الأسس النسبية

فيما سبق

درست استعمال خصائص الأسس. (مهارة سابقة)

والآن

- أكتب عبارات ذات أسس نسبية بالصورة الجذرية وبالعكس.
- أُبسّط عبارات أسية أو جذرية.

لماذا

يمكن أن تستعمل الصيغة $P = c(1 + r)^n$ لتقدير الثمن المستقبلي لسلعة اعتمادًا على التضخم المالي، حيث P يمثل الثمن المستقبلي، c تمثل الثمن الحالي، r يمثل معدَّل التضخم السنوي، n تمثل عدد السنوات المستقبلية. فمثلًا يمكن أن تستعمل الصيغة:

$$P = c(1 + r)^{\frac{1}{2}}$$

لتقدير الثمن المستقبلي لجهاز تبريد ماء في ستة أشهر.

الأسس النسبية والعبارات الجذرية: تعلم أن تربيع عدد غير سالب وإيجاد جذره التربيعي هما عمليتان عكسيتان. ولكن كيف يمكنك إيجاد قيمة عبارة تتضمن أسًّا نسبيًّا كما في الصيغة أعلاه؟ يمكنك إيجاد قيم مثل هذه العبارات بافتراض أن عبارات الأسس النسبية يصح فيها ما يصح في عبارات الأسس الصحيحة.

$$\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2 = b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}$$ اكتبه على صورة حاصل ضرب

$$= b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$$ اجمع الأسس

$$= b^1 = b$$ بسّط

لذا فإن $b^{\frac{1}{2}}$ هو عدد مربعه يساوي b؛ إذن $b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}$.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الأسس النسبية ($b^{\frac{1}{n}}$)

التعبير اللفظي: لأيِّ عدد حقيقي b، وأيِّ عدد صحيح موجب n، $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$، إلا إذا كانت $b < 0$، و n عددًا زوجيًّا فإن الجذر النوني يكون عددًا مركبًا.

مثالان: $(-16)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-16} = 4i$ ، $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$

الصورتان الجذرية والأسية

مثال

a) اكتب $x^{\frac{1}{6}}$ على الصورة الجذرية.

b) اكتب $\sqrt[4]{z}$ على الصورة الأسّية.

تحقق من فهمك

1A) اكتب $a^{\frac{1}{5}}$ على الصورة الجذرية.

1B) اكتب $\sqrt[8]{c}$ على الصورة الأسّية

وبشكل عام يمكنك تقديم التعريف العام الآتي للأسس النسبية:

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الأسس النسبية ($b^{\frac{x}{y}}$)

التعبير اللفظي: يكون $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = \left(\sqrt[y]{b}\right)^x$ لأيِّ عدد حقيقي b لا يساوي صفرًا ، ولأي عددين صحيحين x , y بحيث $y > 1$، إلا إذا كانت $b < 0$ و y عددًا زوجيًّا، فإن الجذر قد يكون عددًا مركّبًا.

مثالان: $(-16)^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt{-16}\right)^3 = (4i)^3 = -64i$ $\quad 27^{\frac{2}{3}} = \left(\sqrt[3]{27}\right)^2 = 3^2 = 9$

كما أن القواعد التي تنطبق على الأسس الصحيحة السالبة تنطبق أيضًا على الأسس النسبية السالبة.

مثال

إيجاد قيم عبارات تتضمن أسسًا نسبية

أوجد قيمة كلِّ عبارة مما يأتي:

(a $81^{-\frac{1}{4}}$

(b $216^{\frac{2}{3}}$

تحقق من فهمك

(2A $-3125^{-\frac{1}{5}}$

(2B $256^{\frac{3}{8}}$

مثال

حل معادلات تتضمن أسسًا نسبية

ثقافة مالية : ارجع إلى الفقرة الواردة في بداية الدرس، وافترض أن الثمن الحالي لجهاز تبريد الماء هو 390 ريالًا. فكم سيزيد الثمن خلال ستة أشهر إذا كان معدَّل التضخم المالي السنوي 5.3% ؟

تحقق من فهمك

3) **ثقافة مالية :** افترض أن ثمن لتر الحليب الآن 4 ريالات. فكم سيزيد الثمن بعد تسعة أشهر، إذا كان معدَّل التضخم المالي السنوي 5.3%؟

تبسيط عبارات بأسس نسبية

مثال

بسّط كلّ عبارة مما يأتي:

(a $a^{\frac{2}{7}} \cdot a^{\frac{4}{7}}$

(b $b^{-\frac{5}{6}}$

(c $\dfrac{x^{\frac{1}{2}} - 2}{3x^{\frac{1}{2}} + 2}$

تحقق من فهمك

(4A $p^{\frac{1}{4}} \cdot p^{\frac{9}{4}}$

(4B $r^{-\frac{4}{5}}$

(4C $\dfrac{y^{\frac{1}{2}}+2}{y^{\frac{1}{2}}-2}$

عند تبسيط عبارة جذرية اجعل دليل الجذر أقل ما يمكن. وتذكّر أن استعمال الأسس النسبية يسهّل هذه العملية، وبعد الانتهاء من استعمال الأسس النسبية، أعد كتابة الناتج في الصورة الجذرية.

تبسيط العبارات الجذرية

مثال

بسّط كلَّ عبارة مما يأتي:

a) $\frac{\sqrt[4]{27}}{\sqrt{3}}$

b) $\sqrt[4]{9g^2}$

تحقق من فهمك

(5A $\dfrac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{2}}$

(5B $\sqrt[3]{16x^4}$

ملخص المفاهيم

أضف إلى مطويتك

عبارات تتضمن أسسًا نسبية

تكون العبارات التي تتضمن أسسًا نسبية في أبسط صورة إذا تحققت الشروط الآتية:

- جميع الأسس غير سالبة.
- جميع الأسس في المقام هي أعداد صحيحة موجبة.
- لا يتضمن أي من البسط أو المقام أو كليهما كسرًا.
- دليل الجذر أو الجذور المتبقية فيها أصغر ما يمكن.

تأكد

اكتب العبارة الأسية على الصورة الجذرية، والعبارة الجذرية على الصورة الأسية في كلٍّ مما يأتي:

1) $10^{\frac{1}{4}}$ **2)** $x^{\frac{3}{5}}$ **3)** $\sqrt[3]{15}$ **4)** $\sqrt[4]{7x^6y^9}$

تأكد

أوجد قيمة كلِّ عبارة مما يأتي:

5) $343^{\frac{1}{3}}$ **6)** $32^{-\frac{1}{5}}$ **7)** $125^{\frac{2}{3}}$

تأكد

بسّط كلَّ عبارة مما يأتي:

10) $a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}}$

13) $\sqrt[3]{64z^6}$

تدرب

48) اكتشف الخطأ: بسِّط كل من محمود وعلي العبارة $\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}}$ ، فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟

محمود

$$\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}$$

$$= x^{\frac{3}{4}+\frac{2}{4}}$$

$$= x^{\frac{5}{4}}$$

علي

$$\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}}$$

$$= x^{\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{1}}$$

$$= x^{\frac{3}{2}}$$

تدرب

51) تكون العبارة $\sqrt{56 - c}$ مساويةً لعدد صحيح موجب عندما تكون قيمة c هي:

A 8 **B** −8 **C** 56 **D** 36

52) ما قيمة p التي تحقق المعادلة: $3^3 = p \cdot 3^5$؟

A 2^{-3} **B** 3^{-2} **C** 3^2 **D** 2^3