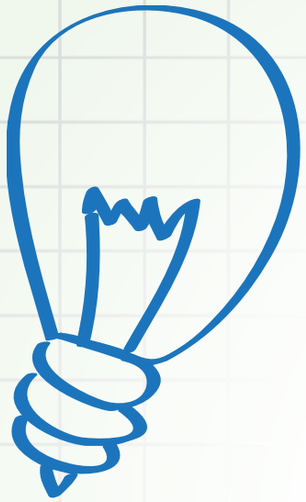
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

البرهان غير المباشر



طلب العلم شاق ولكن له لذة ومتعة، والعلم لا يُنال إلا على جسر من التعب والمشقة، ومن لم يتحمل ذل العلم ساعة يتجرع كأس الجهل أبداً.

المتباينات في المثلث

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

شريط الذكريات

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

درسنا فيما سبق

درسْتُ البراهين الحرة

وذات العمودين

والتسلسلية

المفردات

- ✓ التبرير المباشر
- ✓ التبرير غير المباشر
- ✓ البرهان المباشر
- ✓ البرهان غير المباشر

سنتعلم اليوم

أكتب براهين جبرية غير مباشرة

أكتب براهين هندسية غير مباشرة

البرهان غير المباشر

لماذا ؟

أعلن محل أحذية عن تخفيض مقداره ٢٥% على جميع القطع الموجودة في المحل فسألت هند أختها مها خلال تسوقهما في المحل قائلة : إذا كان ثمن القطعة ٨٠ ريالا بعد التخفيض ، فهل قبل التخفيض؟ كان ثمن القطعة أكثر من ١٠٠ ريال فأجابت مها نعم؛ لأنه لو كان ثمن القطعة قبل التخفيض ١٠٠ ريال أو أقل، فإن ثمنها بعد التخفيض سيكون ٧٥ ريالا أو أقل.

هل فكرت مها بطريقة مباشرة عندما أجابت أختها ولماذا ؟

هل يمكن اعتبار أن المبرر الذي قدمته غير مباشر؟

البرهان غير المباشر

التبرير المباشر

هو البدء بمعطيات صحيحة للوصول إلى نتيجة صحيحة.

برهان مباشر

أن نبدأ بمعطيات صحيحة ونثبت أن النتيجة صحيحة.

البرهان غير المباشر

التبرير الغير مباشر

هو أن تفترض أن النتيجة خطأ، ثم تبين أن هذا الافتراض
يؤدي إلى تناقض مع المعطيات، أو مع حقيقة سابقة كتعريف،
أو مسلمة، أو نظرية. وحيث إن جميع خطوات البرهان تكون صحيحة
فإن هذا يكون إثباتاً لخطأ الافتراض.

البرهان الغير مباشر

أو البرهان بالتناقض : هو برهان يستعمل فيه تبرير غير مباشر
لإثبات صحة عبارة جبرية أو هندسية أو من الحياة اليومية.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

خطوات كتابة البرهان الغير مباشر

الخطوة ١ : حدد النتيجة التي ستبرهنها ، ثم افترض خطأها ، وذلك بافتراض أن نفيها صحيح.

الخطوة ٢ : استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع حقيقة أخرى ، مثل تعريف أو مسلمة أو نظرية.

الخطوة ٣ : بما أن الافتراض الذي بدأت به أدى إلى تناقض ، فبين أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ١ اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

a) $\angle ABC \ncong \angle XYZ$

الافتراض هو: $\angle ABC \cong \angle XYZ$

b) **إذا كان العدد 6 عاملًا للعدد n ، فإن 2 عامل للعدد n .**

نتيجة هذه العبارة الشرطية هي 2 عامل للعدد n ، ونفي هذه النتيجة هو 2 ليس عاملًا للعدد n ؛ لذا فالافتراض هو: العدد 2 ليس عاملًا للعدد n .

c) **$\angle 3$ زاوية منفرجة.**

الافتراض هو: $\angle 3$ ليست زاويةً منفرجةً.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

1A) $x > 5$

1B) النقاط J, K, L تقع على استقامة واحدة.

1C) $\triangle XYZ$ متطابق الأضلاع.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

البرهان غير المباشر

مثال ٢

اكتب برهانًا غير مباشر لتبين أنه: إذا كان $-3x + 4 > 16$ ، فإن $x < -4$

المعطيات: $-3x + 4 > 16$

المطلوب: إثبات أن $x < -4$

برهان غير مباشر:

الخطوة 1: نفي $x < -4$ هو $x \geq -4$ ؛ لذا افترض أن $x \geq -4$ صحيحة.

الخطوة 2:

$x \geq -4$	افترض
$-3x \leq 12$	اضرب الطرفين بـ -3
$-3x + 4 \leq 12 + 4$	اجمع 4 للطرفين
$-3x + 4 \leq 16$	بسّط

ولكن $-3x + 4 > 16$ معطى

التناقض مبدأ في المنطق ينص على أنه لا يمكن تحقق الافتراض ونفيه في آنٍ واحد

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

اكتب برهانًا غير مباشر لكلٍّ من العبارتين الآتيتين:

2A) إذا كانت $7x > 56$ ، فإنّ $x > 8$

2B) إذا كان $c-$ موجبًا ، فإنّ c سالبٌ.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

البرهان غير المباشر

مثال ٣

تسوق: اشترى فهد قميصين بأكثر من 60 ريالًا، وبعد عدّة أسابيع سأله صديقه حامدٌ عن ثمن كل قميص، ولكن فهدًا لم يتذكر ثمن كل قميص. استعمل البرهان غير المباشر لتبين أن أحد القميصين على الأقل ثمنه أكثر من 30 ريالًا.

المعطيات: ثمن القميصين معًا أكثر من 60 ريالًا.

$x + y > 60$ ، حيث x ثمن القميص الأول، وy ثمن القميص الثاني.

المطلوب: إثبات أن قميصًا واحدًا على الأقل ثمنه أكثر من 30 ريالًا؛ أي $x > 30$ أو $y > 30$

برهان غير مباشر:

الخطوة 1: افترض أن ثمن كلٍّ من القميصين لا يزيد على 30 ريالًا، أي أنّ $x \le 30 , y \le 30$

الخطوة 2: إذا كانت $x \le 30 , y \le 30$، فإنّ $x + y \le 30 + 30$؛ أي $x + y \le 60$. وهذا تناقض، لأن ثمن القميصين معًا أكثر من 60 ريالًا.

الخطوة 3: بما أن الافتراض أدّى إلى تناقض مع حقيقة معلومة، فإن الافتراض بأن $x \le 30 , y \le 30$ افتراض خطأ. لذا يجب أن يكون ثمن أحد القميصين على الأقل أكثر من 30 ريالًا.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تحقق ٣

رحلة : قطع رياض أكثر من 360 كيلومترًا في رحلة، وتوقّف في أثناء سفره مرتين فقط. استعمل البرهان غير المباشر لإثبات أن رياضًا قطع أكثر من 120 كيلومترًا في إحدى مراحل رحلته الثلاث على الأقل.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤ اكتب برهانًا غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $x + 2$ عددًا زوجيًّا، فإنّ x عدد زوجي.

المعطيات: $x + 2$ عدد زوجي.

المطلوب: x عدد زوجي.

الخطوة 1: افترض أنّ x عدد فردي ، وهذا يعني أن $x = 2k + 1$ ، حيث k عدد صحيح.

الخطوة 2:

$x + 2 = (2k + 1) + 2$ عوّض

$= (2k + 2) + 1$ خاصيّة الإبدال

$= 2(k + 1) + 1$ خاصية التوزيع

والآن حدّد ما إذا كان $2(k + 1) + 1$ عددًا زوجيًّا أو فرديًّا. بما أن k عدد صحيح، فإنّ $k + 1$ عدد صحيح أيضًا. افترض أن m تساوي $k + 1$ ، فيكون:

$2(k + 1) + 1 = 2m + 1$ عوّض

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤ اكتب برهانًا غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $2 + x$ عددًا زوجيًّا، فإنّ x عدد زوجي.

المعطيات: $2 + x$ عدد زوجي.

المطلوب: x عدد زوجي.

الخطوة 3: بما أنّ افتراض x عدد فردي أدّى إلى تناقضٍ مع العبارة المعطاة، فإنّ النتيجة الأصليّة x عدد زوجي يجب أن تكون صحيحةً.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

اكتب برهانًا عير مباشر لإثبات أنه "إذا كان مربع عدد صحيح فرديًّا، فإنّ العدد الصحيح فرديٌّ"

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

2) $\triangle XYZ$ مختلف الأضلاع.

3) إذا كان $4x < 24$ ، فإنّ $x < 6$

4) $\angle A$ ليست زاوية قائمة.

البرهان غير المباشر

7) **كرة قدم:** سجّل فهد 13 هدفًا لصالح فريقه المدرسي في المباريات الست الأخيرة. أثبت أنّ متوسط عدد الأهداف التي سجلها في كل مباراة كان أقل من 3

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرهان غير المباشر

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تدرب و حل مسائل

اكتب برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

15) إذا كان $-3x + 4 < 7$ ، فإنّ $x > -1$.

16) إذا كان $-2x - 6 > 12$ ، فإنّ $x < -9$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

البرهان غير المباشر

مسائل تفكير عليا

اكتشف الخطأ: يحاول أسعد ورضوان أن يُثبتا العبارة التالية باستعمال البرهان غير المباشر. فهل أيٌّ منهما إجابته صحيحة؟ وضح إجابتك.

"إذا كان مجموع عددين زوجيًّا، فإنّ العددين زوجيّان".

أسعد

العبارة صحيحة. إذا كان أحد العددين زوجيًّا والآخر صفرًا، فإن المجموع يكون عددًا زوجيًّا. وبما أنّ الافتراض صحيح حتى عندما تكون النتيجة خطأ، فإن العبارة صحيحة.

رضوان

العبارة صحيحة. إذا كان العددان فرديين فإنّ مجموعهما يكون عددًا زوجيًّا. وبما أن الافتراض صحيح عندما تكون النتيجة خطأ، فإنّ العبارة صحيحة.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريب على اختبار

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

35) إذا كان طولا ضلعين في مثلث 7, 12، فأيٌّ مما يأتي **لا** يمكن أن يكون محيط المثلث؟

A 29

B 34

C 37

D 38

36) إذا كان $b > a$ ، فأيٌّ مما يأتي يكون صحيحًا دائمًا؟

A $-a > -b$

B $3a > b$

C $a^2 < b^2$

D $a^2 < ab$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الواجب المنزلي

دمتم بسعادة أحبتي