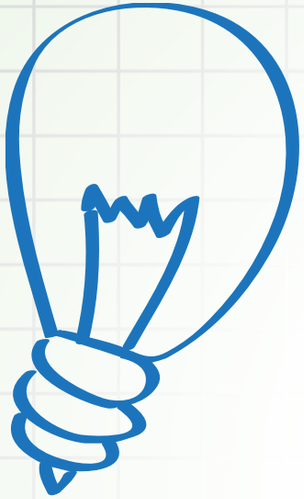
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

شبه المنحرف
و شكل الطائرة الورقية



"كن مثابراً في سعيك وراء أهدافك،
فالصبر مفتاح الفرج."

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

درسنا فيما سبق

درستُ استعمال خصائص أنواع
خاصة من متوازي الأضلاع

سنتعلم اليوم

أتعرف خصائص شكل
الطائرة الورقية و أطبقها

أتعرف خصائص شبه
المنحرف و أطبقها

المفردات

- ✓ شبه المنحرف
- ✓ قاعدتا شبه المنحرف
- ✓ ساقا شبه المنحرف
- ✓ زاويتا القاعدة
- ✓ شبه المنحرف المتطابق الساقين
- ✓ القطعة المتوسطة للشبه المنحرف
- ✓ شكل الطائرة الورقية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

لماذا ؟

تستعمل في رياضات القفز ، صناديق ذات أجزاء متداخلة مصنوعة من الإسفنج ذي الضغط العالي ، و تتخذ منصات وثب و درجات صعود ، وتمثل جوانب كل من الأجزاء شبه المنحرف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

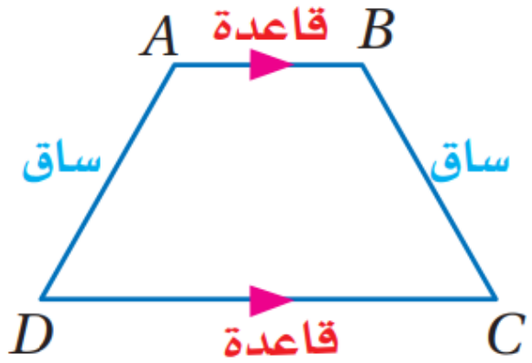
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

عرض بصري

انقر هنا لفتح الفيديو

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

خصائص شبه المنحرف :



خصائص شبه المنحرف: **شبه المنحرف** هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان يُسميان **قاعدتي شبه المنحرف**. ويُسمّى الضلعان غير المتوازيين **ساقي شبه المنحرف**. و **زاويتا القاعدة** مكوّن كل منهما من قاعدة وأحد ضلعي الساقين. ففي شبه المنحرف $ABCD$ المبيَّن جانبًا، $\angle A, \angle B$ زاويتا القاعدة $\overline{AB}$ ، وكذلك $\angle C, \angle D$ زاويتا القاعدة $\overline{DC}$.

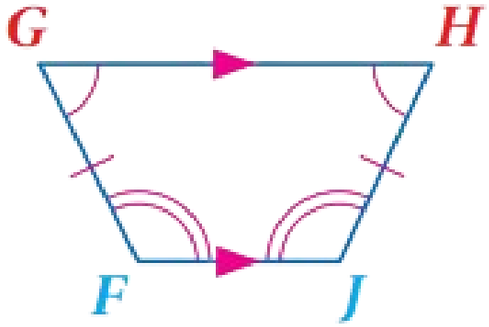
إذا كان ساقا شبه المنحرف متطابقين فإنه يسمى **شبه منحرف متطابق الساقين**.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

شبه المنحرف متطابق الساقين :



5.21 إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ زاويتي كل قاعدة متطابقتان.

مثال: إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متطابق الساقين،
فإنّ $\angle J \cong \angle F$, $\angle H \cong \angle G$.

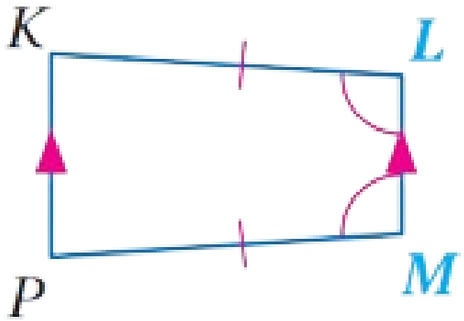
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

شبه المنحرف متطابق الساقين :

5.22 إذا كانت زاويتا قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين، فإنّه متطابق الساقين.



مثال: إذا كان $KLMP$ شبه منحرف، فيه $\angle L \cong \angle M$
فإنه متطابق الساقين.

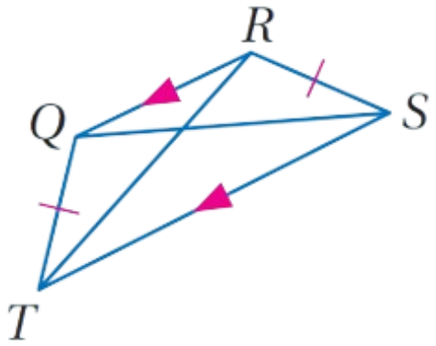
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

شبه المنحرف متطابق الساقين :

5.23 يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.



مثال: إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متطابق الساقين،
فإنّ $\overline{QS} \cong \overline{RT}$. وكذلك إذا كان $QRST$ شبه منحرف،
فيه $\overline{QS} \cong \overline{RT}$ فإنّه متطابق الساقين.

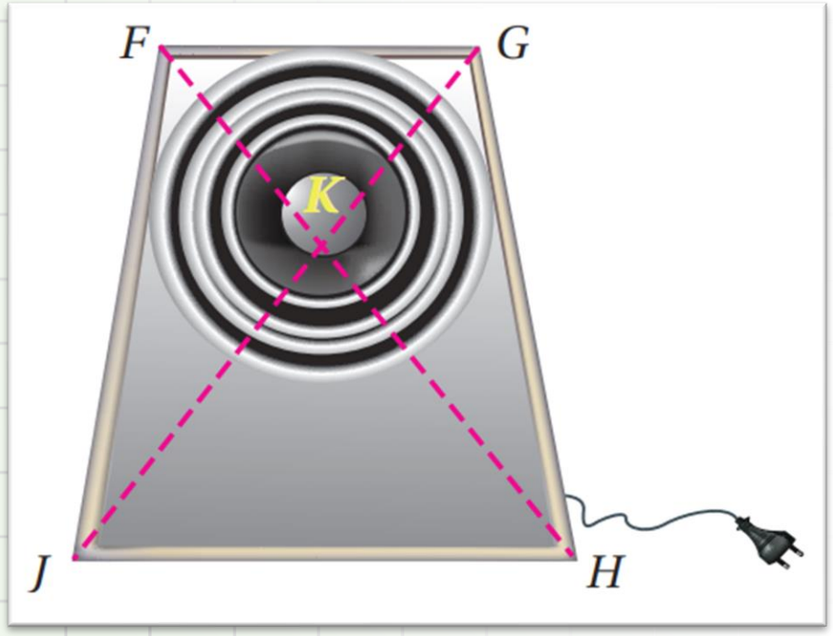
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ١

مكبرات الصوت: المنظر الأمامي لمكبِّر الصوت المبيّن جانبًا على شكل شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان $m\angle FJH = 85^\circ$، $FK = 8\,\text{in}, JG = 19\,\text{in}$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي :



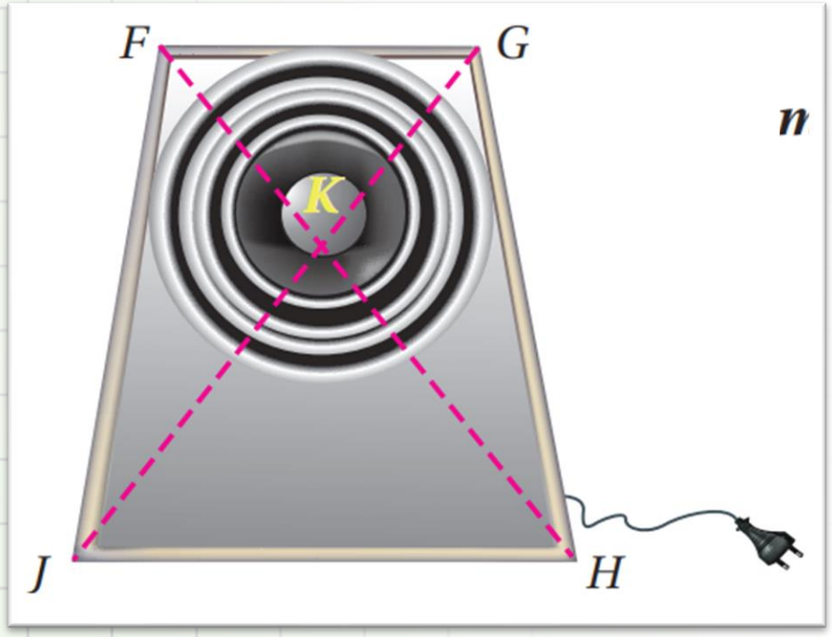
a) $m\angle FGH$

بما أنّ $FGHJ$ شبه منحرف متطابق الساقين، فإنّ $\angle FJH$ و $\angle GHJ$ زاويتا قاعدة متطابقتان؛ لذا فإن $m\angle GHJ = m\angle FJH = 85^\circ$.

وبما أنّ $FGHJ$ شبه منحرف، فإنّ $\overline{JH} \parallel \overline{FG}$.

$m\angle FGH + m\angle GHJ = 180^\circ$	نظرية الزاويتين المتحالفتين
$m\angle FGH + 85^\circ = 180^\circ$	بالتعويض
$m\angle FGH = 95^\circ$	بطرح 85 من كلا الطرفين

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية



مثال ١

مكبرات الصوت: المنظر الأمامي لمكبِّر الصوت المبيّن جانبًا على شكل شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان $m\angle FJH = 85^\circ$، $FK = 8\,\text{in}, JG = 19\,\text{in}$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي :

(b KH

بما أنّ $FGHJ$ شبه منحرف متطابق الساقين، فإنّ القطرين $\overline{FH}$ و $\overline{JG}$ متطابقان.

$FH = JG$	تعريف تطابق القطع المستقيمة
$FK + KH = JG$	مسلمة جمع القطع المستقيمة
$8 + KH = 19$	بالتعويض
$KH = 11\text{ in}$	بطرح 8 من كلا الطرفين

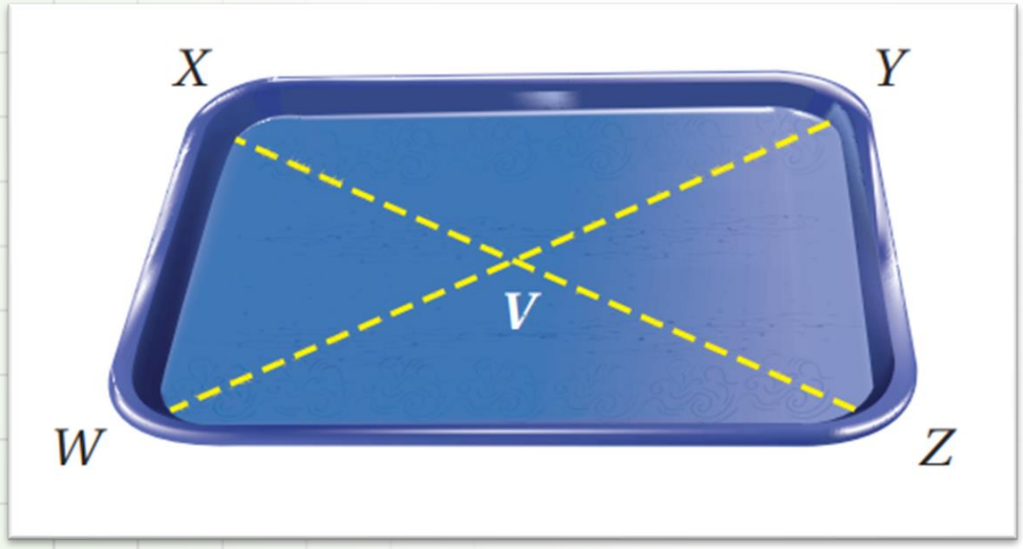
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

1) مطاعم: لاستغلال مساحة الطاولات المربعة، تستعمل في مطعم أطباقٌ على شكل شبه منحرف كما في الشكل المجاور. إذا كان $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين، وكان $WV = 15\text{ cm}$, $m\angle YZW = 85°$، $VY = 10\text{ cm}$، فأوجد كلًّا مما يأتي :

تحقق!



A) $m\angle XWZ$

B) $m\angle WXY$

C) XZ

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

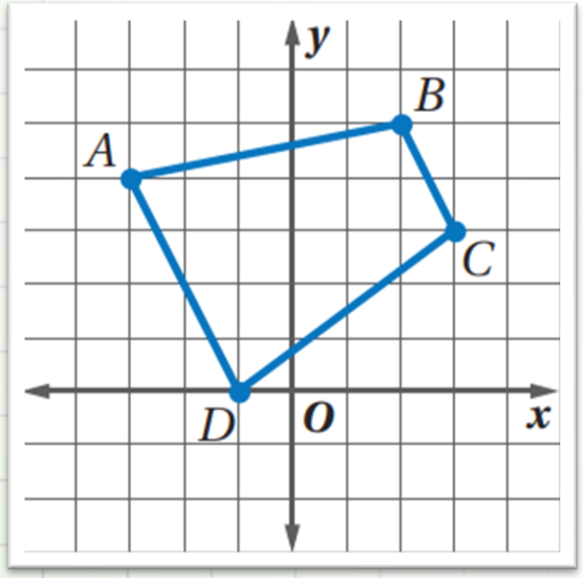
شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٢

هندسة إحداثيّة : رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-3, 4), B(2, 5), C(3, 3), D(-1, 0)$.

بيّن أن $ABCD$ شبه منحرف، وحدّد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضِّح إجابتك.



ارسم الشكل الرباعي $ABCD$ في مستوى إحداثي.

الخطوة 1 : استعمل صيغة الميل لمقارنة ميلي الضلعين المتقابلين $\overline{BC}, \overline{AD}$ وكذلك الضلعين المتقابلين $\overline{AB}, \overline{DC}$. فالشكل الرباعي يكون شبه منحرف إذا كان فيه ضلعان فقط متقابلان متوازيين.

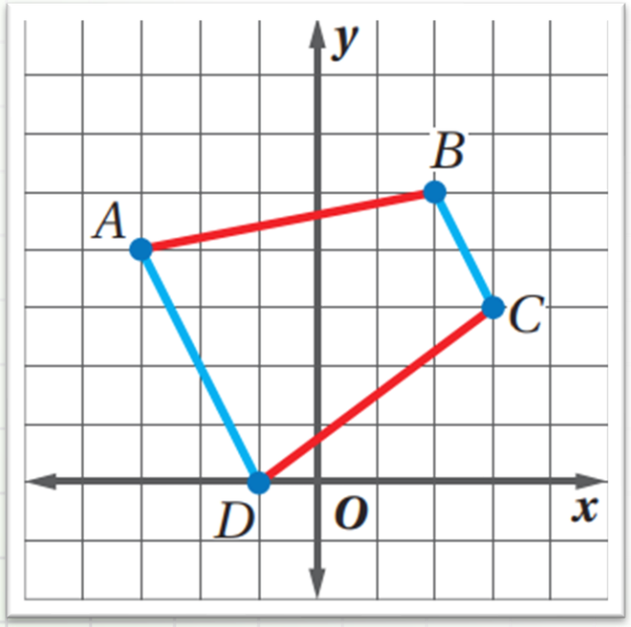
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٢

هندسة إحداثيّة : رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-3, 4), B(2, 5), C(3, 3), D(-1, 0)$.
بيّن أن $ABCD$ شبه منحرف، وحدّد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضّح إجابتك.



الضلعان المتقابلان $\overline{AD}$, $\overline{BC}$:

ميل $\overline{BC}$: $\frac{3-5}{3-2} = \frac{-2}{1} = -2$

ميل $\overline{AD}$: $\frac{0-4}{-1-(-3)} = \frac{-4}{2} = -2$

بما أن ميلي $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ متساويان، فإنّ $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٢

هندسة إحداثيّة : رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-3, 4), B(2, 5), C(3, 3), D(-1, 0)$.
بيّن أن $ABCD$ شبه منحرف، وحدّد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضّح إجابتك.

الضلعان المتقابلان $\overline{DC}$, $\overline{AB}$:

ميل $\overline{AB}$: $\frac{5-4}{2-(-3)}=\frac{1}{5}$

ميل $\overline{DC}$: $\frac{0-3}{-1-3}=\frac{-3}{-4}=\frac{3}{4}$

بما أنّ ميلي $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ ليسا متساويين، فإنّ $\overline{DC} \nparallel \overline{AB}$. وبما أن $ABCD$ فيه ضلعان فقط متوازيان، فإنّه شبه منحرف.

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

مثال ٢

هندسة إحداثيّة: رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-3, 4), B(2, 5), C(3, 3), D(-1, 0)$.
بيّن أن $ABCD$ شبه منحرف، وحدّد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضِّح إجابتك.

الخطوة 2: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي الساقين $\overline{DC}$, $\overline{AB}$ وتحديد ما إذا كان شبه المنحرف $ABCD$ متطابق الساقين.

$$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{26}$$

$$DC = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

بما أنّ $AB \neq DC$ ، فإنّ شبه المنحرف $ABCD$ ليس متطابق الساقين.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

رؤوس الشكل الرباعي $QRST$ هي $Q(-8, -4), R(0, 8), S(6, 8), T(-6, -10)$.
بيّن أن $QRST$ شبه منحرف، وحدِّد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضِّح إجابتك.

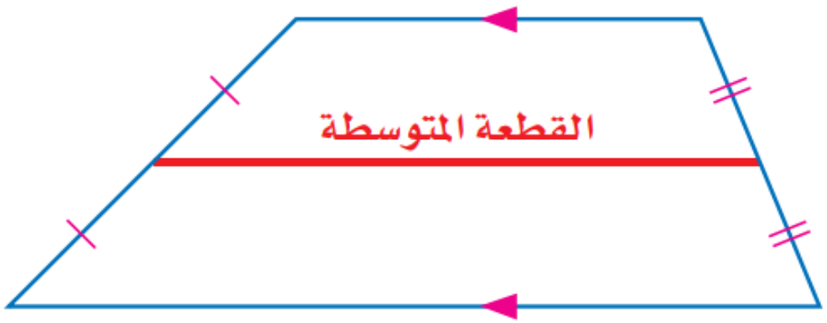
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف :

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه. وتبين النظرية الآتية العلاقة بين القطعة المتوسطة وقاعدتي شبه المنحرف.

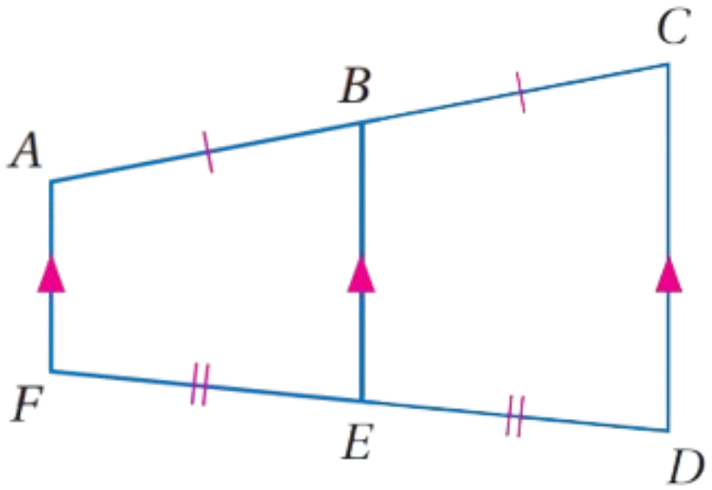


مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف :



القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلًّا من القاعدتين ، وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.

مثال: إذا كانت $\overline{BE}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$ ، فإنّ $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ،

$$BE = \frac{1}{2}(AF + CD).$$

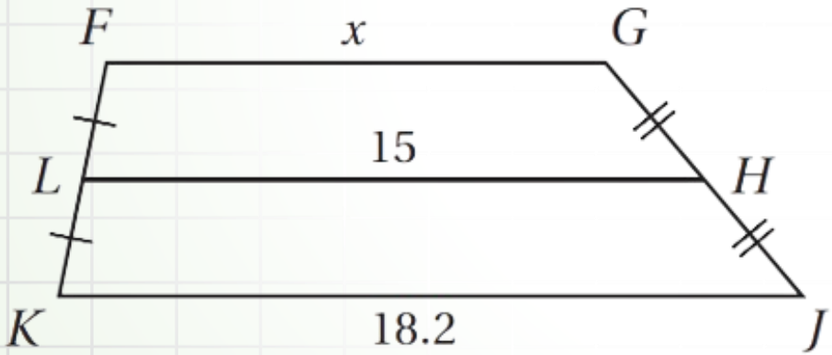
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٣

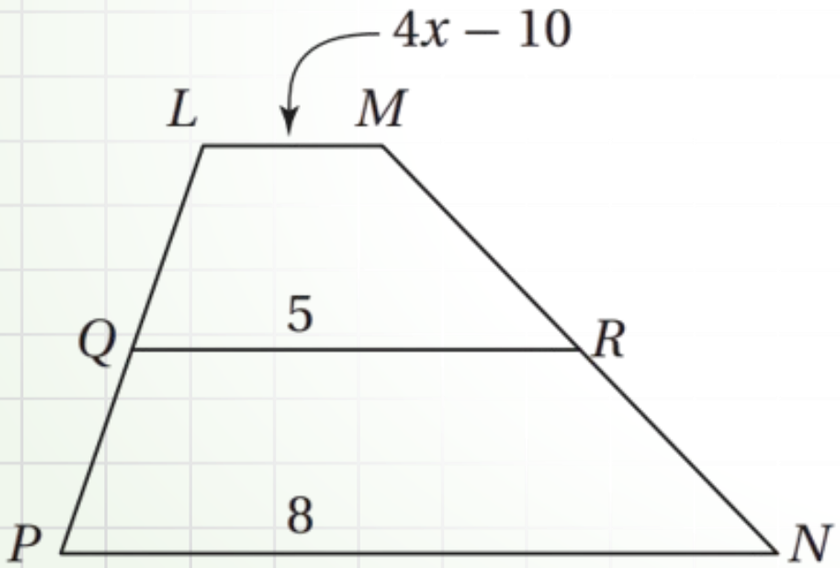
في الشكل المجاور، $\overline{LH}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $FGJK$. ما قيمة x؟



$LH = \frac{1}{2}(FG + KJ)$	نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف
$15 = \frac{1}{2}(x + 18.2)$	بالتعويض
$30 = x + 18.2$	بضرب كلا الطرفين في 2
$11.8 = x$	بطرح 18.2 من كلا الطرفين

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

تحقق ٣ في الشكل أدناه، $\overline{QR}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $LMNP$. ما قيمة x؟



شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

عرض بصري

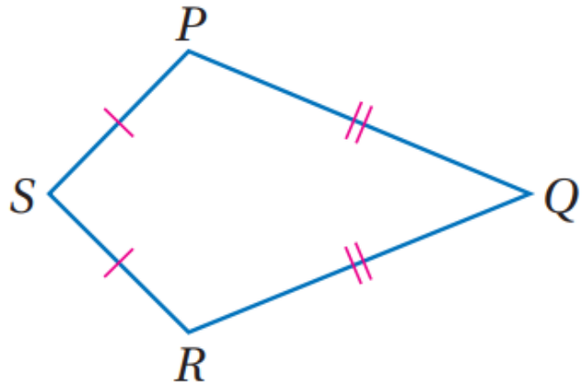
انقر هنا لفتح الفيديو

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

خصائص شكل الطائرة الورقية :



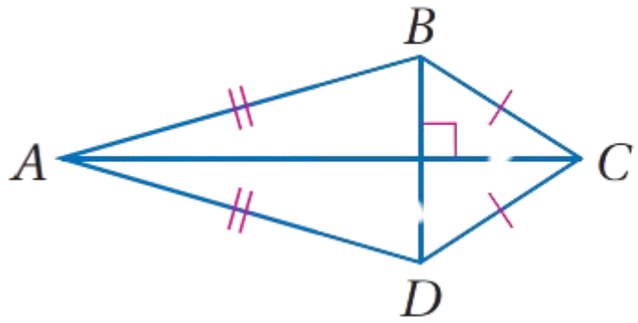
خصائص شكل الطائرة الورقيّة : **شكل الطائرة الورقيّة** هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة. وعلى عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقيّة ليسا متطابقين ولا متوازيين.

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

شكل الطائرة الورقية :

5.25 قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.

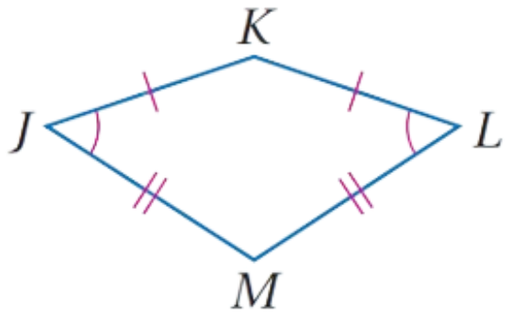
مثال: بما أن $ABCD$ شكل طائرة ورقيّة ،
فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

شكل الطائرة الورقية :

5.26 يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.



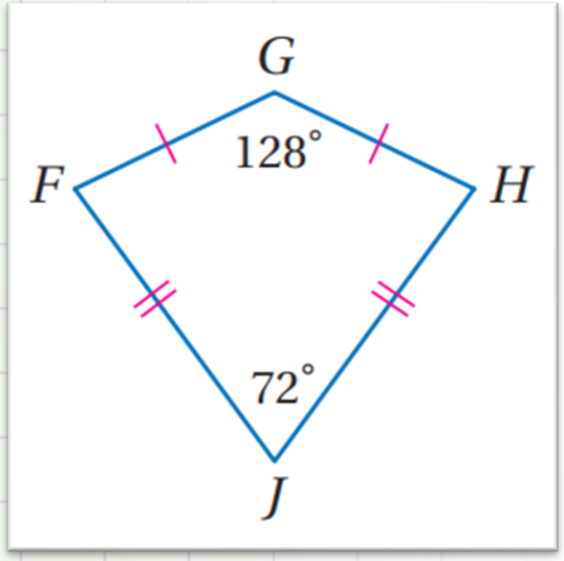
مثال: بما أن $JKLM$ شكل طائرة ورقيّة، فإنّ $\angle K \ncong \angle M$, $\angle J \cong \angle L$.

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

مثال ٤

a) إذا كان $FGHJ$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد $m\angle F$.

في شكل الطائرة الورقيّة زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة،
وبما أن $\angle J \ncong \angle G$ ، فإنّ $\angle F \cong \angle H$؛ لذلك $m\angle F = m\angle H$.
اكتب معادلة وحلّها لإيجاد $m\angle F$.

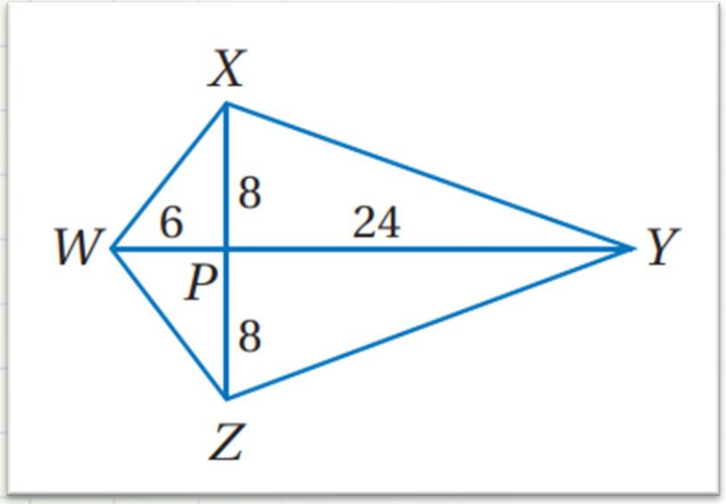


$m\angle F + m\angle G + m\angle H + m\angle J = 360°$	نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع
$m\angle F + 128° + m\angle F + 72° = 360°$	بالتعويض
$2m\angle F + 200° = 360°$	بالتبسيط
$2m\angle F = 160°$	بطرح 200 من كلا الطرفين
$m\angle F = 80°$	بقسمة كلا الطرفين على 2

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

مثال ٤

b) إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد ZY .



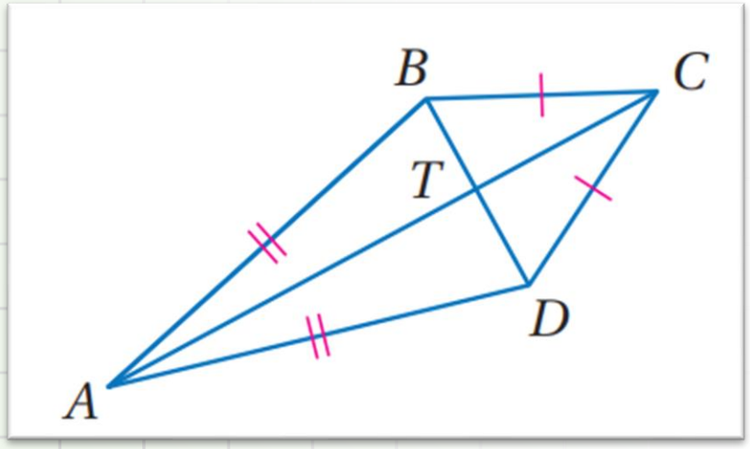
بما أن قطري شكل الطائرة الورقيّة متعامدان فإنهما يقسمانه إلى أربعة مثلثات قائمة الزاوية. استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد ZY ، وهو طول وتر المثلث القائم الزاوية $\triangle YPZ$.

$PZ^2 + PY^2 = ZY^2$	نظرية فيثاغورس
$8^2 + 24^2 = ZY^2$	بالتعويض
$640 = ZY^2$	بالتبسيط
$\sqrt{640} = ZY$	بأخذ الجذر التربيعي الموجب للطرفين
$8\sqrt{10} = ZY$	بالتبسيط

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

تحقق ٤

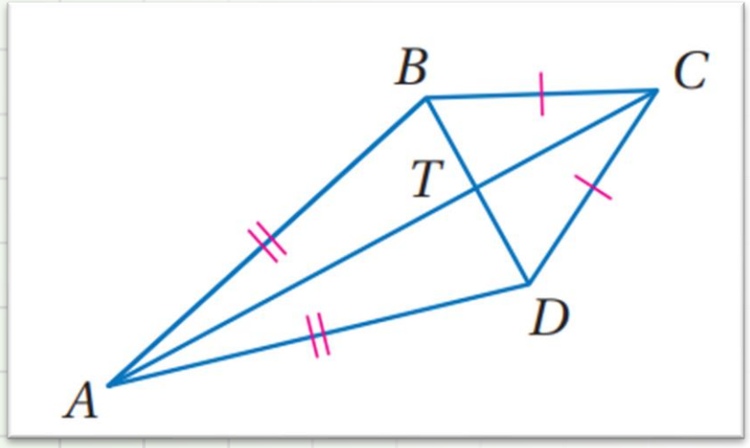
4A) إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية، فيه:
$m\angle BCD = 50^\circ$, $m\angle BAD = 38^\circ$ ، فأوجد $m\angle ADC$.



شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

تحقق ٤

4B) إذا كان $TC = 8$, $BT = 5$ ، فأوجد CD.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

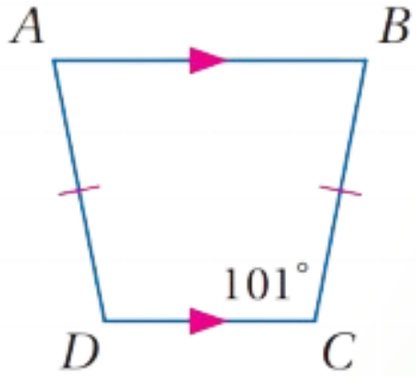
شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد

أوجد القياس المطلوب فى كل من السؤالين الآتيين:

1) $m\angle D$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

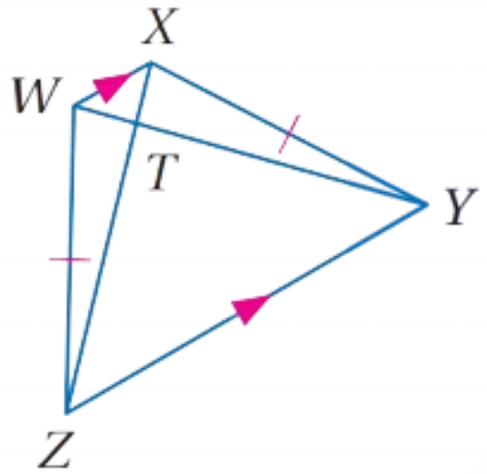
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد

أوجد القياس المطلوب فى كل من السؤالين الآتيين:

2) WT، إذا كان:

$ZX = 20,\ TY = 15$



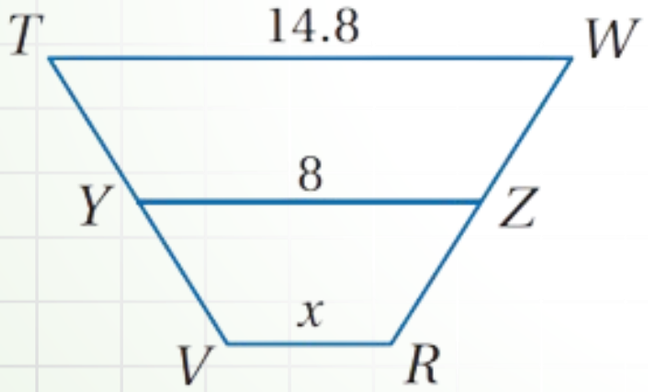
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد

5) **إجابة قصيرة:** في الشكل المجاور: $\overline{YZ}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $TWRV$. أوجد قيمة x.

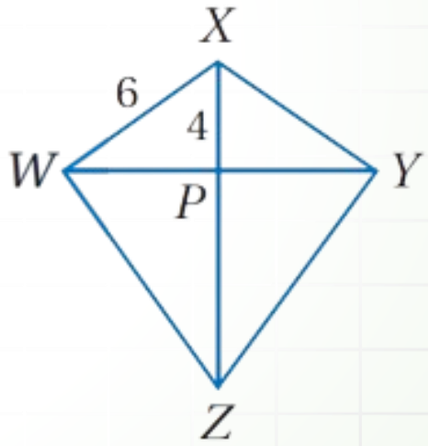


شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

تدرب

إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد القياس المطلوب في كل مما يأتي :

(17 WP

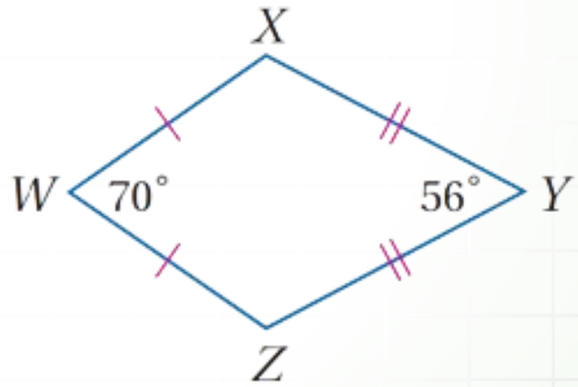


شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

تدرب

إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد القياس المطلوب في كل مما يأتي :

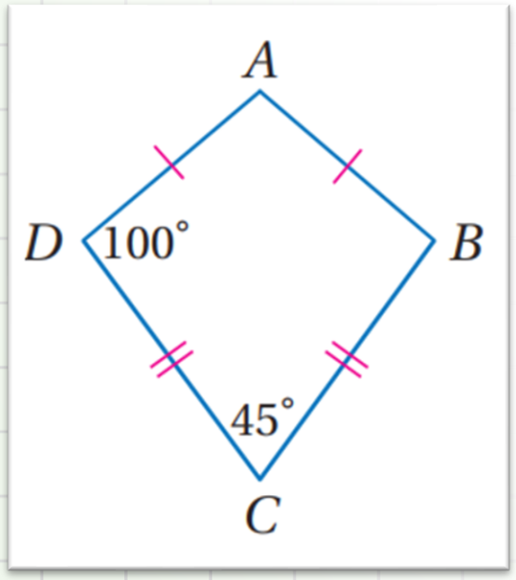
18) $m\angle X$



شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

مهارات التفكير العليا

47) اكتشف الخطأ: أوجد كل من عادل وسعيد $m\angle A$ في شكل الطائرة الورقيّة $ABCD$ المجاور . هل إجابة أي منهما صحيحة؟ وضِّح إجابتك.



عادل

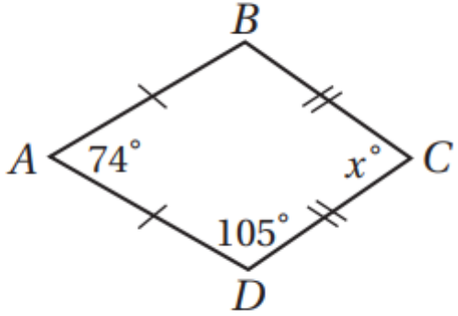
$m\angle A = 115°$

سعيد

$m\angle A = 45°$

تدريب على اختبار

52) إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقيّة، فما قياس $\angle C$؟



53) ما الشكل الذي يمكن أن يكون مثالًا مضادًّا للتخمين الآتي؟

إذا كان قطرا شكل رباعي متطابقين فإنه مستطيل .

A المربّع

B المعين

C متوازي الأضلاع

D شبه المنحرف المتطابق الساقين

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الواجب المنزلي

دمتم بسعادة أحبتي