# العمليات على العبارات الجذرية

## فيما سبق

درستُ تبسيط عبارات تتضمن الجذر النوني.
(الدرس 4-4)

## والآن

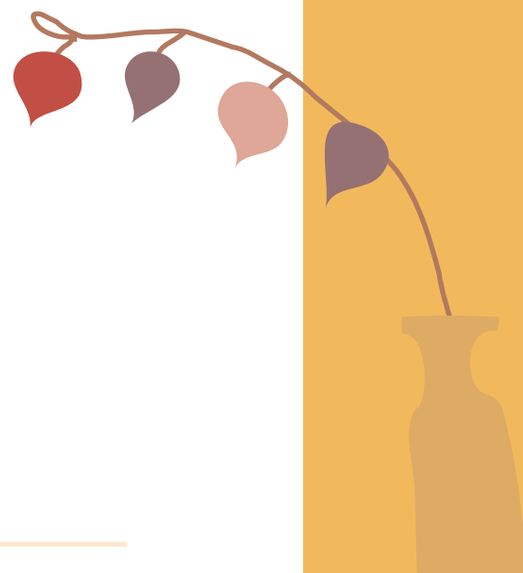
- أبسّط عبارات جذرية.
- أجمع عبارات جذرية وأطرحها وأضربها وأقسمها.

## المفردات

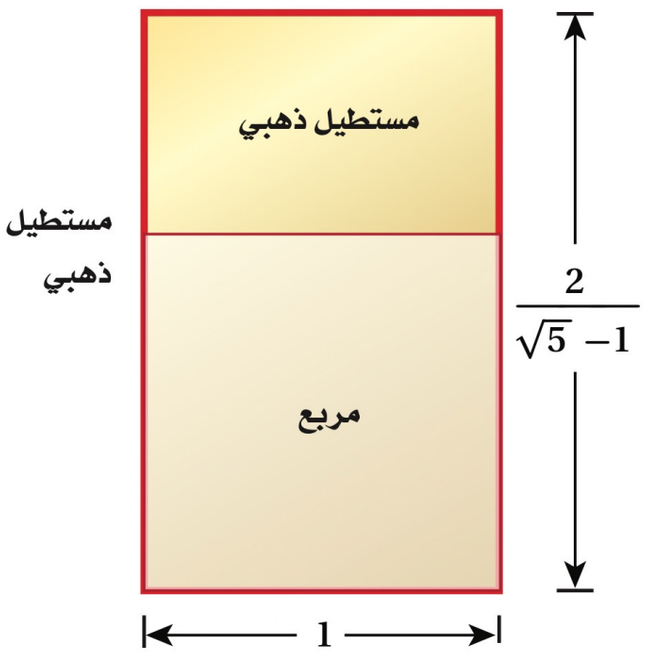
**إنطاق المقام**
rationalizing the denominator

**الجذور المتشابهة**
like radical expressions

**المرافق**
conjugate



# لماذا




عُرف المستطيل الذهبي قديمًا، حيث استعمله الفنانون والمهندسون في تصاميمهم، والنسبة بين طوله إلى عرضه هي $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$. ومن أهم خصائصه أنه إذا أزيل منه مربع طول ضلعه هو عرض المستطيل فالشكل الباقي مستطيل ذهبي أيضًا.

وسنتعلم في هذا الدرس تبسيط عبارات جذرية مثل $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$.

**تبسيط العبارات الجذرية:** يمكن تبسيط العبارات التي تحوي جذورًا نونية باستعمال خواص العمليات عليها.

**مفهوم أساسي**

أضف إلى مطويتك

**خاصية ضرب الجذور**

**التعبير اللفظي:** لأيِّ عددين حقيقيين $a, b$ ولأي عدد صحيح $n$ حيث $n > 1$، فإن $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$، إذا كانت $n$ عددًا زوجيًّا وكان $a, b$ عددين غير سالبين أو إذا كان $n$ عددًا فرديًّا.

**مثالان:** $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ $\quad$ $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = 3$

ولكي تكون العبارة الجذرية التي تتضمن جذورًا في أبسط صورة، يجب ألا يتضمن ما تحت الجذر عوامل (غير العدد 1) يمكن أن تكتب في صورة قوى نونية لعدد صحيح أو كثيرة حدود.

# مثال

## تبسيط عبارات جذرية باستعمال خاصية الضرب

بسّط كلًّا مما يأتي:

**a)** $\sqrt{32x^8}$

**b)** $\sqrt[4]{16a^{24}b^{13}}$

# تحقق من فهمك

**(1A** $\sqrt{12d^3c^{12}}$

**(1B** $\sqrt[3]{27y^{12}z^7}$

خاصية قسمة الجذور هي خاصية أخرى تستعمل في تبسيط العبارات الجذرية.

**مفهوم أساسي** — **خاصية قسمة الجذور**

أضف إلى مطويتك

**التعبير اللفظي:** لأيِّ عددين حقيقيين $a, b$، حيث $b \neq 0$ ولأي عدد صحيح $n$ حيث $n > 1$، فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$، إذا كانت جميع الجذور معرّفة.

**مثالان:**

$$\sqrt[3]{\frac{x^6}{8}} = \frac{\sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x^2$$

$$\sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

لإزالة الجذور من المقام أو الكسور تحت الجذر، استعمل عملية تُسمى **إنطاق المقام**. ولعمل ذلك، اضرب البسط والمقام في مقدار بحيث تكون جميع أسس الثوابت والمتغيرات الموجودة تحت الجذر من مضاعفات دليل الجذر مما يسهل إيجاد الجذر الدقيق.

| إذا كان المقام | فاضرب البسط والمقام في | مثال |
|---|---|---|
| $\sqrt{b}$ | $\sqrt{b}$ | $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ |
| $\sqrt[n]{b^x}$ | $\sqrt[n]{b^{n-x}}$ | $\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$ |

# مثال

## تبسيط عبارات جذرية باستعمال خاصية القسمة

بسّط كلًّا مما يأتي:

(a $\sqrt{\frac{x^6}{y^7}}$

(b $\sqrt[4]{\frac{6}{5x}}$

# تحقق من فهمك

**(2A** $\frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}}$

**(2B** $\sqrt[5]{\frac{3}{4y}}$

فيما يأتي ملخص للقواعد التي تستعمل في تبسيط العبارات الجذرية:

## ملخص المفاهيم

أضف إلى مطويتك

### تبسيط العبارات الجذرية

**تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت جميع الشروط الآتية:**

- **إذا كان دليل الجذر $n$ أصغر ما يمكن.**
- **إذا لم يتضمن ما تحت الجذر عوامل (غير العدد 1) يمكن أن تُكتب على صورة قوى نونية لعدد صحيح أو لكثيرة حدود.**
- **إذا لم يتضمن ما تحت الجذر كسورًا.**
- **إذا لم توجد جذور في المقام.**

**العمليات على العبارات الجذرية:** يمكنك استعمال خاصيتي الضرب والقسمة لضرب بعض العبارات الجذرية وقسمتها.

## مثال

## ضرب العبارات الجذرية

بسّط العبارة الجذرية: $3\sqrt[3]{18a^2b^2} \cdot 5\sqrt[3]{-12ab^4}$.

# تحقق من فهمك

**(3A** $6\sqrt{8c^3d^5} \cdot 4\sqrt{2cd^3}$

**(3B** $2\sqrt[4]{8x^3y^2} \cdot 3\sqrt[4]{2x^5y^2}$

يمكنك جمع العبارات الجذرية وطرحها بالأسلوب المستعمل عند جمع وحيدات الحد أو طرحها، ولكن بشرط أن تكون **الجذور متشابهة** ؛ أي أن يكون للجذور الدليل نفسه وما تحت الجذور المقادير نفسها.

متشابهان: $\sqrt{3b}$ و $4\sqrt{3b}$

غير متشابهين: $\sqrt{3b}$ و $\sqrt[3]{3b}$

غير متشابهين: $\sqrt{2b}$ و $\sqrt{3b}$

## مثال

### جمع العبارات الجذرية وطرحها

بسّط العبارة الجذرية: $2\sqrt{32} - \sqrt{98}$.

# تحقق من فهمك

**(4A** $4\sqrt{8} + 3\sqrt{50}$

**(4B** $5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{128}$

وبما أنه يمكنك جمع الجذور وطرحها بالطريقة نفسها المتبعة في جمع وحيدات الحد وطرحها، فإنه يمكنك أيضًا ضرب الجذور باستعمال التوزيع بالترتيب لضرب ثنائيتي حد.

## ضرب العبارات الجذرية

**مثال**

بسّط العبارة الجذرية $(3\sqrt{2} - 6)(4\sqrt{3} + 5\sqrt{2})$.

# تحقق من فهمك

**(5A** $(6\sqrt{3}-5)(2\sqrt{5}+4\sqrt{2})$

**(5B** $(7\sqrt{2}-3\sqrt{3})(7\sqrt{2}+3\sqrt{3})$

تعتبر كلٌّ من ثنائيتي الحد اللتين على الصورة $a\sqrt{b}-c\sqrt{d}\,,\,a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$ حيث $a\,,\,b\,,\,c\,,\,d$ أعداد نسبية مرافقة للأخرى. ويمكنك استعمال **المرافق** لإنطاق المقام.

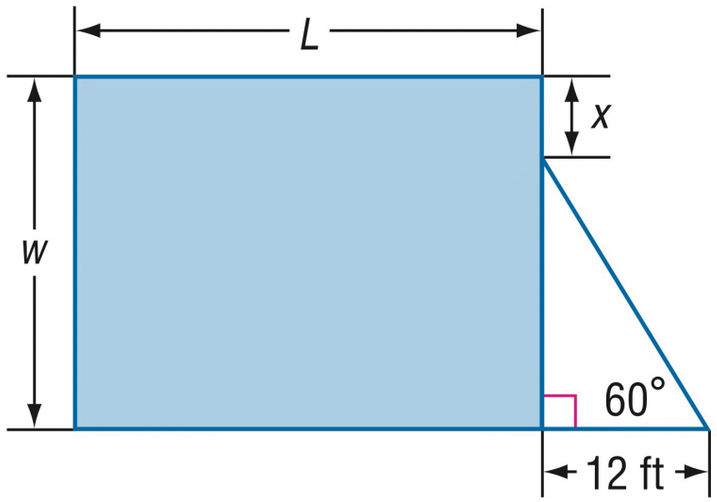
# استعمال المرافق لإنطاق المقام

## مثال

**هندسة:** ارجع إلى الفقرة الواردة في بداية الدرس، واستعمل المرافق لإنطاق المقام وتبسيط العبارة الجذرية: $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$.

# تحقق من فهمك

**6) هندسة :** إذا كانت مساحة المستطيل في الشكل المجاور تساوي $900\ \text{ft}^2$، فاكتب معادلة تمثل طول المستطيل $L$ بدلالة $x$، ثم بسطها.



# تأكد

بسّط كلّ عبارة جذرية فيما يأتي:

1) $\sqrt{36ab^4c^5}$

2) $\sqrt{144x^7y^5}$

3) $\frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt{d^9}}$

4) $\sqrt[4]{\frac{5x}{8y}}$

# تأكد

**(5** $5\sqrt{2x} \cdot 3\sqrt{8x}$

**(6** $3\sqrt[3]{36xy} \cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2}$

**(7** $\sqrt[4]{3x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{27xy^2}$

**(8** $5\sqrt{32} + \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$

# تأکد

**(9** $(4+2\sqrt{5})(3\sqrt{3}+4\sqrt{5})$

**(10** $(8\sqrt{3}-2\sqrt{2})(8\sqrt{3}+2\sqrt{2})$

**(11** $\dfrac{5}{\sqrt{2}+3}$

**(13** $\dfrac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-3}$

# تدرب

**45) اكتشف الخطأ:** بسّط كلّ من خالد وناصر العبارة الجذرية $4\sqrt{32} + 6\sqrt{18}$، فأيٌّ منهما إجابته صحيحة؟ وضِّح إجابتك.

**خالد**

$$4\sqrt{32} + 6\sqrt{18}$$
$$= 4\sqrt{4^2 \cdot 2} + 6\sqrt{3^2 \cdot 2}$$
$$= 16\sqrt{2} + 18\sqrt{2}$$
$$= 34\sqrt{2}$$

**ناصر**

$$4\sqrt{32} + 6\sqrt{18}$$
$$= 4\sqrt{16 \cdot 2} + 6\sqrt{9 \cdot 2}$$
$$= 64\sqrt{2} + 54\sqrt{2}$$
$$= 118\sqrt{2}$$

# تدرب

**50)** أيّ العبارات الجذرية الآتية تكافئ العبارة الجذرية $\sqrt{180a^2b^8}$؟

**A** $5\sqrt{6}|a|b^4$ **B** $6\sqrt{5}|a|b^4$ **C** $3\sqrt{10}|a|b^4$ **D** $36\sqrt{5}|a|b^4$