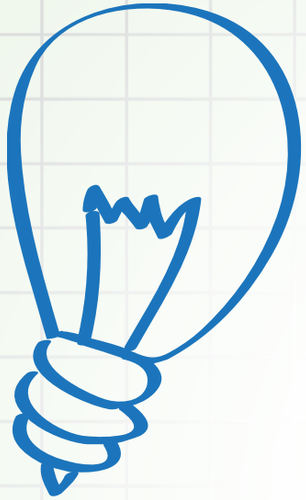
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

زوايا المضلع



"لا تتسلق الجبال ليراك العالم
تسلقها لترى أنت العالم"

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

درسنا فيما سبق

درستُ أسماء المضلعات

وتصنيفها

سنتعلم اليوم

أجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع ، وأستعمله.

أجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع ، وأستعمله.

المفردات

✓ القطر

زوايا المضلع

لماذا ؟

تنتج عاملات النحل اليافعة شمعا تشكله بعناية نحلات أخريات . على صورة إلا أنها تتحمل ثقلاً ٠,١mm خلايا سداسية ، ومع أن سُمك جدران الخلايا يعادل ٢٥ مثل وزنها ، وتشكل جدران الخلايا الزاوية نفسها عند كل التقاء ،وقياس هذه الزاوية يساوي قياس الزاوية الداخلية للسداسي المنتظم.

ما عدد الزوايا الداخلية لكل خلية ؟

ماذا نستفيد من كون الخلية على شكل سداسي منتظم بالنسبة لقياس الزوايا الداخلية فيها؟

قارن بين الزوايا الداخلية لكل خلية و الزوايا الداخلية لجميع الخلايا ؟

زوايا المضلع

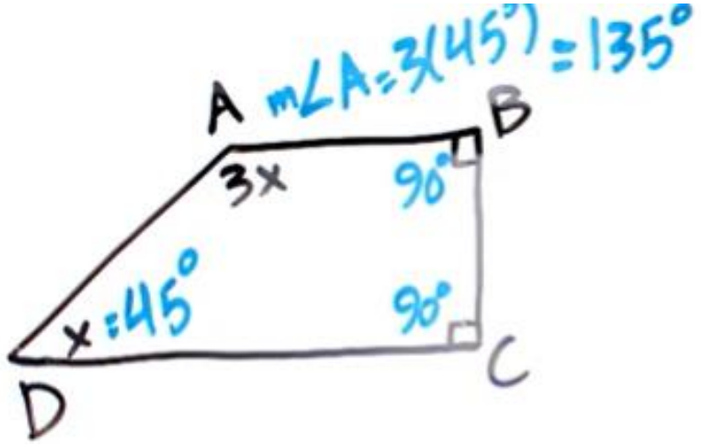
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

عرض بصري

انقر هنا لفتح الفيديو

مثال1 ص 13:

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للرباعي المجاور



$m\angle A = 3(45^\circ) = 135^\circ$

مجموع قياسات الزوايا الداخلية

$(n-2)180^\circ$

$(4-2)180^\circ$

$= 360^\circ$

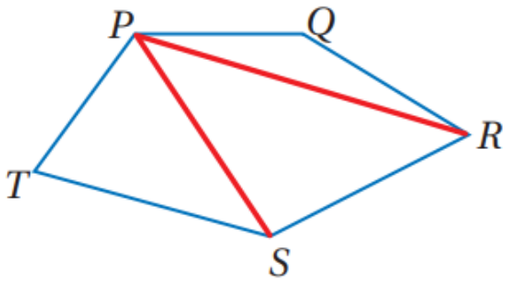
$135^\circ + 45^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

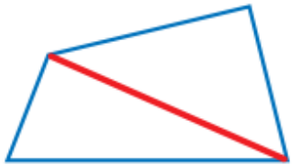
مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع : قطر المضلع هو قطعة مستقيمة تصل بين أي رأسين غير متتاليين فيه.

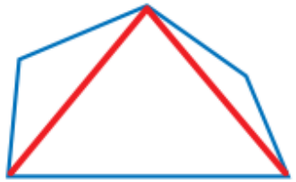


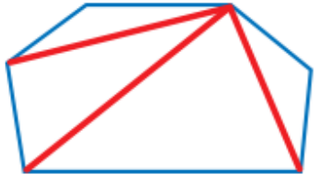
رأسا المضلع $PQRST$ غير التاليين للرأس P هما R, S ؛
لذا فالمضلع $PQRST$ له قطران من الرأس P هما $\overline{PS}, \overline{PR}$.
لاحظ أن هذين القطرين يقسمان الشكل الخماسي إلى ثلاثة مثلثات.

مجموع قياسات زوايا المضلع يساوي مجموع قياسات زوايا المثلثات التي تتشكّل عند رسم جميع الأقطار الممكنة من أحد الرؤوس

مثلث

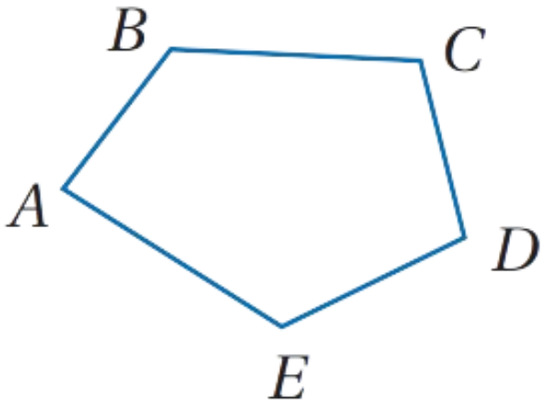

رباعي


خماسي


سداسي

زوايا المضلع

مجموع قياسات الزاوية الداخلية لمضلع محدب :



مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه n يساوي $S = (n-2)180$

مثال :

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle E = (5-2)180 = 540$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

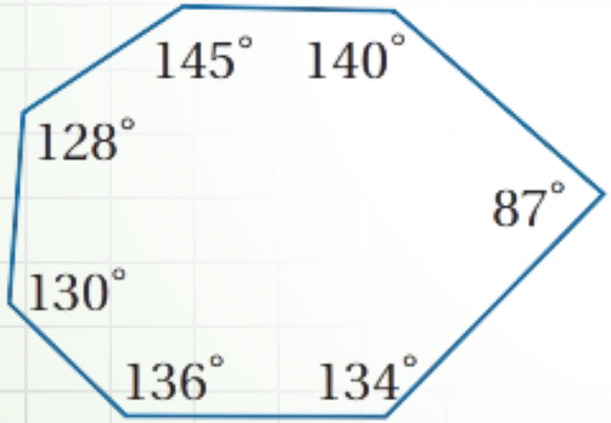
مثال ١ أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للسباعي المحدّب.

السباعي المحدب له سبعة أضلاع. استعمل النظرية 5.1 ؛ لإيجاد مجموع قياسات زواياه الداخليّة.

$(n-2)\cdot 180^\circ = (7-2)\cdot 180^\circ$ $\qquad n = 7$

$= 5\cdot 180^\circ = 900^\circ$ **بالتبسيط**

إذن فمجموع قياسات الزوايا الداخليّة للسباعي المحدّب يساوي 900°.



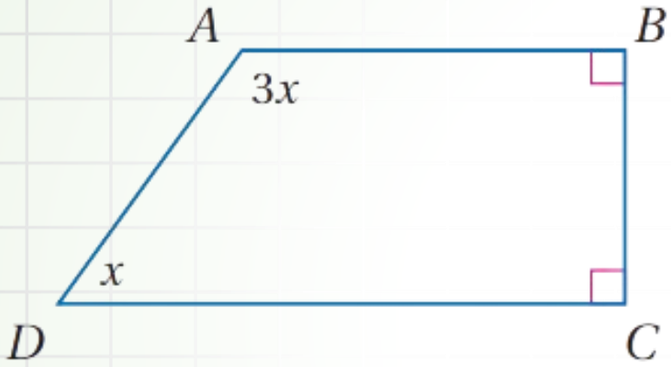
تحقق: ارسم سباعيًّا محدّبًا، واستعمل المنقلة لقياس كل زاوية داخليّة مقربًا إلى أقرب درجة، ثم أوجد مجموع هذه القياسات.

✓ $128^\circ + 145^\circ + 140^\circ + 87^\circ + 134^\circ + 136^\circ + 130^\circ = 900^\circ$

زوايا المضلع

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال 1 **جبر:** أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للرباعي المجاور.



الخطوة 1: أوجد قيمة x.

بما أن للشكل الرباعي 4 زوايا، فإن مجموع قياسات زواياه الداخليّة يساوي $(4-2)\cdot 180 = 360$.

$360^\circ = m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D$ مجموع قياسات الزوايا الداخليّة

$360^\circ = 3x + 90^\circ + 90^\circ + x$ بالتعويض

$360^\circ = 4x + 180^\circ$ بتجميع الحدود المتشابهة

$180^\circ = 4x$ بطرح 180° من كلا الطرفين

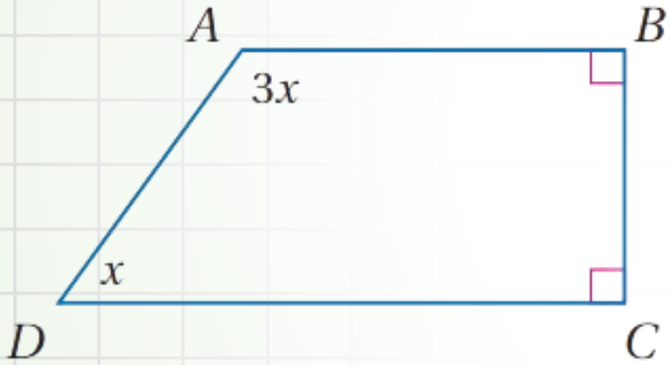
$45^\circ = x$ بقسمة كلا الطرفين على 4

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال 1 **جبر:** أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للرباعي المجاور.



الخطوة 2: استعمل قيمة x لإيجاد قياس كل زاوية.

$m\angle D = x$
$= 45^\circ$

$m\angle B = 90^\circ$

$m\angle C = 90^\circ$

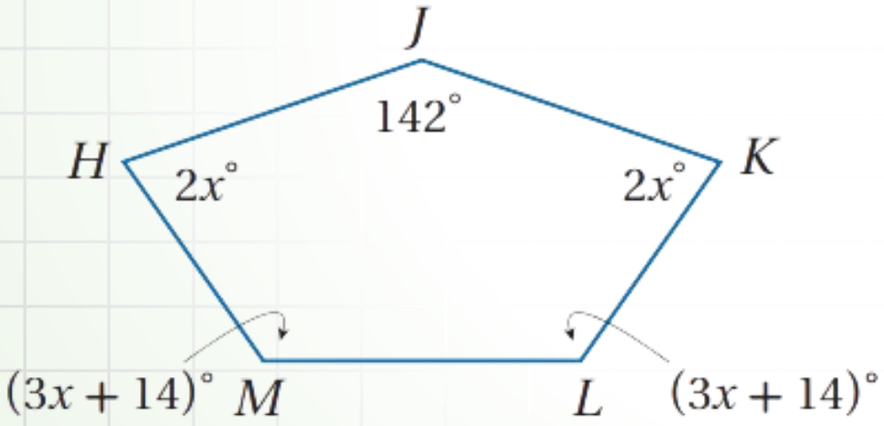
$m\angle A = 3x$
$= 3(45^\circ)$
$= 135^\circ$

تحقق: اكتب قياسات الزوايا الداخلية للرباعي، ثم أوجد مجموع هذه القياسات.

$90^\circ, 90^\circ, 45^\circ, 3(45^\circ) = 135^\circ$

$90^\circ + 90^\circ + 45^\circ + 135^\circ = 360^\circ$ ✓

زوايا المضلع



1A) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للثماني المحدّب.

1B) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للخماسي المجاور.

زوايا المضلع

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تحقق ٢

لإيجاد قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم :

$$\frac{(n-2)\cdot 180}{n}$$

2A) سجاد : أوجد قياس الزاوية الداخلية لسجادة على شكل ثماني منتظم.

2B) نوافير. تزيِّن النوافير الأماكن العامة، ويقام بعضها على شكل مضلعات منتظمة. أوجد قياس الزاوية الداخلية لنافورة على شكل تساعي منتظم.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٣ إذا كان قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم يساوي $135°$، فأوجد عدد أضلاعه .

افترض أن عدد أضلاع المضلع يساوي n. وبذلك يكون مجموع قياسات زواياه الداخليّة $135n$ ؛ لأن جميع الزوايا الداخليّة للمضلع المنتظم متطابقة. وبناءً على نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخليّة يمكن التعبير أيضًا عن مجموع قياسات الزوايا الداخليّة بالعبارة $S = (n - 2) \cdot 180$.

$135°n = (n \quad 2) \cdot 180°$	كتابة معادلة
$135°n = 180°n - 360°$	خاصية التوزيع
$-45°n = -360°$	بطرح $180n$ من كلا الطرفين
$n = 8$	بقسمة كلا الطرفين على -45

إذن للمضلع 8 أضلاع.

قانون اخر :

$$n = \frac{360}{180 - x}$$

(الزاوية الداخلية المعلومة)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تحقق ٣ إذا كان قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم يساوي 144°، فأوجد عدد أضلاعه.

$$n = \frac{360}{180 - x}$$

(الزاوية الداخلية المعلومة)

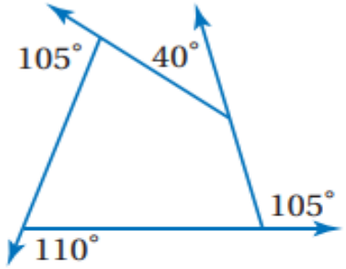
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

زوايا المضلع

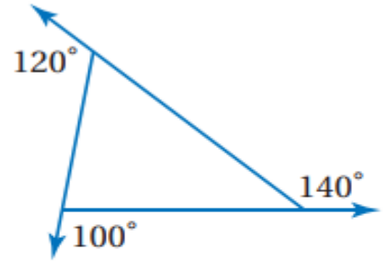
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع :

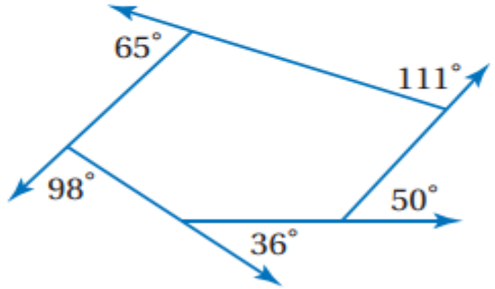
مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع: هل توجد علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدّب ومجموع قياسات زواياه الخارجية؟ انظر المضلعات أدناه التي أُعطي في كل منها قياس زاوية خارجية عند كل رأس.



$105^\circ + 110^\circ + 105^\circ + 40^\circ = \mathbf{360^\circ}$



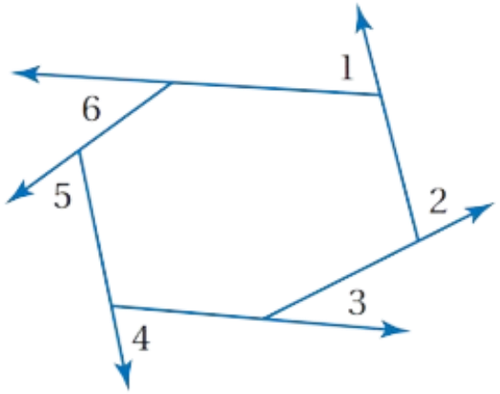
$120^\circ + 100^\circ + 140^\circ = \mathbf{360^\circ}$



$65^\circ + 98^\circ + 36^\circ + 50^\circ + 111^\circ = \mathbf{360^\circ}$

زوايا المضلع

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع :



مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع المحدب يأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360

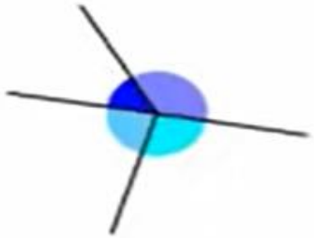
مثال :

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360$$

زوايا المضلع

عرض بصري

انقر هنا لفتح
الفيديو

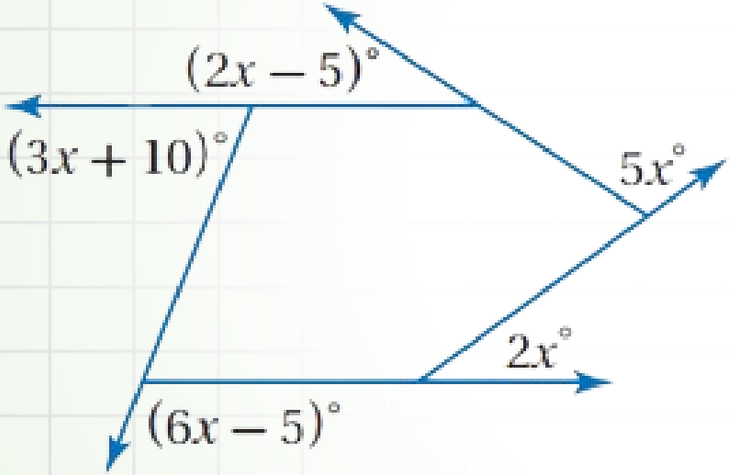


مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤ **جبر:** أوجد قيمة x في الشكل المجاور .



استعمل نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع لكتابة معادلة ، ثمّ حُلّها لإيجاد قيمة x.

$$(2x-5)^\circ + 5x^\circ + 2x^\circ + (6x-5)^\circ + (3x+10)^\circ = 360^\circ$$

$$(2x+5x+2x+6x+3x)^\circ + [-5+(-5)+10]^\circ = 360^\circ$$

$$18x^\circ = 360^\circ$$

$$x^\circ = \frac{360^\circ}{18} = 20$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤ أوجد قياس الزاوية الخارجيّة للتساعي المنتظم.

تتطابق الأضلاع والزوايا الداخلية في التساعي المنتظم وتكون الزوايا الخارجية متطابقة لأن المكملات للزوايا المتطابقة تكون متطابقة أيضًا.

افترض أن قياس كل زاوية خارجيّة يساوي x ، ثم اكتب معادلة وحلّها.

$9x = 360^\circ$ نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

$x = 40^\circ$ بقسمة كلا الطرفين على 9

إذن قياس كل زاوية خارجيّة للمضلع التساعي المنتظم يساوي 40.

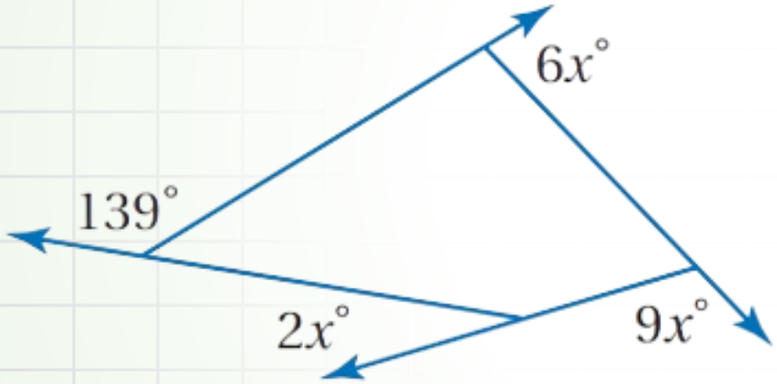
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تحقق

4A) أوجد قيمة x في الشكل المجاور .



4B) أوجد قياس الزاوية الخارجيّة لمضلع منتظم ذي 12 ضلعًا.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لكل من المضلعين المحدبين الآتيين:

1) العشاري

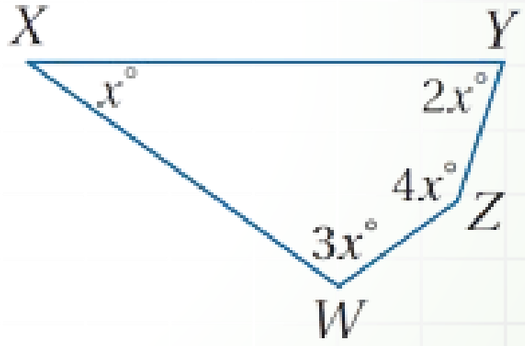
2) الخماسي

زوايا المضلع

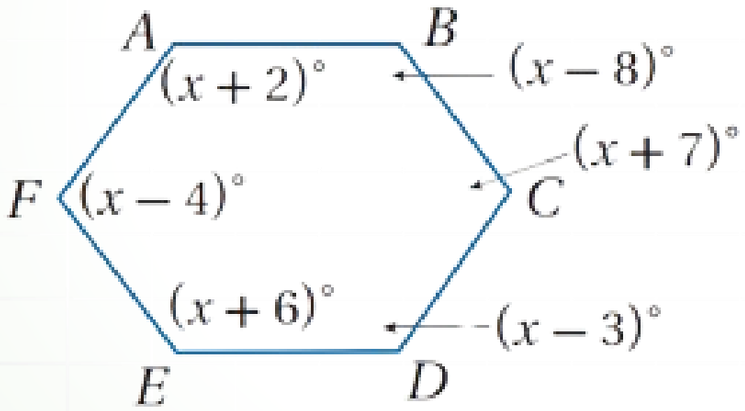
تأكد

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين:

(3



(4



زوايا المضلع

تأكد

5) **عجلة دوارة:** العجلة الدوّارة في الصورة المجاورة على شكل مضلع منتظم عدد أضلاعه 15 ضلعًا.

أوجد قياس الزاوية الداخليّة له.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

زوايا المضلع

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد

إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى،
فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

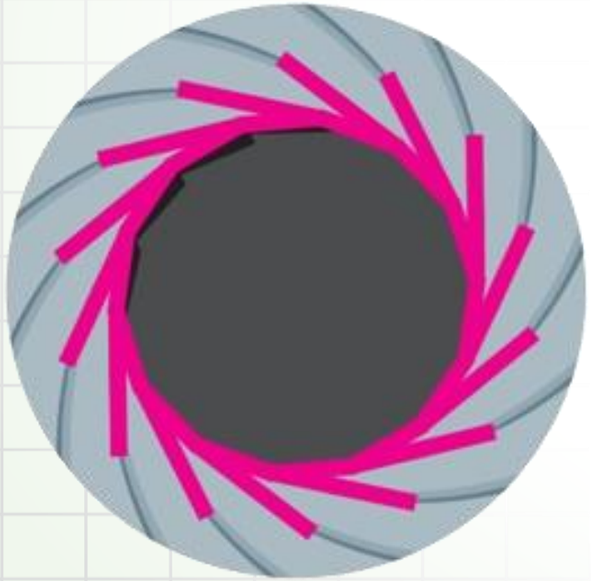
6) 150°

7) 170°

زوايا المضلع

تدرب

35) تصوير: تشكّل الفتحة التي ينفذ منها الضوء إلى عدسة آلة التصوير في الشكل المجاور مضلعًا منتظمًا ذا 14 ضلعًا.



a) أوجد قياس الزاوية الداخلية مقرّبة إلى أقرب عُشر.

b) أوجد قياس الزاوية الخارجية مقرّبة إلى أقرب عُشر.

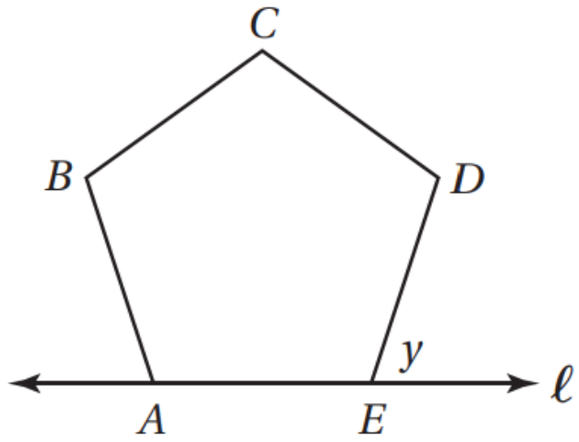
زوايا المضلع

مهارات التفكير العليا

43) اكتشف الخطأ: قالت مريم: إنّ مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للعشاري أكبر منه للسباعي؛ لأنّ عدد أضلاع العشاري أكثر من أضلاع السباعي. وقالت لبنى: إنّ مجموع قياسات الزوايا الخارجية لكلا المضلعين متساوٍ . فهل أيٌّ منهما ادعاؤها صحيح؟ وضّح تبريرك.

تدريب على اختبار

48) إجابة قصيرة: الشكل $ABCDE$ خماسي منتظم، والمستقيم ℓ يحوي $\overline{AE}$. ما قياس $\angle y$؟



49) إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع مِثْلي مجموع قياسات زواياه الخارجيّة، فما نوع هذا المضلع؟

A مربع

B خماسي

C سداسي

D ثماني

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الواجب المنزلي

دمتم بسعادة أحبتي