءً على ذلك، فلا يوجد هناك جذر رئيس، ولا يوجد حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة. أما إذا كان n عددًا زوجيًّا فإن $\sqrt[n]{x^n} = |x|$

مثال

التبسيط باستعمال القيمة المطلقة

بسِّط كلًّا ممّا يأتي:

(a $\sqrt[4]{y^4}$

(b $\sqrt[6]{64(x^2-3)^{18}}$

تحقق من فهمك

(2A $\sqrt{36y^6}$

(2B $\sqrt[4]{16(x-3)^{12}}$

تقريب الجذور باستعمال الحاسبة: تذكَّر أن الأعداد الحقيقية التي لا يمكن كتابتها في صورة كسور عشرية منتهية أو دورية، تُسمى أعدادًا غير نسبية. وغالبًا ما يستعمل تقريب الأعداد غير النسبية في مسائل من واقع الحياة.

مثال

تقريب الجذور

حوادث الدراجات: ارجع إلى الفقرة الواردة في بداية الدرس.

a) إذا كانت $c = \sqrt[5]{b^2}$ تمثل عدد الحوادث، و b تمثل عدد الدراجات الهوائية، فقدّر عدد الحوادث الشهرية على طريقٍ ما، إذا عُلم أن 1000 دراجة تمرُّ خلاله كل شهر.

b) إذا كان عدد الحوادث المسجلة على طريقٍ ما في أحد الأشهر يساوي 21 حادثًا، فقدر عدد الدراجات الهوائية التي مرَّت في الطريق خلال ذلك الشهر.

تحقق من فهمك

3A) **قياس:** يمكن إيجاد مساحة سطح كرة إذا علم حجمها، باستعمال الدالة $S = \sqrt[3]{36\pi V^2}$، حيث V تمثل حجم الكرة. أوجد مساحة سطح كرة حجمها $200\,\text{in}^3$.

3B) **قياس:** إذا كانت مساحة سطح كرة تساوي $214.5\,\text{in}^2$، فأوجد حجم الكرة.

تأكد

بسِّط كلًّا ممّا يأتي:

1) $\pm\sqrt{100y^8}$

2) $-\sqrt{49u^8v^{12}}$

3) $\sqrt{(y-6)^8}$

4) $\sqrt[4]{16g^{16}h^{24}}$

تأكد

استعمل الحاسبة لتقريب قيمة كلٍّ مما يأتي، إلى أقرب ثلاث منازل عشرية:

8) $\sqrt{58}$ **9)** $-\sqrt{76}$ **10)** $\sqrt[5]{-43}$

تدرب

41) أيُّ الآتية هو الأقرب إلى قيمة المقدار $\sqrt[3]{7.32}$؟

A 1.8

B 1.9

C 2

D 2.1

42) قيمة $\sqrt[4]{256\,x^8 y^{16}}$ هي:

A $16x^8\,y^{16}$

B $16x^2\,y^{16}$

C $4x^2\,y^4$

D $4x^4\,y^4$

تحصيلي

عنـــد إيجـــاد الجـــذور الرباعيـــة للعـــدد واحـــد فـــإن مقيـــاس الجـــذر لثالث يساوي ..

1 Ⓐ

2 Ⓑ

3 Ⓒ

4 Ⓓ