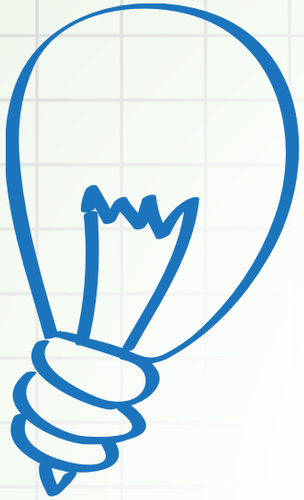
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

المعين و المربع



لا تبدأ يومك بالتفكير بأخطاء الأمس،
بل ابدأ نهارك بالتفكير بما ستكون
قادراً على فعله اليوم.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

المفردات

- ✓ المعين
- ✓ المستطيل

درسنا فيما سبق

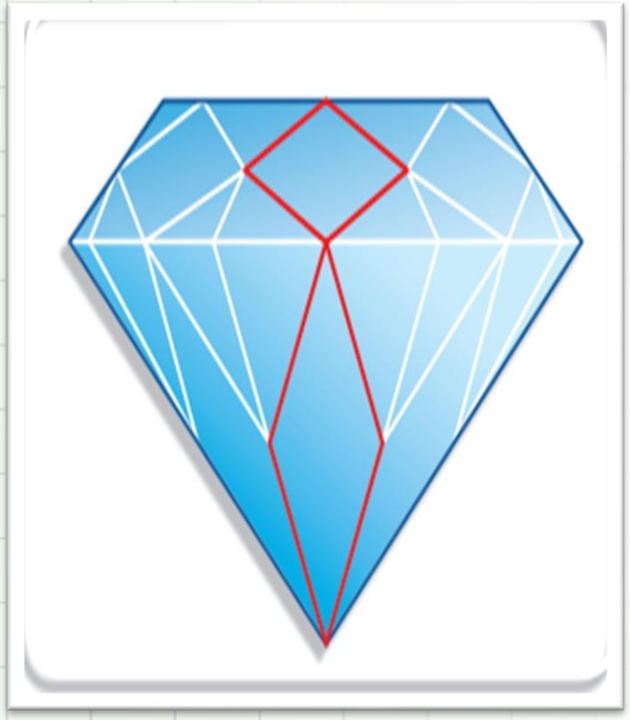
درستُ تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أو مستطيلاً

سنتعلم اليوم

أحدد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً

أتعرف خصائص المعين والمربع و أطبقها

المعين و المربع



لماذا ؟

تصمم الألماسات باستعمال أنماط متكررة من الأشكال الهندسية. إذا صمم فنان الألماسة المجاورة، بحيث تكونت من أنماط متكررة من مثلثات وأشكال رباعية، كيف يمكن تحديد نوع الأشكال الرباعية المحددة باللون الأحمر في الألماسة؟

المعين و المربع

عرض بصري

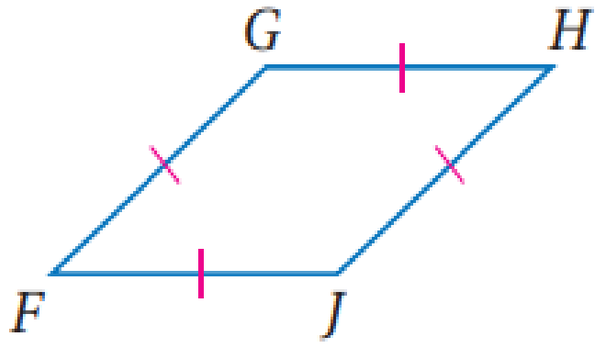
انقر هنا لفتح الفيديو

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

خصائص المعين و المربع :



المعيّن هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة. وللمعيّن جميع خصائص متوازي الأضلاع علاوة على الخاصيتين الواردتين في النظريتين الآتيتين :

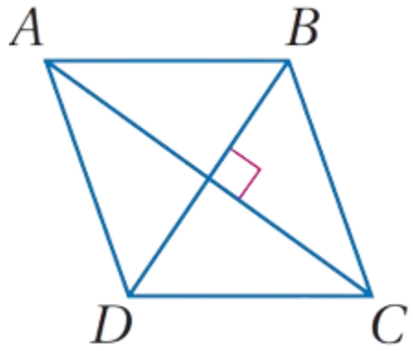
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

قطرا المعين :

5.15 إذا كان متوازي أضلاع معيّنًا، فإنّ قطريه متعامدان.



مثال: إذا كان $\square ABCD$ معيّنًا، فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.

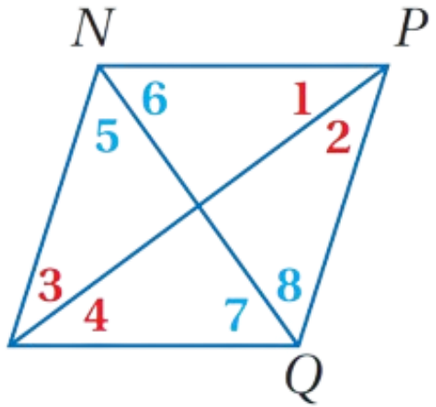
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

قطرا المعين :

5.16 إذا كان متوازي أضلاع معيّنًا فإنّ كل قطر فيه ينصّف كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.



مثال: إذا كان $\square NPQR$ معيّنًا، فإنّ

$$\angle 1 \cong \angle 2 \ , \angle 3 \cong \angle 4 \ , \angle 5 \cong \angle 6 \ , \angle 7 \cong \angle 8$$

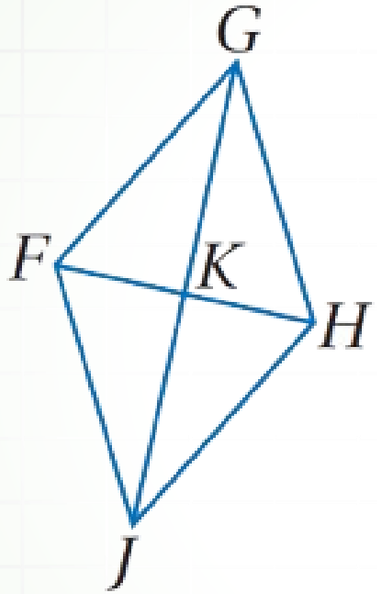
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ١ استعن بالمعيّن $FGHJ$ المبيَّن جانبًا.

a) إذا كان $m\angle FJH = 82^\circ$، فأوجد $m\angle KHJ$.



بما أن $FGHJ$ معيّن، فإنّ القطر $\overline{JG}$ ينصِّف $\angle FJH$.

لذا فإن $m\angle KJH = \frac{1}{2}\, m\angle FJH$. إذن $m\angle KJH = \frac{1}{2}(82^\circ) = 41^\circ$

وبما أن قطري المعيّن متعامدان، فإنّ $m\angle JKH = 90^\circ$ بحسب تعريف المستقيمين المتعامدين.

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$m\angle KJH + m\angle JKH + m\angle KHJ = 180^\circ$

بالتعويض

$41^\circ + 90^\circ + m\angle KHJ = 180^\circ$

بالتبسيط

$131^\circ + m\angle KHJ = 180^\circ$

بطرح 131° من كلا الطرفين

$m\angle KHJ = 49^\circ$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ١

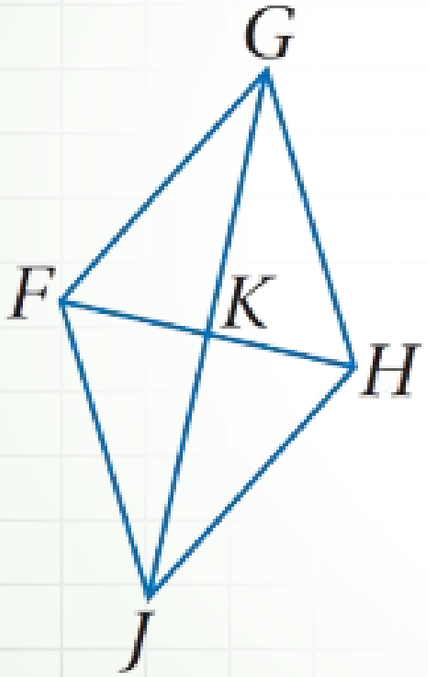
b) **جبر:** إذا كان $GH = x + 9 \, , \, JH = 5x - 2$ ، فأوجد قيمة x.

$\overline{GH} \cong \overline{JH}$	تعريف المعين
$GH = JH$	تعريف تطابق القطع المستقيمة
$x + 9 = 5x - 2$	بالتعويض
$9 = 4x - 2$	بطرح x من كلا الطرفين
$11 = 4x$	بجمع 2 لكلا الطرفين
$2.75 = x$	بقسمة كلا الطرفين على 4

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

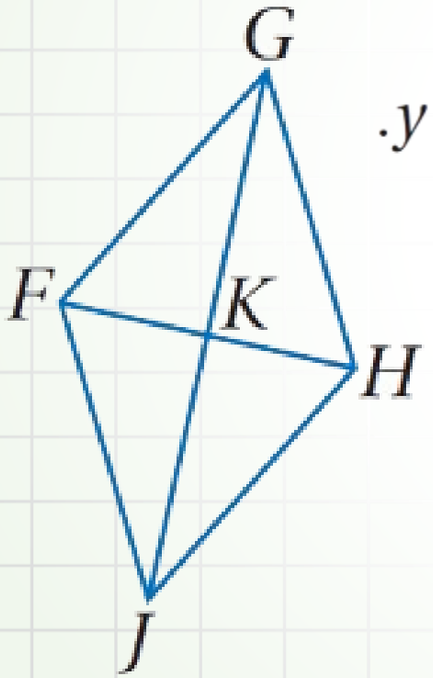


تحقق ١ استعن بالمعيّن ***FGHJ*** أعلاه.

1A) إذا كان $FG = 13, FK = 5$، فأوجد KJ.

المعين و المربع

تحقق ١ استعن بالمعيّن ***FGHJ*** أعلاه.



1B) جبر: إذا كان $m\angle KFG = (9y - 5)^\circ$, $m\angle JFK = (6y + 7)^\circ$، فأوجد قيمة y.

المعين و المربع

عرض بصري

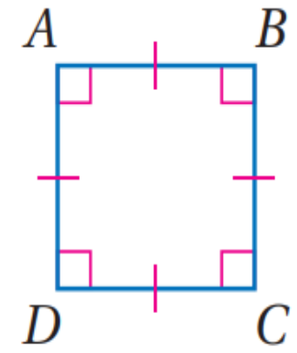
انقر هنا لفتح الفيديو

المعين و المربع

المربع :

المربّع هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم. تذكّر أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قوائم يكون مستطيلًا، ومتوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة يكون معيّنًا؛ لذا فعندما يكون متوازي الأضلاع معيّنًا وإحدى زواياه قائمة فإنّه يكون مربّعًا أيضًا، وعليه فإن المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعيّن.

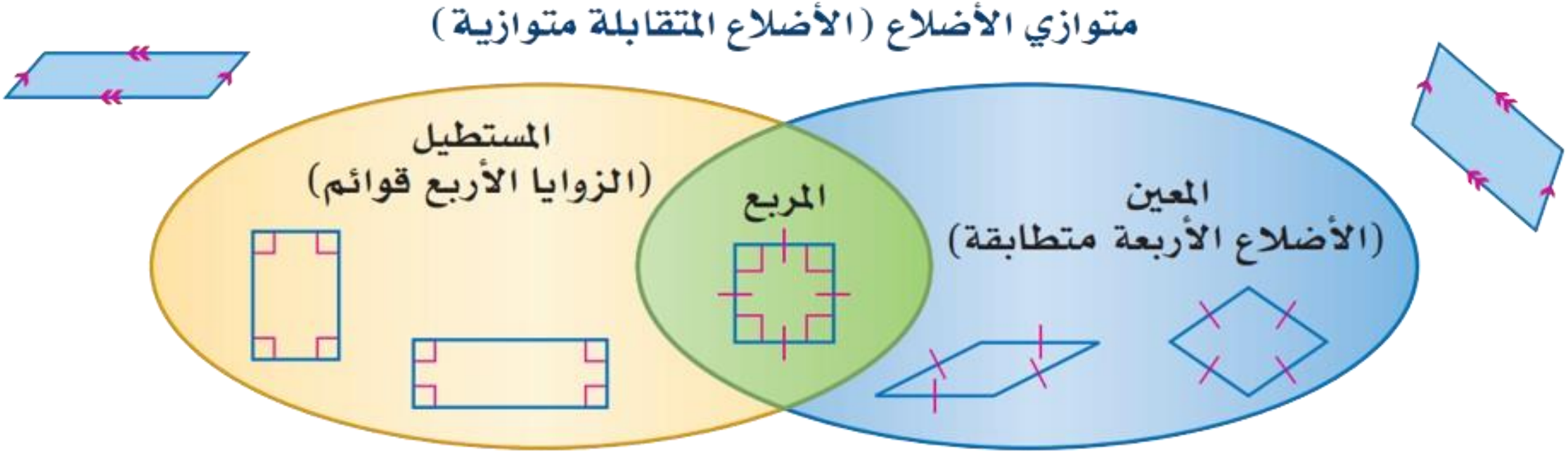
ويلخص شكل ڤن الآتي العلاقة بين متوازي الأضلاع والمعيّن والمربّع والمستطيل.



المربع $ABCD$

المعين و المربع

ملخص المفاهيم :



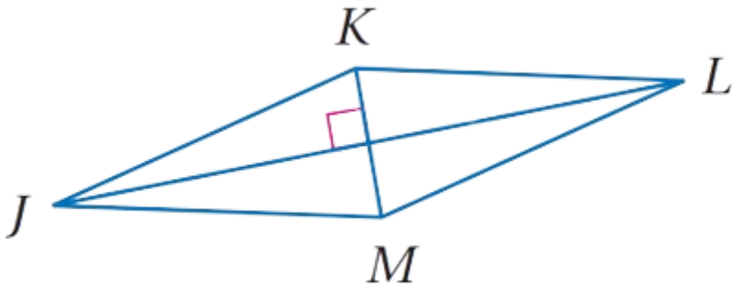
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الشروط الكافية للمعين و المربع :

5.17 إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنّه معيّن. (عكس النظرية 5.15)



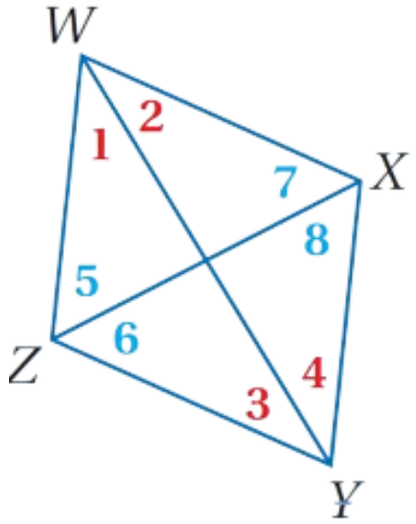
مثال: إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ ، فإنّ $\square JKLM$ معيّن.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الشروط الكافية للمعين و المربع :



5.18 إذا نصَّف قطر متوازي أضلاع كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما، فإن متوازي الأضلاع يكون معيّنًا. (عكس النظرية 5.16)

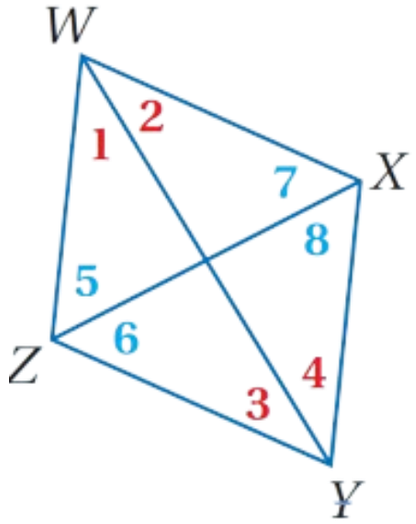
مثال: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 4 \cong \angle 3$, $\angle 2 \cong \angle 1$،
أو $\angle 8 \cong \angle 7$, $\angle 6 \cong \angle 5$ ،
فإنّ $\square WXYZ$ معيّن.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الشروط الكافية للمعين و المربع :



5.18 إذا نصَّف قطر متوازي أضلاع كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما، فإن متوازي الأضلاع يكون معيّنًا. (عكس النظرية 5.16)

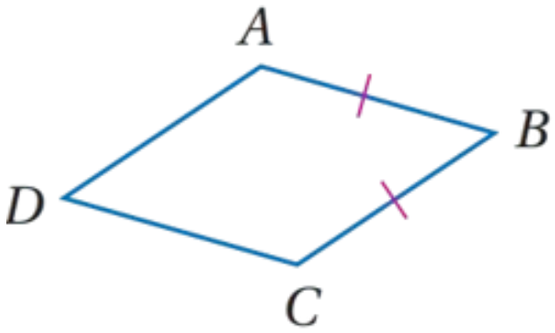
مثال: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 4 \cong \angle 3$, $\angle 2 \cong \angle 1$،
أو $\angle 8 \cong \angle 7$, $\angle 6 \cong \angle 5$ ،
فإنّ $\square WXYZ$ معيّن.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الشروط الكافية للمعين و المربع :



5.19 إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه معيّن.

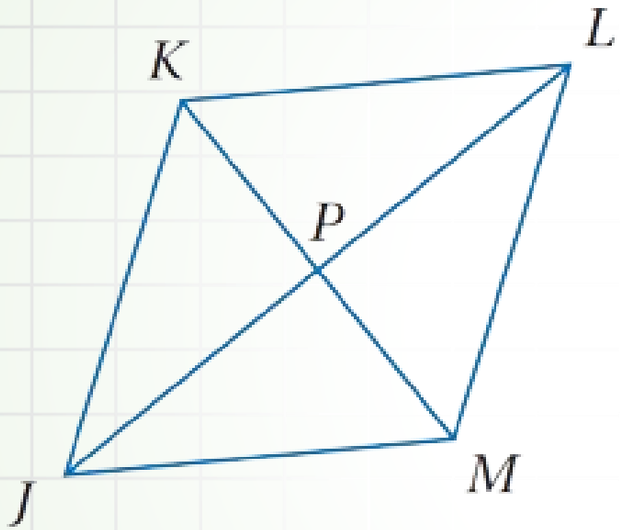
مثال: إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، فإنّ $\square ABCD$ معيّن.

5.20 إذا كان الشكل الرباعي مستطيلا ومعينًا فإنه مربّع.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE



مثال ٢

اكتب برهانًا حرًّا.

المعطيات: $JKLM$ متوازي أضلاع.

$\triangle JKL$ متطابق الضلعين.

المطلوب: $\square JKLM$ معيّن.

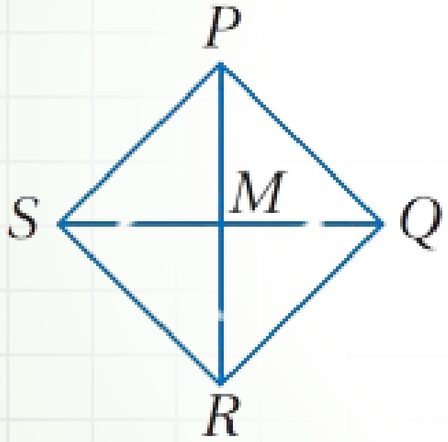
بما أنّ $\triangle JKL$ متطابق الضلعين، فإنّ $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ بحسب التعريف، وهذان الضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع $JKLM$ ، لذا وبحسب النظرية 5.19، يكون $\square JKLM$ معيّنًا.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

المعين و المربع

تحقق ٢

2) اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات: $\overline{SQ}$ عمود منصّف لِـ $\overline{PR}$.

$\overline{PR}$ عمود منصّف لِـ $\overline{SQ}$.

$\triangle RMS$ متطابق الضلعين.

المطلوب: $PQRS$ مربّع.

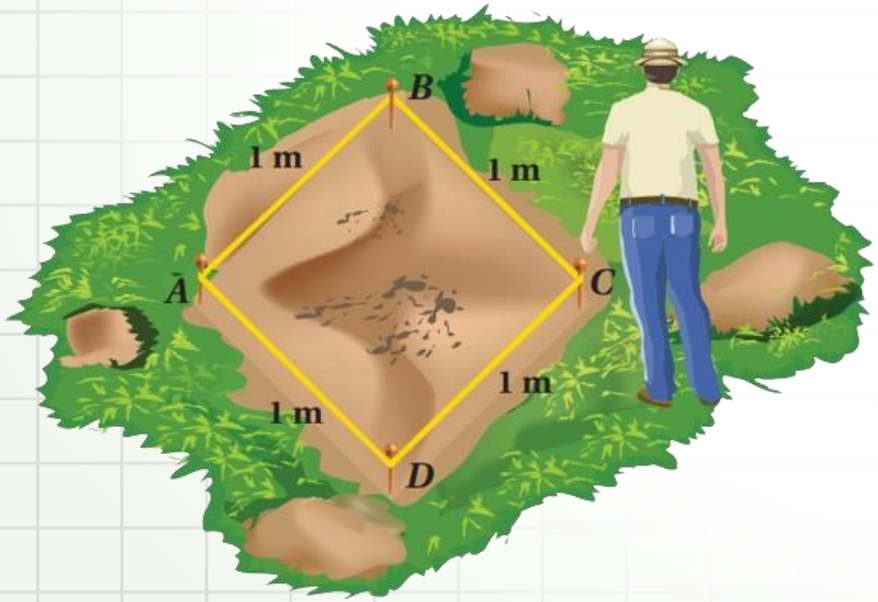
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٣

علم الآثار: مفتاح الكشف الناجح عن الآثار هو وضع خريطة دقيقة لموقع البحث. كيف يمكن لعالم الآثار في الصورة أدناه أن يتحقق من أن منطقة بحثه هي مربع طول ضلعه **1 m** مستعملًا الحبل وشريط القياس فقط؟



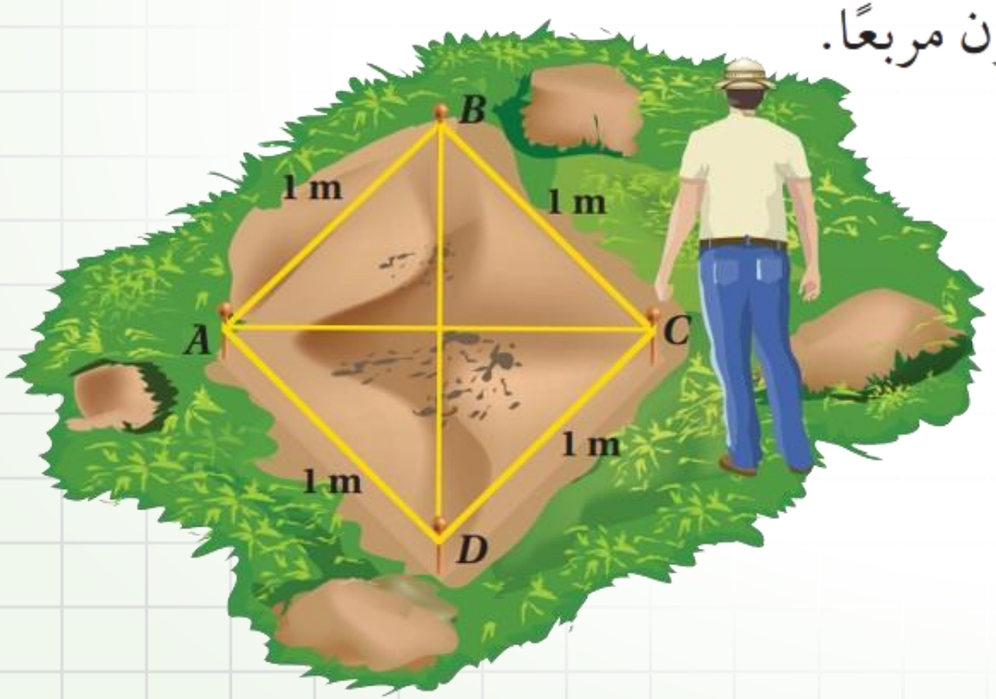
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٣

طول كل من أضلاع الشكل الرباعي $ABCD$ يساوي 1 m. وبما أن كل ضلعين متقابلين متطابقان، فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع. وبما أن أضلاع $ABCD$ المتتالية متطابقة فإنّه معيّن. وإذا استطاع عالم الآثار بيان أنّ $\square ABCD$ مستطيل أيضًا فإنّه بحسب النظرية 5.20، يكون مربعًا.

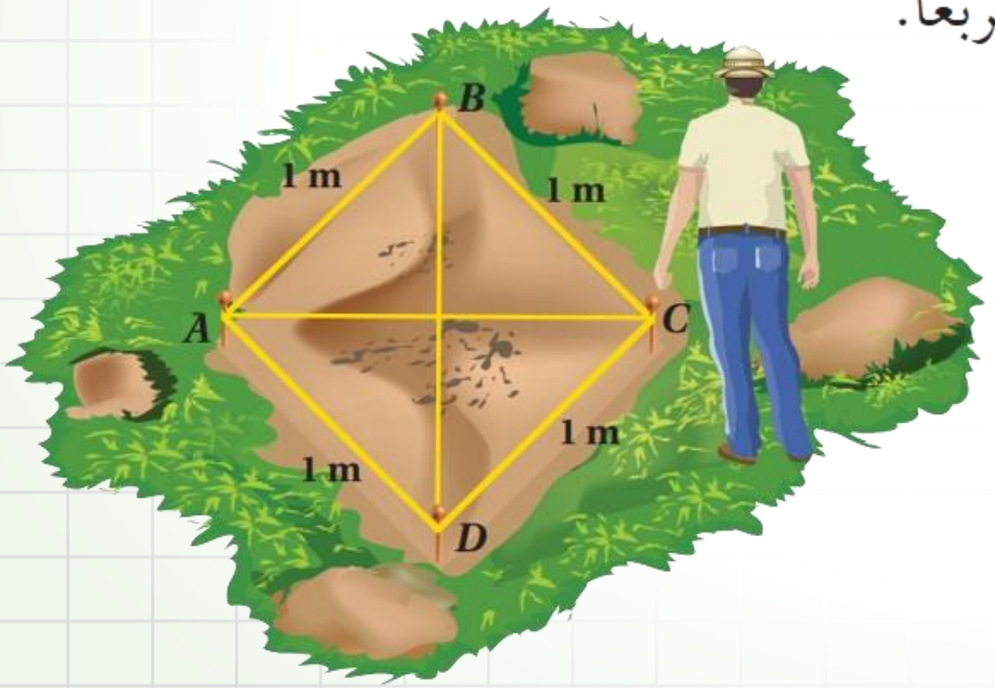


مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

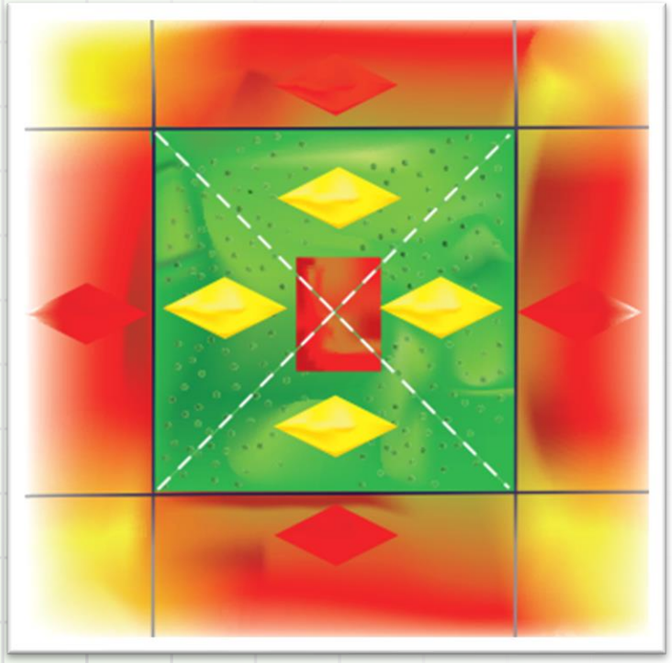
مثال ٣ إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه مستطيل؛ لذا يمكن لعالم الآثار استعمال الحبل لقياس طولي القطرين، فإذا وجدهما متساويين، فإن $\square ABCD$ يكون مربّعًا.



المعين و المربع

تحقق ٣

خياطة : خاطت كوثر غطاء طاولة باستعمال قطع ملونة من القماش كما في الرسم المجاور.

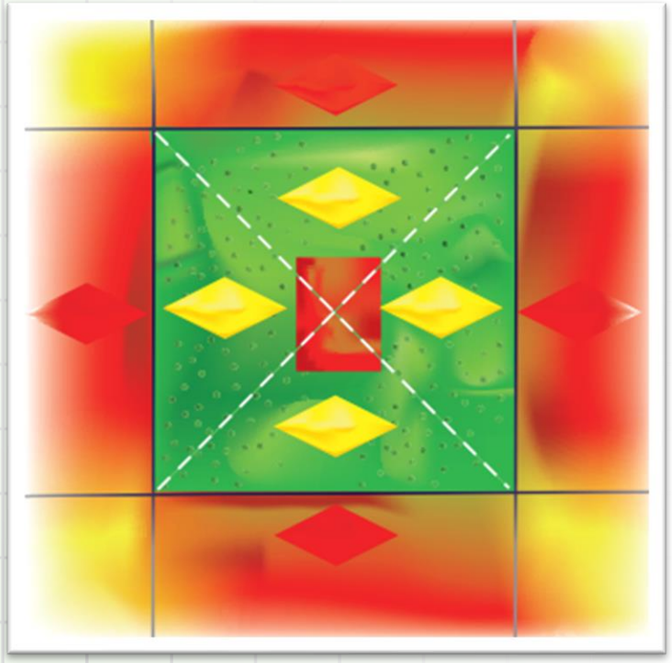


A) رسمت كوثر قطري كل من القطع الصفراء فوجدت أنهما متعامدان، هل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء معيّن؟ وضِّح إجابتك.

المعين و المربع

تحقق ٣

B) إذا كانت الزوايا الأربع للقطعة الخضراء متساوية القياس، والضلعان الأيسر والسفلي متساويي الطول، فهل يمكنها استنتاج أن القطعة الخضراء مربّع؟ وضّح إجابتك.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤

هندسة إحداثيّة: حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(-7, -2)$، $K(0, 4)$، $L(9, 2)$، $M(2, -4)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

افهم:

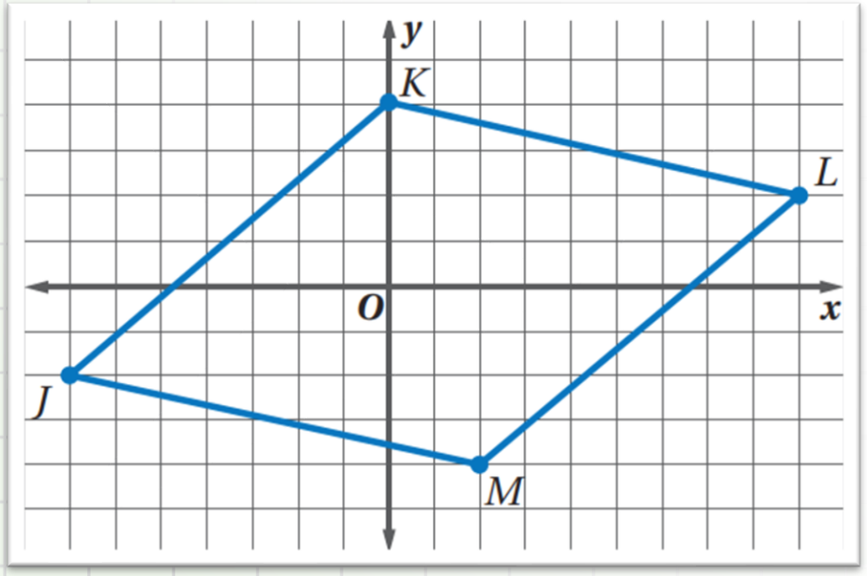
المعطيات: $\square JKLM$ إحداثيات رؤوسه:

$J(-7, -2)$ ، $K(0, 4)$ ، $L(9, 2)$ ،

$M(2, -4)$.

المطلوب: إثبات أن $\square JKLM$ هو معين أو مستطيل أو مربع.

عيّن الرؤوس على المستوى الإحداثي وصل بينها.



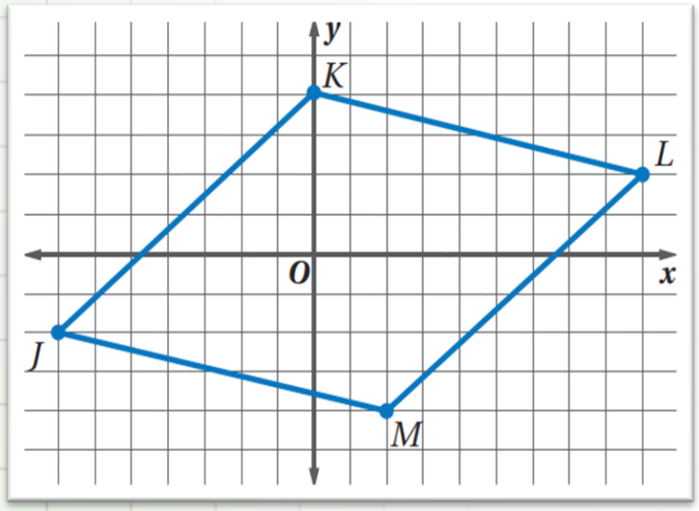
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤

هندسة إحداثيّة: حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(-7, -2)$، $K(0, 4)$، $L(9, 2)$، $M(2, -4)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.



يظهر من الرسم أن أضلاع $\square JKLM$ متطابقة. ولكنّ زواياه ليست قوائم؛ لذا يبدو أنّه معيّن وليس مربّعًا أو مستطيلًا.

إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه مستطيل. وإذا كانا متعامدين فإنّه معيّن. وإذا كانا متطابقين ومتعامدين فإنه مستطيل ومعيَن؛ أيّ أنّه مربّع.

أولًا: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

خطط: إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه مستطيل. وإذا كانا متعامدين فإنّه معيّن. وإذا كانا متطابقين ومتعامدين فإنه مستطيل ومعيّن؛ أيّ أنّه مربّع.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤

هندسة إحداثيّة: حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(-7, -2)$، $K(0, 4)$، $L(9, 2)$، $M(2, -4)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

حل: أولًا: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$KM = \sqrt{(2-0)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

$$JL = \sqrt{[9-(-7)]^2 + [2-(-2)]^2} = \sqrt{272} = 4\sqrt{17}$$

بما أن $4\sqrt{17} \neq 2\sqrt{17}$، فإن القطرين ليسا متطابقين؛ لذا $\square JKLM$ ليس مستطيلًا.
وبما أنه ليس مستطيلًا فإنّه ليس مربّعًا أيضًا.

المعين و المربع

مثال ٤

هندسة إحداثيّة : حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(-7, -2)$، $K(0, 4)$، $L(9, 2)$، $M(2, -4)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

ثانيًا: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدين.

ميل $\overline{KM}$: $\dfrac{-4-4}{2-0} = \dfrac{-8}{2} = -4$

ميل $\overline{JL}$: $\dfrac{2-(-2)}{9-(-7)} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$

وبما أن حاصل ضرب الميلين يساوي -1، فإن القطرين متعامدان؛ لذا فإن $\square JKLM$ معيّن.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤

هندسة إحداثيّة: حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(-7, -2)$، $K(0, 4)$، $L(9, 2)$، $M(2, -4)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

تحقق:

$$JK = \sqrt{[4 - (-2)]^2 + [0 - (-7)]^2} = \sqrt{85}$$

$$KL = \sqrt{(9 - 0)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{85}$$

لذا فإن $\square JKLM$ معيّن بحسب النظرية 5.20 .

ميل $\overline{JK}$ يساوي $\frac{4 - (-2)}{0 - (-7)}$ أو $\frac{6}{7}$، وميل $\overline{KL}$ يساوي $\frac{2 - 4}{9 - 0}$ أو $-\frac{2}{9}$

وبما أن حاصل ضرب هذين الميلين لا يساوي -1، فإن الضلعين المتتاليين $\overline{JK}$ و $\overline{KL}$

غير متعامدين؛ لذا فإن $\angle JKL$ ليست قائمة؛ إذن $\square JKLM$ ليس مستطيلًا ولا مربّعًا. ✔

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تحقق ٤

حدِّد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(5, 0), K(8, -11), L(-3, -14), M(-6, -3)$ ، معيّنًا أو مستطيلًا أو مربّعًا ؟ اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

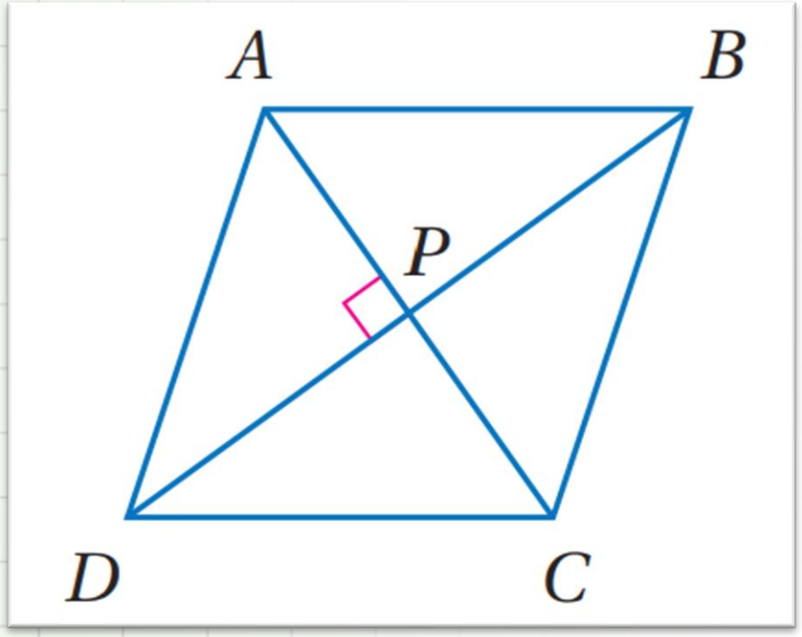
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعين و المربع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد

جبر: استعن بالمعين $ABCD$ المبيَّن جانبًا.



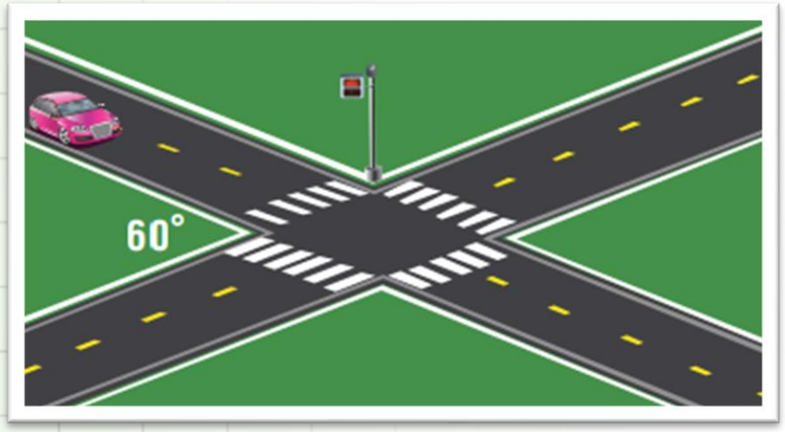
7) إذا كان $AB = 14$، فأوجد BC.

8) إذا كان $m\angle BCD = 118^\circ$، فأوجد $m\angle BAC$.

المعين و المربع

تدرب

14) **طرق:** يتقاطع طريقان كما في الشكل. إذا كانت ممرّات المشاة لها الطول نفسه، فصنّف الشكل الرباعيّ المكوّن من هذه الممرات. ووضّح تبريرك.



المعين و المربع

تدرب

هندسة إحداثيّة : حدِّد ما إذا كان $\square JKLM$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. ووضِّح إجابتك.

17 $J(-3, -2), K(2, -2), L(5, 2), M(0, 2)$

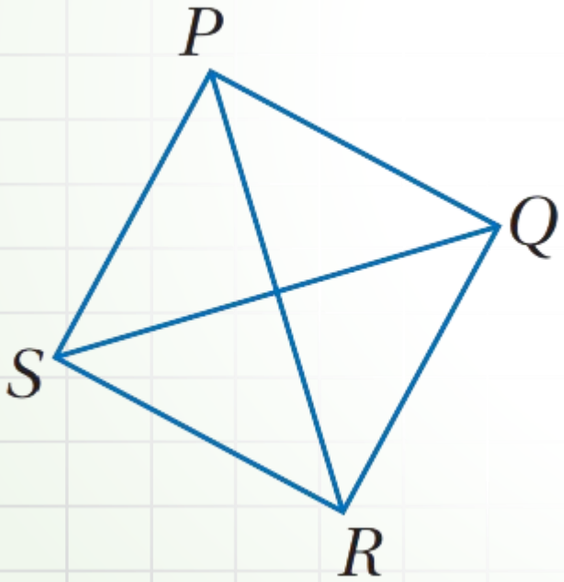
المعين و المربع

مهارات التفكير العليا

37) اكتشف الخطأ: في الشكل الرباعي $SRQP$ المبيَّن جانبًا، $\overline{QS} \cong \overline{PR}$.

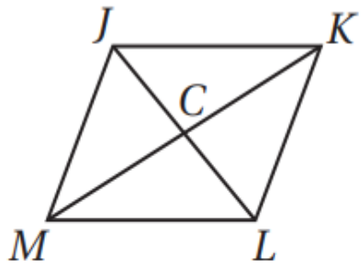
قال محمد: إن الشكل مربّع. بينما قال إبراهيم: إنه معيّن.

هل أي منهما على صواب؟ وضّح تبريرك.



تدريب على اختبار

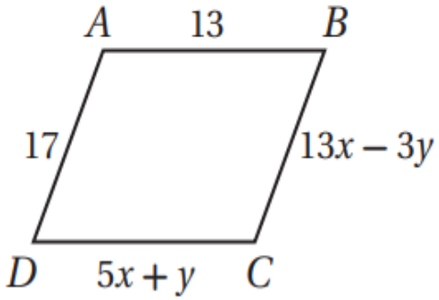
42) في المعين $JKLM$ ، إذا كان $CK = 8$ ، $JK = 10$ ، فأوجد JC.



A 4 **B** 6

C 8 **D** 10

43) جبر: ما قيمة كل من x , y بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع؟



A $x = 3, y = 2$

B $x = \frac{3}{2}, y = -1$

C $x = 2 , y = 3$

D $x = 3 , y = -1$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الواجب المنزلي

دمتم بسعادة أحبتي