نظرية ذات الحدين

قدرات

كتاب مكون من ٤٠ صفحة ، ما الصفحة المكافئة للصفحة ٦ من الجهة الأخرى ؟

٣٤ ٣٥ ٣٦ ٣٧

فيما سبق:

درست التوافيق
واستعمالاتها.
(مهارة سابقة)

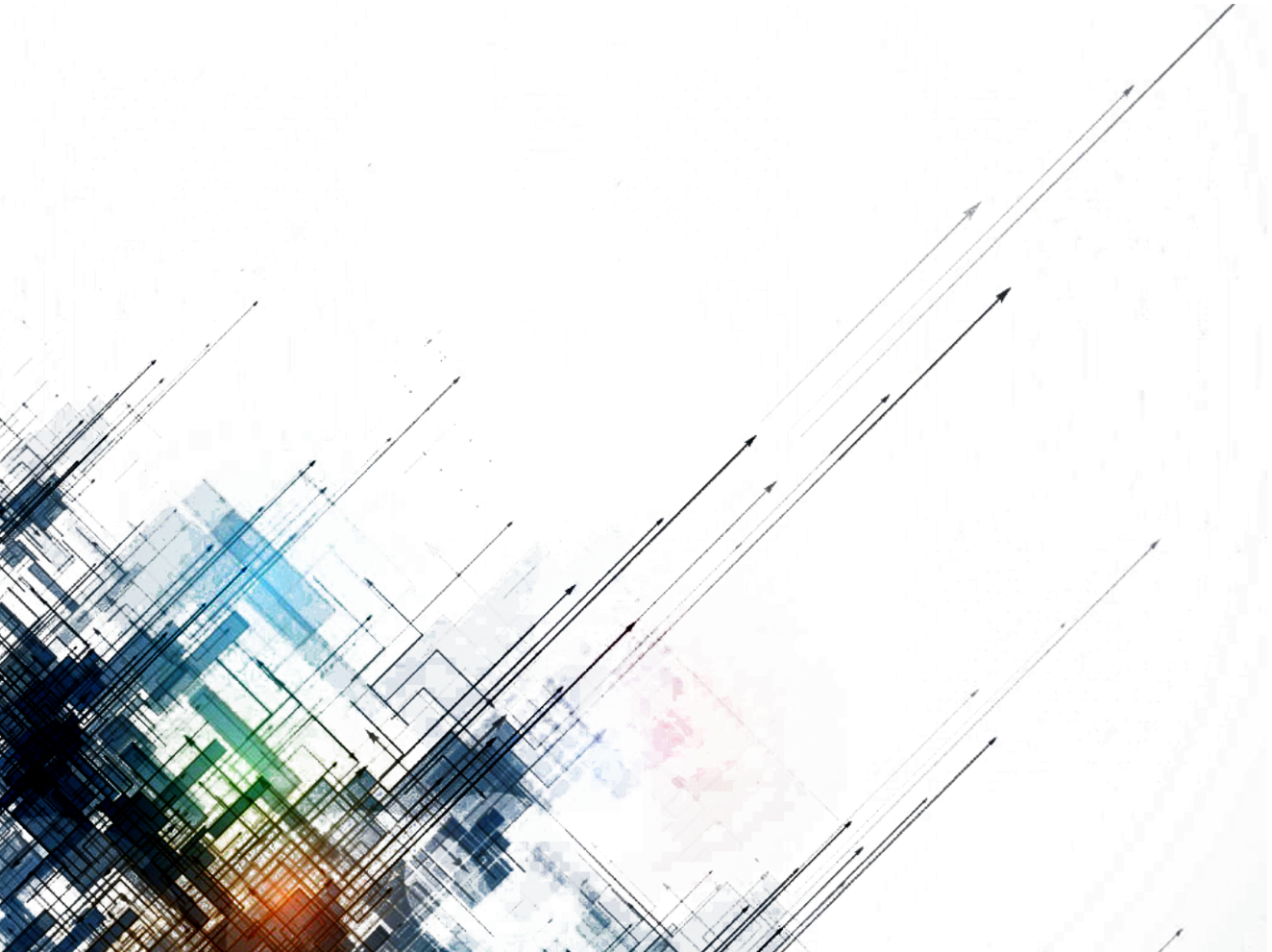
والآن:

- أستعمل مثلَّث باسكال في إيجاد معاملات مفكوك المقدار $(a+b)^n$.
- أستعمل نظرية ذات الحدَّين في إيجاد مفكوك المقدار $(a+b)^n$.

المفردات:

مثلَّث باسكال
Pascal's triangle

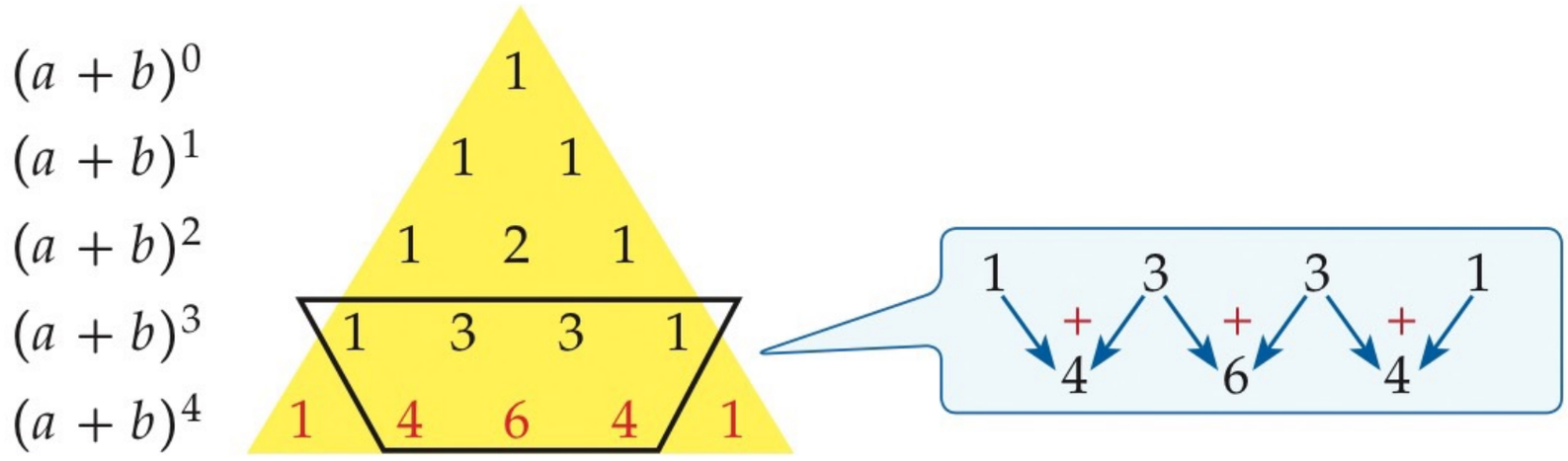
نظرية ذات الحدَّين
Binomial Theorem



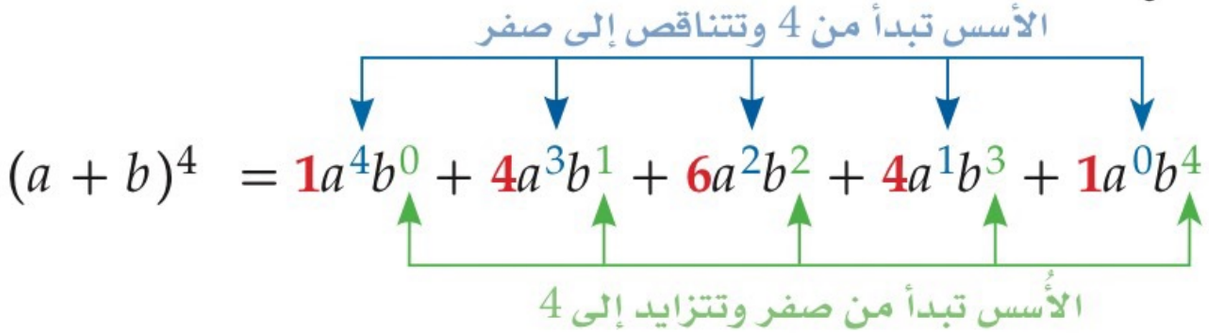
لماذا

يريد مدير معمل للتحاليل الطبية أن يستأجر 6 متخصِّصين من منطقتين مختلفتين بشكل عشوائي. فإذا كان عدد المتخصصين في المنطقتين متساويًا، فما احتمال أن يختار 4 متخصِّصين من المنطقة الأولى، واثنين من المنطقة الثانية؟

مثلَّث باسكال: يُنسبُ **مثلَّث باسكال** إلى العالم الفرنسي بليز باسكال (1662–1623)، على الرغم من قيام العديد من العلماء بدراسته قبله في بلاد المسلمين والهند وبلاد فارس والصين وإيطاليا، ويتكون المثلَّث من صفوف يكون بداية كل صف فيه ونهايته العدد 1، وكل عدد من الأعداد الأخرى في الصف، يكون ناتج جمع العددين اللذين فوقه على اليمين واليسار مباشرة، ويمكن استعماله لإيجاد معاملات مفكوك المقدار: $(a+b)^n$.



فيكون مفكوك $(a+b)^4$ هو



$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

لاحظ أن عدد الحدود في مفكوك $(a+b)^4$ هو 5 حدود، ومجموع الأسس في كل حدٍّ هو 4

@mesfer2773

مثلث باسكال يمكن من خلاله إيجاد مفكوك ذات الحدين ولا يعتبر الطريقة الوحيدة ، حيث يمكن إيجاد مفكوك ذات الحدين بإستخدام نظرية ذات الحدين ويستخدم فيها التوافيق

$(x+y)^0$ 1

$(x+y)^1$ 1 1

$(x+y)^2$ 1 2 1

$(x+y)^3$ 1 3 3 1

$(x+y)^4$ 1 4 6 4 1

$(x+y)^5$ 1 5 10 10 5 1

$(x+y)^6$ 1 6 15 20 15 6 1

$(x+y)^7$ 1 7 21 35 35 21 7 1

لاحظ اس ذات الحدين 5 إذن عدد الحدود 1+5 (قاعدة)

لاحظ ان العوامل أخذت من مثلث باسكال

$$(x+y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$$

لاحظ اس x يتناقص تنازليا ولاحظ اس y يتزايد تصاعديا (قاعدة)

لاحظ ان العوامل أخذت من مثلث باسكال

$$(x-y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$$

لاحظ بين الحدين إشارة سالب ... اسأل نفسك ماذا تغير ؟

استعمال مثلَّث باسكال

مثال

بالعودة إلى فقرة "لماذا؟" ، أوجد احتمال اختيار 4 متخصِّصين من المنطقة الأولى، واثنين من المنطقة الثانية، وذلك بإيجاد مفكوك $(a+b)^6$.

مراجعة المفردات

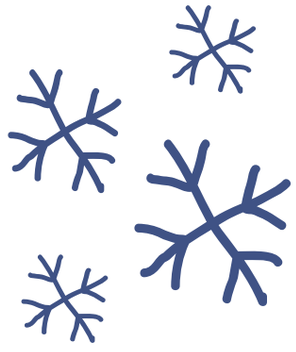
التوافيق يسمى عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية بالتوافيق.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

تحقق من فهمك

وزارة التعليم
try of Education
1 - 1443

2) بالعودة إلى فقرة **"لماذا"**، إذا أراد مدير معمل التحاليل الطبية أن يستأجر 8 متخصِّصين، فما احتمالات أن يختار 6 متخصِّصين من المنطقة الأولى واثنين من المنطقة الثانية؟



نظرية ذات الحدَّين: يمكن استعمال **نظرية ذات الحدَّين**؛ لإيجاد مفكوك ذات الحدَّين بدلًا من استعمال مثلَّث باسكال.

مفهوم أساسي

نظرية ذات الحدين

أضف إلى مطويتك

إذا كان n عددًا طبيعيًّا، فإن :

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \ldots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k\, a^{n-k}\, b^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!}\, a^{n-k}\, b^k$$

عند استعمال النظرية عوِّض عن n بقيمة الأُسِّ. ولاحظ كيف ستتبع الحدود النمطَ نفسَه في مثلَّث باسكال، وكيف تتماثل المعاملات، وإذا كانت الإشارة بين الحدّين سالبة $(a-b)^n$، فاكتبها بالشكل $(a+(-b))^n$ قبل إيجاد المفكوك.

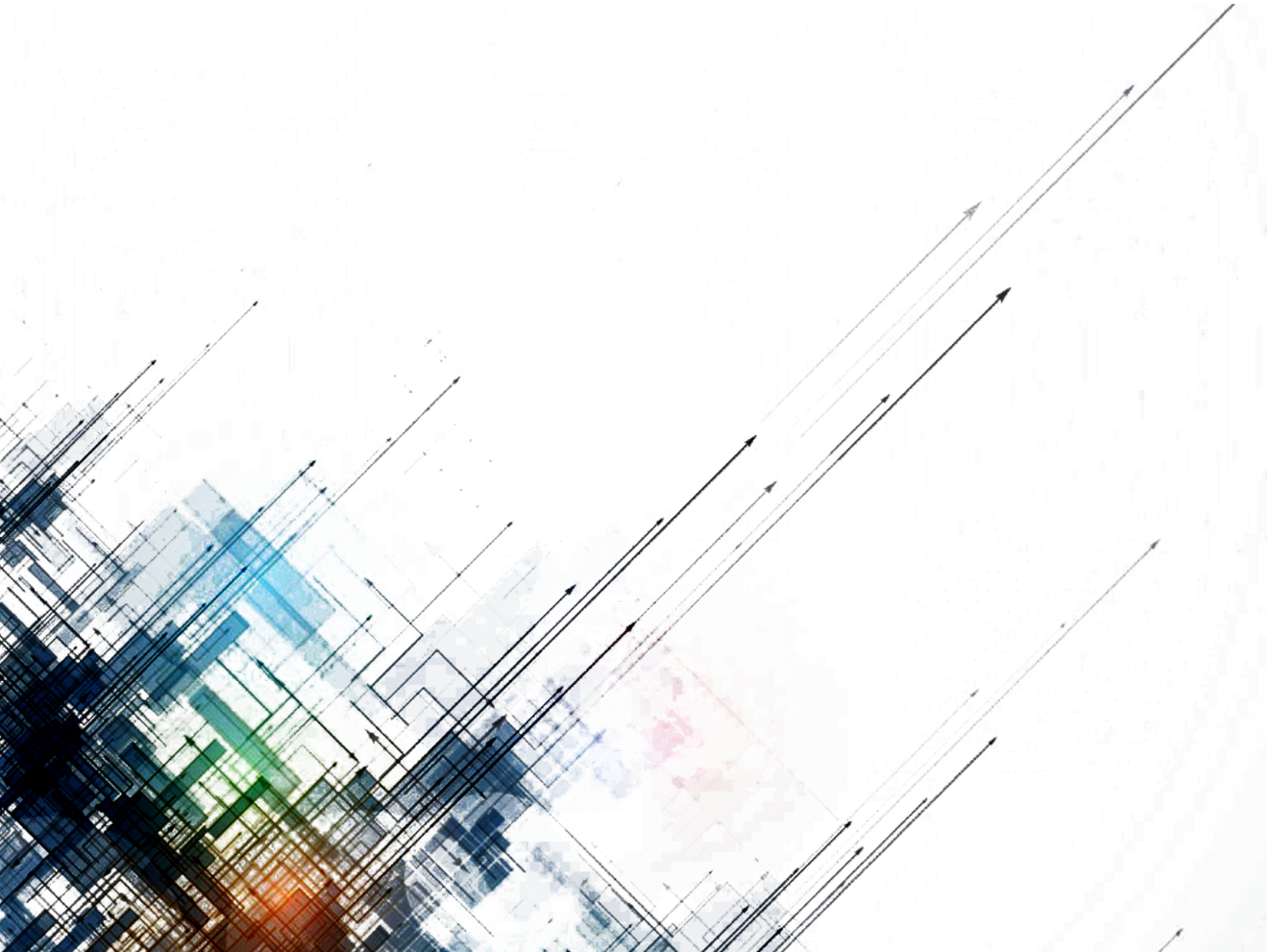
قراءة الرياضيات

كُتب عدد التوافيق لعناصر عددها ن مأخوذ ر عنصرًا كل مرَّة سابقًا بالرمز ${}^{ن}ق_{ر}$، وسيُرمز له في هذا الكتاب بالرمز ${}_nC_r$.

إرشادات للدراسة

توافيق

- $0! = 1$
- ${}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$
- ${}_nC_0 = \frac{\cancel{n!}}{0!\,\cancel{(n-0)!}} = \frac{1}{1} = 1$
- ${}_nC_n = 1$
- ${}_nC_n = \frac{\cancel{n!}}{\cancel{n!}(n-n)!} = \frac{1}{1} = 1$



استعمال نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \ldots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

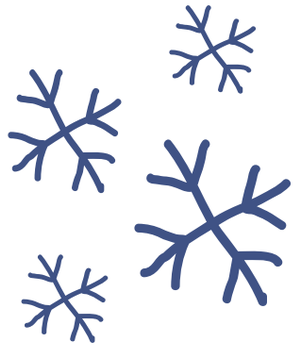
مثال

أوجد مفكوك $(a+b)^7$.

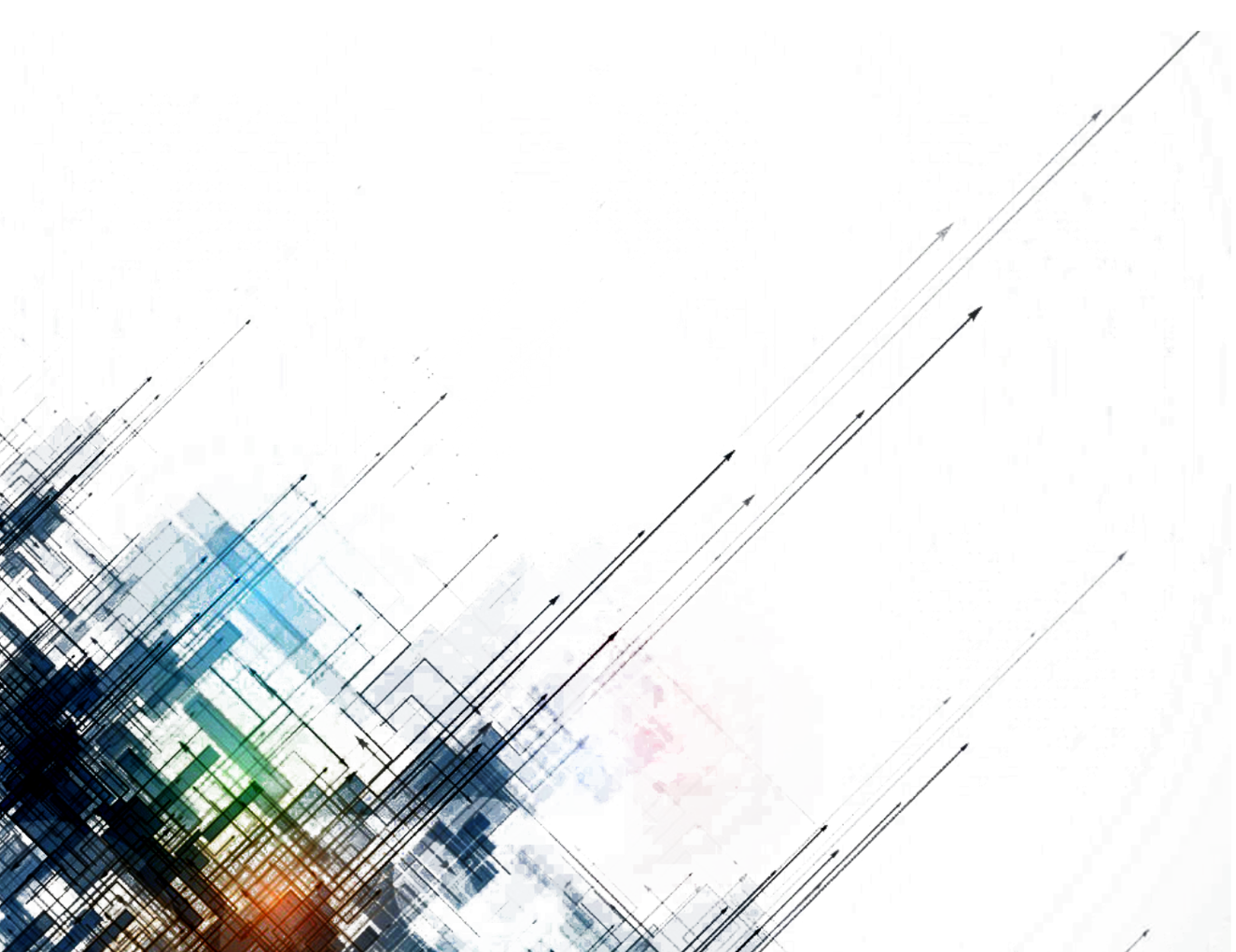
$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \ldots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

تحقق من فهمك

2) أوجد مفكوك $(x+y)^{10}$.



عندما يكون معاملا الحدَّين في ذات الحدَّين يختلف عن العدد 1، فإن المعاملات لن تكون متماثلة. وفي مثل هذه الحالة استعمل نظرية ذات الحدَّين.



إرشادات للدراسة

إشارات حدود مفكوك $(a+b)^n$

عند إيجاد مفكوك $(a + b)^n$، تكون إشارة كلِّ حدٍّ في المفكوك تعتمد على إشارة كلٍّ من a ، b. فتكون إشارة الحدود كلها موجبة إذا كانت إشارة a وإشارة b موجبتين، وتكون إشارة الحدود الزوجية سالبة إذا كانت إشارة b فقط سالبة.

استعمال نظرية ذات الحدّين عندما يختلف المعاملان عن 1

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \ldots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

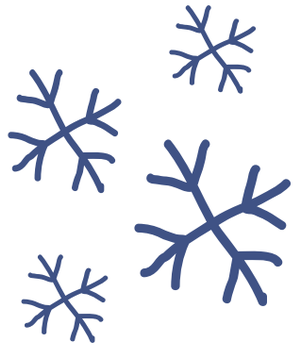
مثال

أوجد مفكوك $(5a - 4b)^4$.

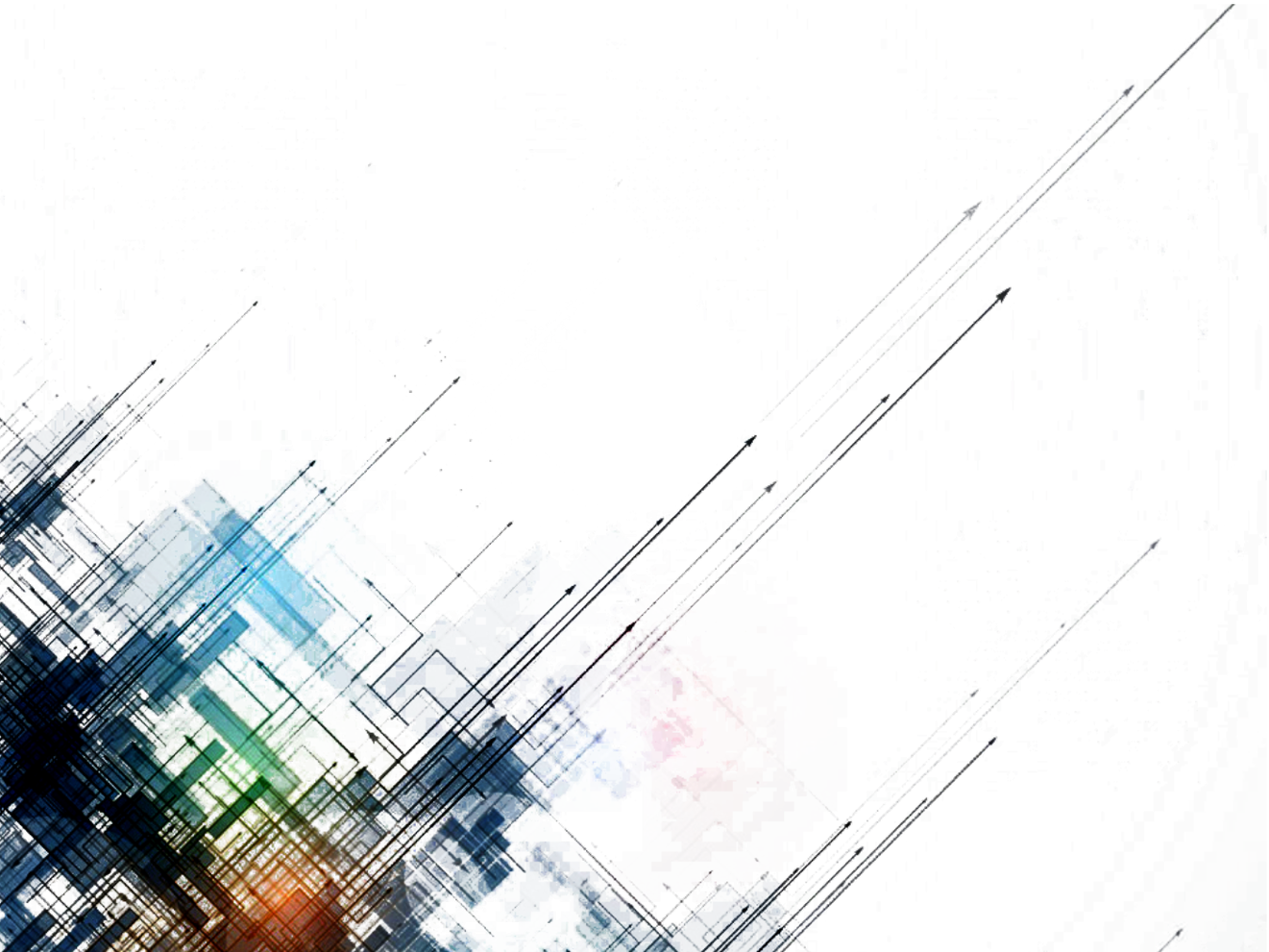
$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \ldots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

تحقق من فهمك

3) أوجد مفكوك $(3x - 2y)^5$.



تحتاج في بعض الأحيان إلى إيجاد قيمة أحد الحدود في المفكوك، ويمكنك عندها استعمال الحد العام في صيغة المجموع لنظرية ذات الحدَّين بحيث تجد الحدَّ الذي ترتيبه $k+1$ أو t_{k+1} في مفكوك $(a+b)^n$ باستعمال الصيغة $t_{k+1} = {}_nC_k\, a^{n-k}\, b^k$



- ${}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$

$t_{k+1} = {}_nC_k\, a^{n-k}\, b^k$

إيجاد قيمة حدّ معيّن

مثال

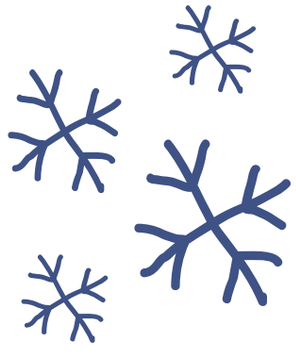
أوجد قيمة الحدّ الخامس فى مفكوك $(y+z)^{11}$.

- ${}_nC_r = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$

$$t_{k+1} = {}_nC_k\, a^{n-k}\, b^k$$

تحقق من فهمك

4) أوجد قيمة الحدِّ السادس في مفكوك $(c + d)^{10}$.



أضف إلى
مطويتك

ملخص المفاهيم

مفكوك ذات الحدِّين

في مفكوك ذات الحدَّين $(a + b)^n$:

- عدد الحدود $n + 1$.
- أسُّ a في الحدِّ الأول هو n، وكذلك أسُّ b في الحدِّ الأخير هو n .
- يقلُّ أسُّ a بمقدار واحد، ويزيد أسُّ b بمقدار واحد في أيِّ حدّين متتاليين.
- مجموع الأسس في أي حدٍّ يساوي n دائمًا.
- المعاملات في المفكوك متماثلة.

تأكد

1) أوجد مفكوك $(g + h)^7$

تأكد

6) الحدّ الأخير في مفكوك $(5x + y)^5$

تأكد

4) **ولادة:** إذا كان احتمال ولادة ذكر يساوي احتمال ولادة أنثى عند المرأة، فاستعمل نظرية ذات الحدَّين لإيجاد احتمال أن يكون عدد الإناث 5 في ست ولادات. (لا تحسب التوائم).

تدرب

تدريب على اختبار

24) احتمال: يحتوي صندوق على 7 أقلام رصاص حمراء مبرية، و5 أقلام رصاص صفراء مبرية، و5 أقلام صفراء غير مبرية. إذا تمَّ سحب قلم من الصندوق بصورة عشوائية، فما احتمال أن يكون القلم أصفر، علمًا بأنه من الأقلام المبرية؟

A $\frac{5}{12}$ **B** $\frac{7}{15}$ **C** $\frac{5}{10}$ **D** $\frac{1}{5}$

25) أيُّ العلاقات التالية تُمثّل دالّة خطِّية؟

A $y = \frac{x+3}{x+2}$ **C** $y = \frac{x+3}{2}$

B $y = (3x+2)^2$ **D** $y = |3x| + 2$

تحصيلي

عند فك ذات الحدين $(a+b)^9$ فإن عدد الحدود الناتجة سيكون ..

Ⓐ 9

10 Ⓑ

11 Ⓒ

12 Ⓓ

تحصيلي

الحد الثالث في مفكوك $(x+y)^3$ حسب قوى x التنازلية يساوي ..

Ⓐ x^2y

Ⓑ $3x^2y$

Ⓒ $3xy^2$

Ⓓ xy^2