استعمال خاصية التوزيع

رابط الدرس الرقمي

٣(س+٢) = ٣ س + ٦

أهداف الدرس

استعمال خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود.

حل معادلات تربيعية على الصورة : أس^ 2 + ب س = 0

المعرفة السابقة

١٥ ر^{٢}ن ← ٥ × ٣ × ر × ر × ن

٣٥ ن^{٢} ← ٥ × ٧ × ن × ن

٧٠ ر ن ← ٥ × ٢ × ٧ × ر × ر × ن

ق.م.أ = ٥ن

سنتعلم اليوم:

- تحليل كثيرة حدود
- التحليل بتجميع الحدود
- خاصية الضرب الصفري

ماجد الحربي

تمهيد

تُحدَّد أجرة متجر حسب مساحته. ويمكن تمثيل مساحة المتجر بالمعادلة م= ٦ , ١ض^{٢}+ ٦ض، حيث تمثِّل ض عرض المتجر بالأمتار، ويمكننا استعمال التحليل إلى العوامل وخاصية الضّرب الصفري لإيجاد أبعاد المتجر الممكنة.

استعمال خاصيّة التوزيع في التحليل: استعملت خاصية التوزيع في الفصل السابق لضرب وحيدة حدّ في كثيرة حدود كما في المثال الآتي:

$$٥ع (٤ع + ٧) = ٥ع (٤ع) + ٥ع (٧)$$

$$= ٢٠ع^{٢} + ٣٥ع$$

ويمكنك الإفادة من ذلك في العمل عكسيًّا للتعبير عن كثيرة الحدود بصورة حاصل ضرب عاملين: وحيدة الحد، وكثيرة الحدود.

$$٦ , ١ض^{٢} + ٦ ض = ٦ , ١ض (ض) + ٦(ض) = ض (٦ , ١ض + ٦)$$

كذلك ٥ع (٤ع + ٧) يمثِّل تحليل ثنائية الحدّ ٢٠ع^{٢}+ ٣٥ع. ويشتمل **تحليل كثيرة الحدود** تحليلها إلى عواملها الأوليّة.

استعمال خاصيّة التوزيع في التحليل

استعمل خاصيّة التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

أ) $٢٧ص^{٢} + ١٨ص$

أوجد (ق .م. أ) لجميع الحدود.

$٢٧ص^{٢} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ص \times ص$

$١٨ص = ٢ \times ٣ \times ٣ \times ص$

(ق .م. أ) $= ٣ \times ٣ \times ص = ٩ص$

حلّل كل حد.

ضع دائرة حول العوامل المشتركة.

اكتب كل حدّ على صورة حاصل ضرب (ق .م. أ) في باقي العوامل. واستعمل خاصيّة التوزيع لإخراج (ق .م. أ).

$٢٧ص^{٢} + ١٨ص = ٩ص(٣ص) + ٩ص(٢)$

$= ٩ص(٣ص + ٢)$

أعد كتابة كلّ حدّ باستعمال (ق .م. أ).

خاصية التوزيع.

استعمال خاصيّة التوزيع في التحليل

مثال

ب) $-٤أ^{٢}ب - ٨أب^{٢} + ٢أب$

حلّل كلّ حدّ.

$-٤أ^{٢}ب = -١ \times ٢ \times أ \times أ \times ب$

$-٨أب^{٢} = -١ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times أ \times ب \times ب$

$٢أب = ٢ \times أ \times ب$

ضع دائرة حول العوامل المشتركة .

$(ق.م.أ) = ٢ \times أ \times ب = ٢أب$

أعد كتابة كلّ حدّ باستعمال (ق.م.أ).

$-٤أ^{٢}ب - ٨أب^{٢} + ٢أب = ٢أب(-٢أ) - ٢أب(٤ب) + ٢أب(١)$

خاصيّة التوزيع

$= ٢أب(-٢أ - ٤ب + ١)$

وزارة التعـ
1 - 1443

تقويم

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

أ) ١٥و - ٣ف

١٦) ٥جـ^{٢}ف - ١٥جـ^{٢}ف^{٢} + ٥جـ^{٢}ف^{٣}

تُسمّى الطريقة التي تُستعمل فيها خاصية التوزيع لتحليل كثيرة حدود تتكوّن من أربعة حدود أو أكثر **التحليل بتجميع الحدود**؛ لأن الحدود تُجمع بطريقة معينة، ثم يحلِّل كل تجميع، ثم تطبق خاصية التوزيع لإخراج عامل مشترك.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

التحليل بتجميع الحدود

التعبير اللفظي: يمكن تحليل كثيرة الحدود بتجميع الحدود ، إذا توافرت جميع الشروط الآتية:

- تتكوّن كثيرة الحدود من أربعة حدود أو أكثر.
- يوجد للحدود التي يمكن تجميعها معًا عوامل مشتركة.
- يوجد عاملان مشتركان متساويان أو أن أحدهما نظير جمعيّ للآخر.

الرموز: أس + ب س + أص + ب ص = (أس + ب س) + (أص + ب ص)

= س(أ + ب) + ص(أ + ب)

= (س + ص)(أ + ب)

التحليل بتجميع الحدود

حلّل: ٤ ك ر + ٨ ر + ٣ ك + ٦

٤ك ر + ٨ ر + ٣ ك + ٦	العبارة الأصلية
= (٤ك ر + ٨ ر) + (٣ ك + ٦)	جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة
= ٤ ر(ك + ٢) + ٣(ك + ٢)	حلّل كل تجميع بإخراج (ق.م.أ)
= (٤ر + ٣) (ك + ٢)	خاصية التوزيع

لاحظ أنّ (ك+ ٢) عامل مشترك لِـ ٤ ر (ك+٢) وَ ٣ (ك+٢).

أوجد العامل
المشترك الأكبر بين
العددين 12 و 18:

ا 6	ب 12
ت 3	ث 18

تقويم

حلّل كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

١٢أ) رن + ٥ن – ر – ٥

١٧) $أ^{٢}$ – ٤أ – ٢٤ + ٦أ

التحليل بتجميع الحدود (العوامل نظائر جمعية)

مثال

حلّل: ٢م ك – ١٢ م + ٤٢ – ٧ ك

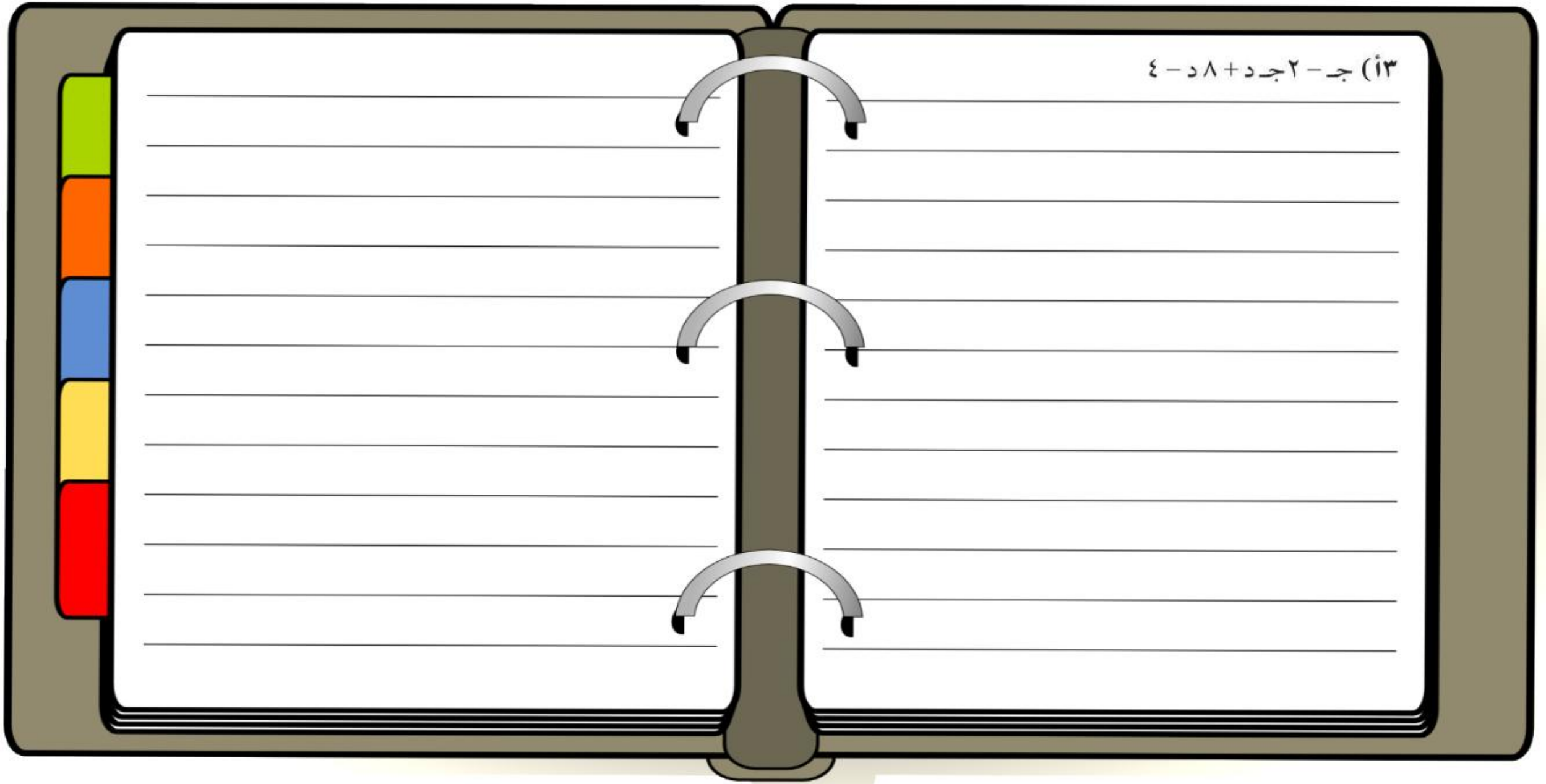
٢م ك – ١٢م + ٤٢ – ٧ ك	العبارة الأصلية
= (٢م ك – ١٢م) + (٤٢ – ٧ ك)	جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة.
= ٢م(ك – ٦) + ٧(٦ – ك)	حلّل كلّ تجميع بإخراج (ق. م. أ).
= ٢م(ك – ٦) + ٧[(–١)(ك – ٦)]	٦ – ك = –١ (ك – ٦)
= ٢م(ك – ٦) – ٧(ك – ٦)	خاصيّة التجميع
= (٢م – ٧)(ك – ٦)	خاصيّة التوزيع

إرشادات للدراسة

تحقق

تحقق من صحة التحليل بضرب العوامل الناتجة بعضها في بعض؛ للحصول على العبارة الأصلية.

تقويم حلّل كلاً من كثيرات الحدود الآتية :



٣أ) جـ – ٢جـ د + ٨ د – ٤

حلّ المعادلات بالتحليل: يمكنك حلّ بعض المعادلات بالتحليل .

انظر إلى الجمل الآتية: ٣(٠) = ٠ ٠(٢ − ٢) = ٠ −٣١٢(٠) = ٠ ٠(٠,٢٥) = ٠

لاحظ أن أحد العاملين على الأقل في كلّ حالة يساوي صفرًا. وتبيِّن هذه الأمثلة **خاصيّة الضّرب الصفري**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

خاصية الضرب الصفري

التعبير اللفظي: إذا كان حاصل ضرب عاملين يساوي صفرًا، فيجب أن يكون أحدهما على الأقل صفرًا.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب، إذا كان أ ب = ٠، فإنّ أ = ٠، أو ب = ٠، أو أن كليهما يساوي صفرًا.

تنبيه !

قيمة غير معروفة

قد تجد أنه من الأسهل حلّ معادلة بقسمة كلّ طرف منها على متغير. وبما أن قيمة المتغير غير معروفة، لذا قد تقسم في هذه الحالة على صفر، والقسمة على صفر غير معرّفة.

حل المعادلات

سبق أن تعلمت أن حلّ المعادلة أو جذرها هو أيّ قيمة للمتغير تجعلها صحيحة.

حلّ كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

أ) $(٢د + ٦)(٣د - ١٥) = ٠$

$(٢د + ٦)(٣د - ١٥) = ٠$ — المعادلة الأصلية

$٢د + ٦ = ٠$ أو $٣د - ١٥ = ٠$ — خاصية الضرب الصفري

$٢د = -٦$ $٣د = ١٥$ — حلّ كل معادلة

$د = -٣$ $د = ٥$ — اقسم

الجذران هما -٣ ، ٥

تحقق: عوّض عن د بكلٍّ من -٣، ٥ في المعادلة الأصلية.

$(٢د + ٦)(٣د - ١٥) = ٠$

$[٢(-٣) + ٦][٣(-٣) - ١٥] \stackrel{؟}{=} ٠$

$(-٦ + ٦)(-٩ - ١٥) \stackrel{؟}{=} ٠$

$(٠)(-٢٤) \stackrel{؟}{=} ٠$

$٠ = ٠$ ✓

$(٢د + ٦)(٣د - ١٥) = ٠$

$[٢(٥) + ٦][٣(٥) - ١٥] \stackrel{؟}{=} ٠$

$(١٠ + ٦)(١٥ - ١٥) \stackrel{؟}{=} ٠$

$١٦(٠) \stackrel{؟}{=} ٠$

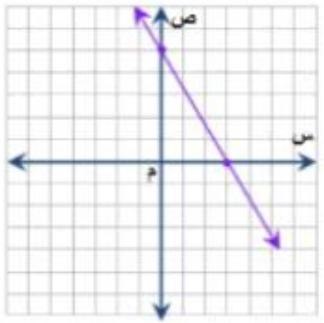
$٠ = ٠$ ✓

مثال

ب) جـ^{٢} = ٣جـ

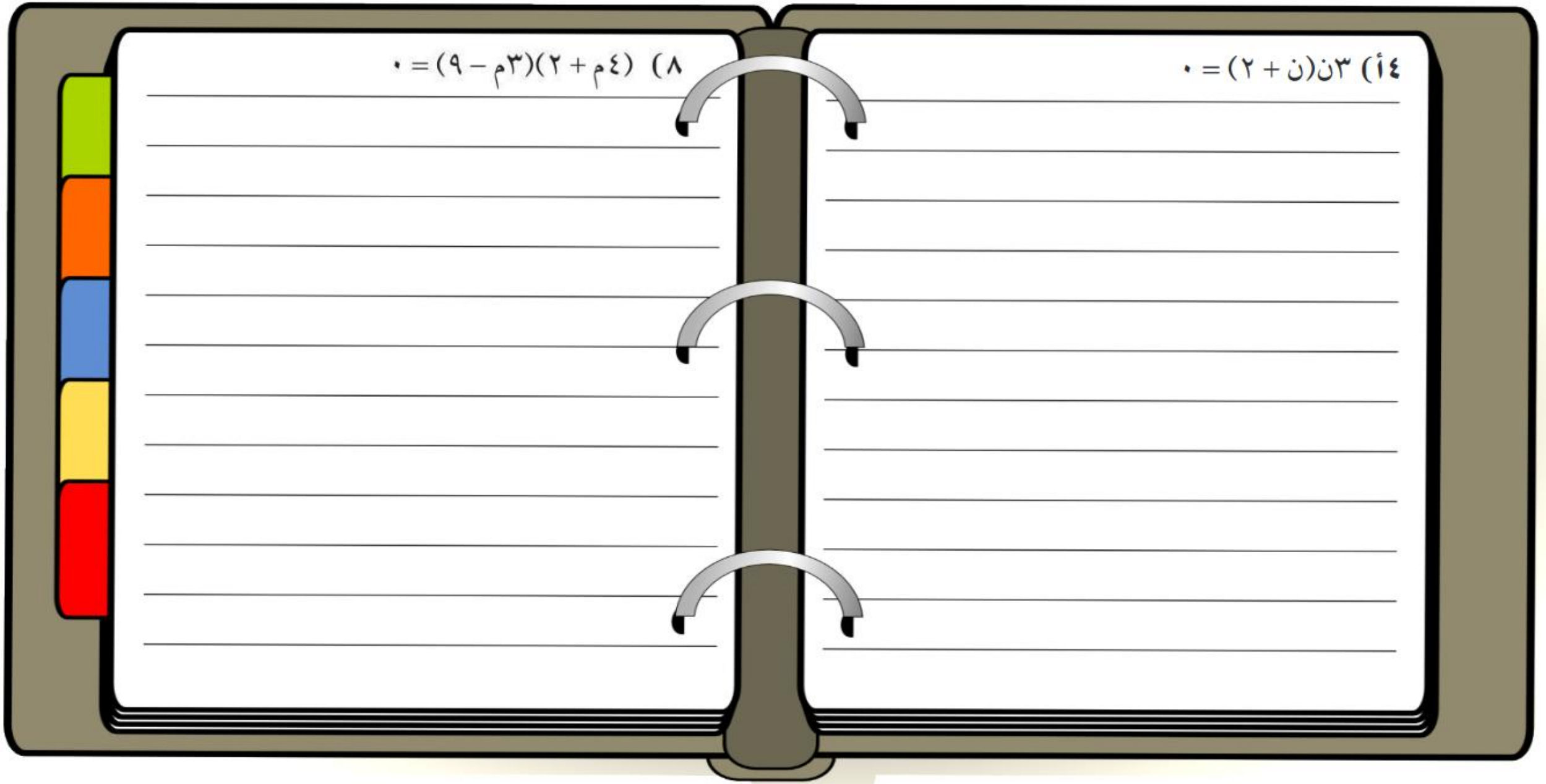
جـ^{٢} = ٣جـ	المعادلة الأصلية
جـ^{٢} − ٣جـ = ٠	اطرح ٣ جـ من كل طرف للحصول على صفر في أحد طرفي المعادلة
جـ(جـ − ٣) = ٠	حلّل باستعمال (ق.م.أ) للحصول على الصورة أ ب = ٠
جـ = ٠ أو جـ − ٣ = ٠	خاصيّة الضرب الصفري
جـ = ٣	حلّ كلّ معادلة
الجذران هما ٠ ، ٣	تحقّق بتعويض كل من صفر، ٣ بدلاً من جـ

جذر المعادلة هو :



تقويم

حلّ كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:



١٤أ) ٣ن(ن + ٢) = ٠

٨) (٤م + ٢)(٣م − ٩) = ٠

مثالٌ من واقع الحياة

رمي السهم: يمكن تمثيل ارتفاع سهم بالمعادلة ع = −٥ ن^{٢} + ٢٠ ن، حيث (ع) الارتفاع بالأمتار، (ن) الزمن بالثواني. إذا أهمل ارتفاع رامي السهام، بعد كم ثانية يصل السهم إلى الأرض بعد إطلاقه؟

عندما يصل السهم إلى الأرض ع = ٠

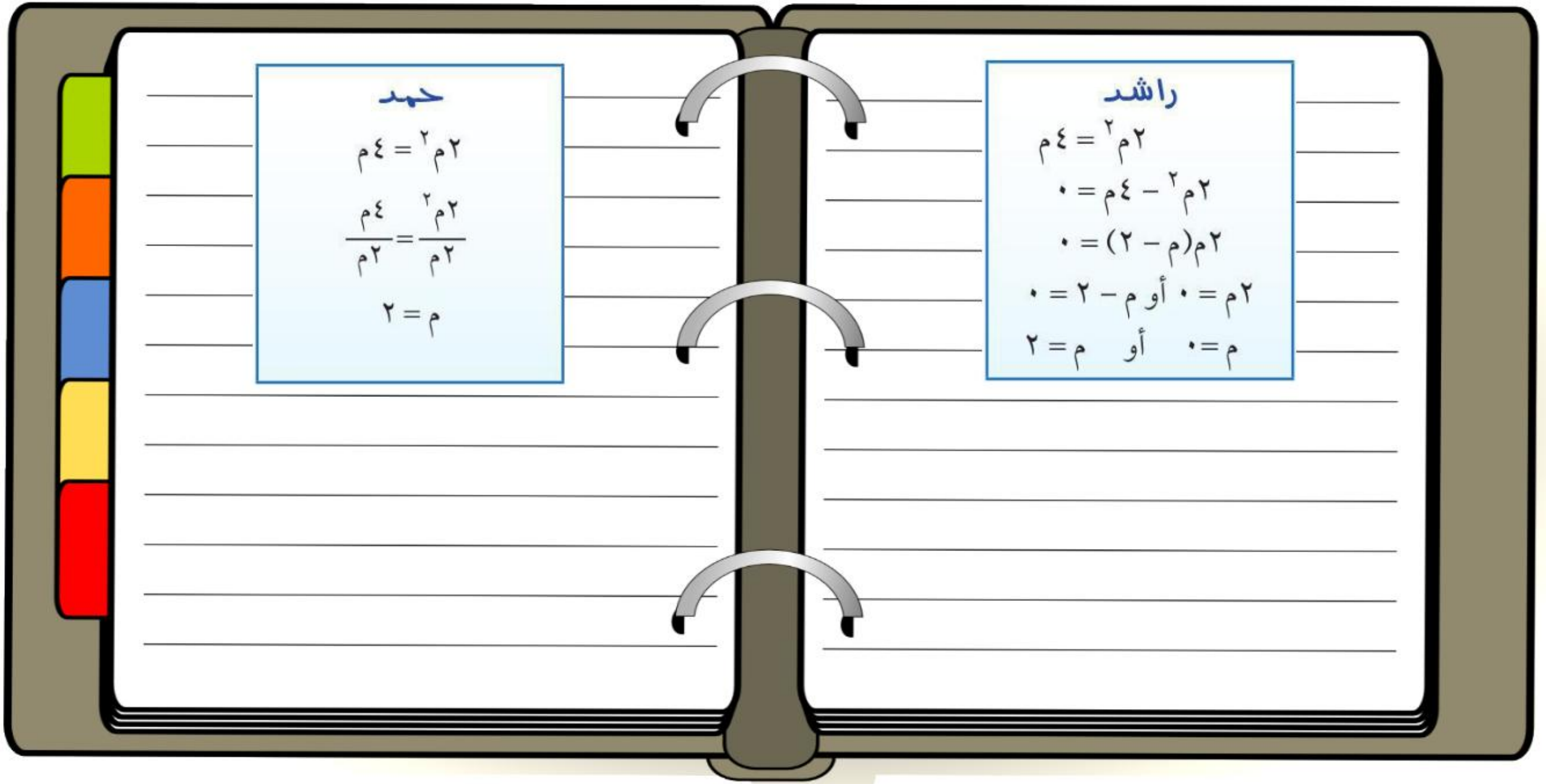
ع = −٥ن^{٢} + ٢٠ ن	المعادلة الأصلية
٠ = −٥ن^{٢} + ٢٠ ن	عوّض عن ع بـ ٠
٠ = ٥ ن (− ن + ٤)	حلّل بإخراج (ق .م.أ)
٥ ن = ٠ أو − ن + ٤ = ٠	خاصيّة الضرب الصفري
ن = ٠ أو −ن = −٤	حلّ كلّ معادلة
ن = ٤	اقسم كل حد على −١

يصل السهم إلى الأرض بعد إطلاقه بِـ ٤ ثوانٍ.

الربط مع الحياة

يتطلب رمي السهم أو الرمي بالقوس تركيزًا عاليًا ومهارة ودقة في التصويب؛ لضمان إصابة الهدف.

تقويم ٤٠) **اكتشف الخطأ:** يحلّ كل من حمد وراشد المعادلة ٢ م^{٢} = ٤ م. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر ذلك.



راشد

٢م^{٢} = ٤م

٢م^{٢} − ٤م = ٠

٢م(م − ٢) = ٠

٢م = ٠ أو م − ٢ = ٠

م = ٠ أو م = ٢

حمد

٢م^{٢} = ٤م

$\frac{٢م^{٢}}{٢م} = \frac{٤م}{٢م}$

م = ٢

ملخص مفهوم

تحليلُ كثيراتِ الحدودِ باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ

حلِّلْ كُلَّ حدٍّ إلى عواملِه الأوليةِ

جِدِ القاسمَ المُشتركَ الأكبرَ للحدودِ

يُوجَدُ قاسمٌ مُشتركٌ أكبرُ

- أعِدْ كتابةَ كثيراتِ الحُدودِ على صورةِ حاصلِ ضربٍ (قاسمٍ مُشتركٍ أكبرَ) في باقي العواملِ
- استعمِلْ خاصيَّةَ التوزيعِ لإخراجِ القاسمِ المُشتركِ الأكبرِ

لا يُوجَدُ قاسمٌ مُشتركٌ أكبرُ

- إذا كانَ عددُ الحدودِ أربعةً أو أكثرَ
- جمِّعْ الحدودَ بطريقةٍ مُعيَّنةٍ
- حلِّلْ كُلَّ تجميعٍ

ملخص مفهوم

استعمال خاصية التوزيع

استعمال خاصية التوزيع في التحليل

١٥ س + ٢٥ س²

٣ × ٥ × س ، ٥ × ٥ × س × س

ق . م . أ = ٥ س

٢) ٥ س (٣) + ٥ س (٥ س)

٣) ٥ س (٣ + ٥ س)

التحليل بتجميع الحدود

١) ٢ س ص + ٧ س − ٢ ص − ٧

(١) (٢) (٣) (٤)

٢) (٢ س ص − ٢ ص) + (٧ س − ٧)

٣) = ٢ ص (س − ١) + ٧ (س − ١)

= (س − ١) (٢ ص + ٧)

حل المعادلات

خاصية الضرب الصفري

أ ب = ٠

أ = ٠ أو ب = ٠

٣ك (ك + ١٠) = ٠

٣ك = ٠ أو ك + ١٠ = ٠

ك = ٠ ، ك = −١٠

للتحقق

٣ك (ك + ١٠) = ٠

٣ × ٠ (٠ + ١٠) = ٠

٠ = ٠

٣ × −١٠ (−١٠ + ١٠) = ٠

٠ = ٠

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

أي مما يأتي يمثل عاملًا لكثيرة الحدود $٦ل^{٢} - ٣ل - ٢ + ٤ل$ ؟

- $٢ل + ١$
- $ل + ٢$
- $٣ل - ٢$
- $٢ل - ١$

اختر الإجابة الصحيحة

باستعمال تجميع الحدود تحلل كثيرة الحدود $١٢أس + ٣س ق + ٤أص + ص ق$ على الصورة:

- $(٤أ + ق)(٣س + ص)$
- $(٣أ + ق)(٤س + ص)$
- $(٤أ + ص)(٣س + ق)$
- $(٤ + أق)(س + ٣ص)$