



اول ثانوي



SAJA AL FAISAL

5

# امثلاثات امنشابهة

3



<https://t.me/Lunaaaxr633>



[@luna\\_xr36](https://twitter.com/luna_xr36)





# المثلثات المتشابهة

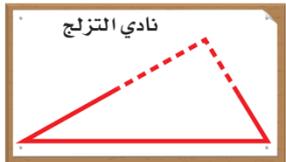
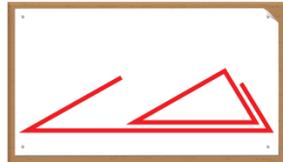




# المثلثات المتشابهة

لماذا؟

أراد خالد أن يرسم نسخة مشابهة لشعار نادي التزلج المجاور على مُلصق كبير فبدأ أولاً برسم قطعة مستقيمة أسفل المُلصق، ثم استعمل نسخةً من المثلث الأصلي لينسخ زاويتي القاعدة، ثم مدّ الضلعين غير المشتركين للزاويتين.



١- ما العلاقة بين زوايا المثلثين المتشابهين؟

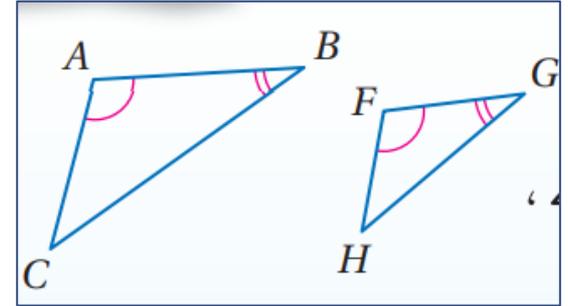
٢- هل المثلث الجديد الذي رسمه جميل يطابق المثلث الأصلي؟

٣- نسخ جميل زاويتين من المثلث الأصلي، فهل الزاوية الثالثة هي نفسها في كلا المثلثين؟ ولماذا؟

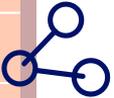
# المثلثات المتشابهة

**التشابه بزوايتين (AA):** إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر فإن المثلثين متشابهان .

مثال : في المثلثين  $ABC$  ,  $FGH$  ، إذا كانت :  $\angle A \cong \angle F$  ,  $\angle B \cong \angle G$  ،  
فإن :  $\triangle ABC \sim \triangle FGH$  .



الترتيب في عبارة التشابه مهم جداً لأنه يحدد الزوايا المتناظرة و الأضلاع المتناظرة.

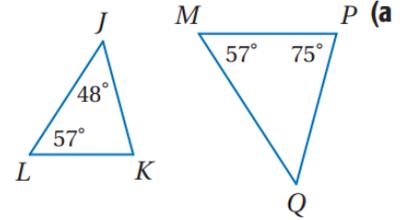


# المثلثات المتشابهة

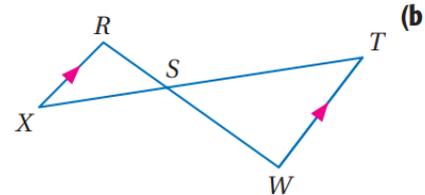
## مثال : استعمال مسلمة التشابه AA

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. ووضّح إجابتك.

(a) بما أنّ:  $m\angle L = m\angle M$ ، إذن:  $\angle L \cong \angle M$ . ومن نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث يكون:  
 $57^\circ + 48^\circ + m\angle K = 180^\circ$ ؛ إذن  $m\angle K = 75^\circ$ . وبما أنّ  $m\angle P = 75^\circ$ ، فإن  $\angle K \cong \angle P$ ؛ إذن  
 $\triangle LJK \sim \triangle MQP$  وفق المسلمة AA.



(b) وفق نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس. ولأن  $\overline{RX} \parallel \overline{TW}$ ، فإن  $\angle R \cong \angle W$  وفق  
 نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً؛ إذن  $\triangle RSX \sim \triangle WST$  وفق المسلمة AA.

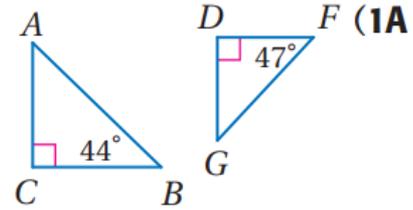
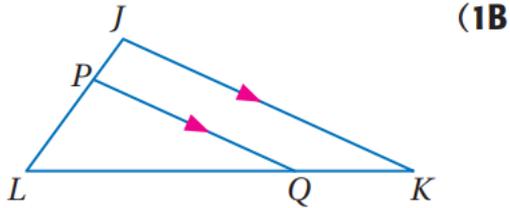


# المثلثات المتشابهة



تحقق من فهمك :

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. ووضّح إجابتك.

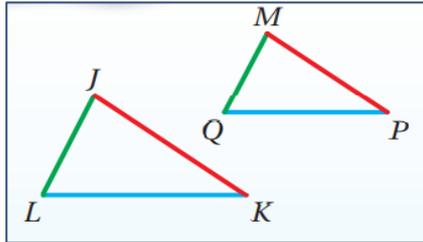


# المثلثات المتشابهة

## مسلمتان التشابه

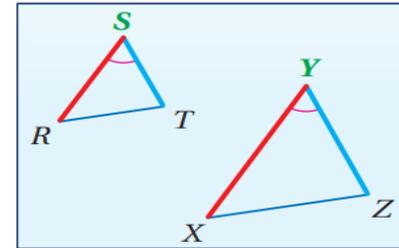
### التشابه بثلاثة أضلاع SSS

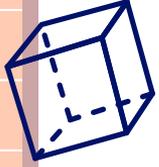
إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبت ، فإن المثلثين متشابهان.



### التشابه بضلعين و زاوية محصورة SAS

إذا كان طولاً ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين ، فإن المثلثين متشابهان.





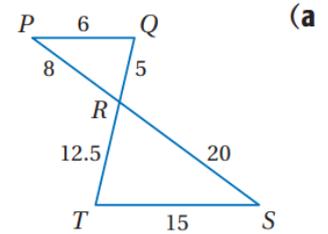
# المثلثات المتشابهة

مثال ٢ : استعمال نظريتي SAS , SSS

حدّد في كلّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

$$\frac{PR}{SR} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}, \frac{PQ}{ST} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$
$$; \frac{QR}{TR} = \frac{5}{12.5} = \frac{50}{125} = \frac{2}{5}$$

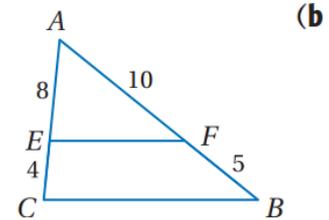
إذن  $\triangle PQR \sim \triangle STR$  وفق نظرية التشابه SSS.



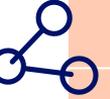
من خاصية الانعكاس  $\angle A \cong \angle A$ .

$$\frac{AF}{AB} = \frac{10}{10+5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}, \frac{AE}{AC} = \frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

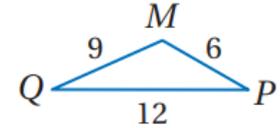
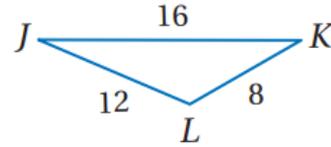
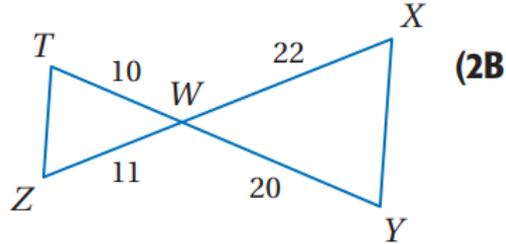
بما أن طولَي الضلعين اللذين يحصران  $\angle A$  في  $\triangle AEF$  متناسبان مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في  $\triangle ACB$ ، إذن  $\triangle AEF \sim \triangle ACB$  وفق نظرية التشابه SAS.



# المثلثات المتشابهة



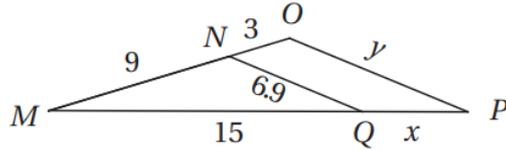
تحقق من فهمك ٢ :





# المثلثات المتشابهة

المثلثان  $MNQ, MOP$  في الشكل المجاور متشابهان، ما قيمة  $x$ ؟



5 C

12 A

4 D

10 B

مثال ٣ :

**اقرأ سؤال الاختبار**

في هذا السؤال تعلم، أن  $\triangle MNQ \sim \triangle MOP$ ، ومطلوب منك إيجاد طول قطعة مجهولة.

**حل سؤال الاختبار**

بما أن  $\triangle MNQ \sim \triangle MOP$ ، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة أي أن  $\frac{MN}{MO} = \frac{MQ}{MP}$ ، وبما أن

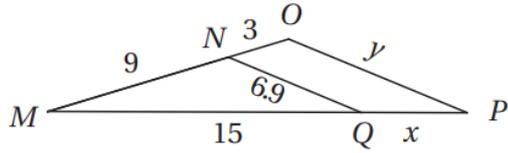
$$MN = 9, MO = 12, MQ = 15, MP = 15 + x$$

اختبر كلاً من بدائل الإجابة حتى تجد واحداً منها يحقق التناسب  $\frac{9}{12} = \frac{15}{15+x}$  :



# المثلثات المتشابهة

المثلثان  $MNQ, MOP$  في الشكل المجاور متشابهان، ما قيمة  $x$ ؟



5 C

12 A

4 D

10 B

مثال ٣ :

البديل A: إذا كان  $x = 12$  فإن:  $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+12}$

$\frac{3}{4} \neq \frac{5}{9}$  X غير صحيح

البديل B: إذا كان  $x = 10$  فإن:  $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+10}$

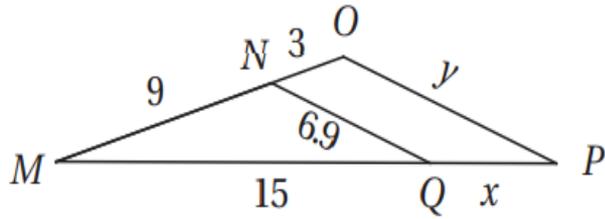
$\frac{3}{4} \neq \frac{3}{5}$  X غير صحيح

البديل C: إذا كان  $x = 5$  فإن:  $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+5}$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

صحيح، إذن فإن إجابة السؤال هي C

# المثلثات المتشابهة



20.7 **D**

9.2 **C**

8.4 **B**

5.2 **A**

تحقق من فهمك ٣ :

3) في المثال السابق، ما قيمة  $y$ ؟

# المثلثات المتشابهة

## خصائص المثلثات المتشابهة

خاصية التبعي للتشابه :

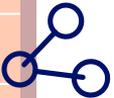
إذا كان  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ,  $\triangle DEF \sim \triangle XYZ$   
فإن  $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ .

خاصية الانعكاس للتشابه :

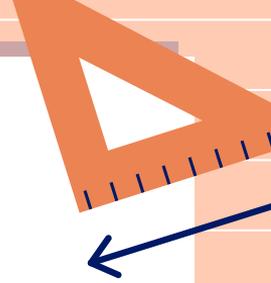
$$\triangle ABC \sim \triangle ABC$$

خاصية التماثل للتشابه :

إذا كان  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  ، فإن  $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

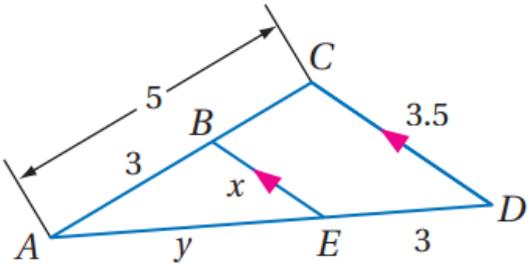


# المثلثات المتشابهة



مثال ٤ : أجزاء المثلثات المتطابقت

أوجد طول  $BE, AD$  في الشكل المجاور.



بما أن  $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن:  $\angle ABE \cong \angle ACD$ ,  $\angle AEB \cong \angle ADC$ ؛ لأنها  
 زوايا متناظرة، ومن مسلمة التشابه AA، يكون  $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ .

تعريف المضلعات المتشابهة

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$$

$$AC = 5, CD = 3.5, AB = 3, BE = x$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{3.5}$$

خاصية الضرب التبادلي

$$(3.5) \cdot 3 = 5 \cdot x$$

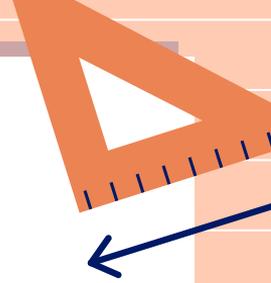
بقسمة كلا الطرفين على 5

$$2.1 = x$$

وعليه فإن  $BE$  يساوي 2.1

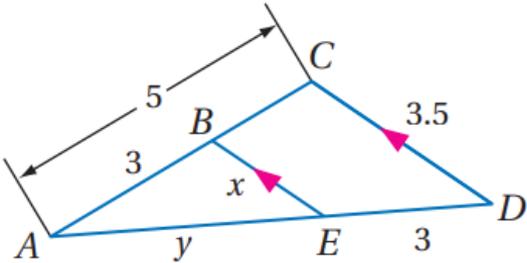


# المثلثات المتشابهة



مثال ٤ : أجزاء المثلثات المتطابقت

أوجد طول  $BE, AD$  في الشكل المجاور.



تعريف المضلعات المتشابهة

$$AC = 5, AB = 3, AD = y + 3, AE = y$$

خاصية الضرب التبادلي

خاصية التوزيع

ب طرح  $3y$  من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 2

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{y+3}{y}$$

$$5 \cdot y = 3(y+3)$$

$$5y = 3y + 9$$

$$2y = 9$$

$$y = 4.5$$

وعليه فإن:  $AD = y + 3 = 7.5$

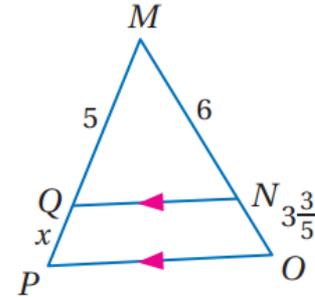


# المثلثات المتشابهة

تحقق من فهمك  $\Sigma$  :

أوجد كل طولٍ فيما يأتي.

QP, MP (4A)

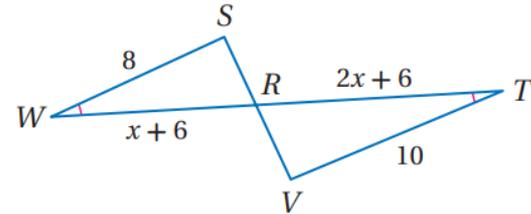


# المثلثات المتشابهة

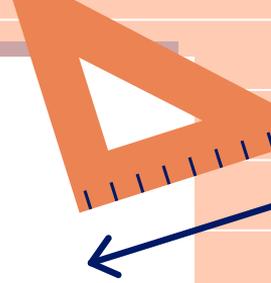
تحقق من فهمك  $\Sigma$  :

أوجد كل طولٍ فيما يأتي.

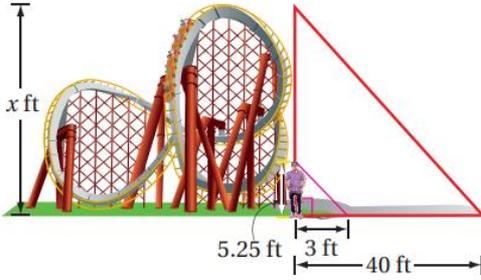
$WR, RT$  (4B)



# المثلثات المتشابهة



## مثال ٥ : القياس غير المباشر



**أفغوانية:** يريد تركي أن يقدّر ارتفاع الأفغوانية في مدينة الألعاب، فلاحظ أنه عندما كان طول ظله 3 ft ، كان طول ظل الأفغوانية 40 ft . إذا كان طول تركي 5 ft و 3 in ، فكم قدماً ارتفاع الأفغوانية؟

**افهم:** المعطيات: طول ظل تركي 3 ft ، وطول ظل الأفغوانية 40 ft ، وطول تركي 5 ft و 3 in .  
**المطلوب:** ارتفاع لأفغوانية.

ارسم مخططاً توضيحياً. 5.25 ft و 3 in و 5 ft تساوي .

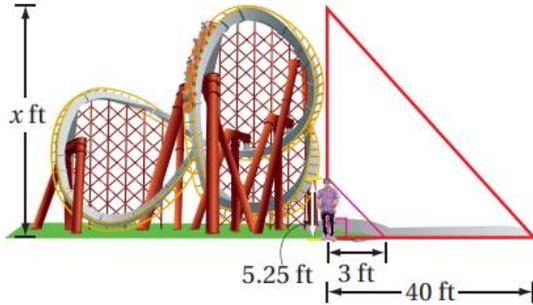
**خطط:** في مسائل الظل، افترض أن الزاويتين المتكونتين من شعاعي الشمس وأي جسمين رأسيين تكونان متطابقتين، وأن المثلث المتشكّل من الجسم والأرض وشعاع الشمس المارّ بقمة الجسم قائم الزاوية، وبما أن هناك زوجين من الزوايا المتطابقة، فإن المثلثين القائمي الزاوية متشابهان وفق مسلمة التشابه AA ؛ إذن يمكن كتابة تناسب الآتي:

$$\frac{\text{طول تركي}}{\text{ارتفاع الأفغوانية}} = \frac{\text{طول ظل تركي}}{\text{طول ظل الأفغوانية}}$$



# المثلثات المتشابهة

مثال 5 : القياس غير المباشر



**حل:** افترض أن ارتفاع الأفعوانية يساوي  $x$  وعوض القيم المعروفة.

بالتعويض  $\frac{5.25}{x} = \frac{3}{40}$

خاصية الضرب التبادلي  $3 \cdot x = 40(5.25)$

بالضرب  $3x = 210$

بقسمة كلا الطرفين على 3  $x = 70$

إذن ارتفاع الأفعوانية يساوي 70 ft .

**تحقق:** طول ظل الأفعوانية يساوي 13.3 مرة تقريباً من طول ظل تركي . تحقق لترى ما إذا كان ارتفاع

الأفعوانية يساوي  $13.3 \approx \frac{40}{3}$  مرة من طول تركي،  $13.3 \approx \frac{70 \text{ ft}}{5.25 \text{ ft}}$  ✓



# المثلثات المتشابهة

تحقق من فهمك 5:

5) **بنايات:** يقف منصور بجوار بناية، وعندما كان طول ظلّه 9 ft ، كان طول ظل البناية 322.5 ft .  
إذا كان طول منصور 6 ft ، فكم قدمًا ارتفاع البناية؟

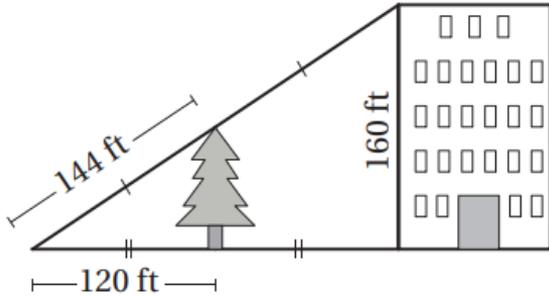


# المثلثات المتشابهة



تأكد :

(5) اختيار من متعدد: استعمل الشكل أدناه في إيجاد ارتفاع الشجرة؟



264 ft **A**

60 ft **B**

72 ft **C**

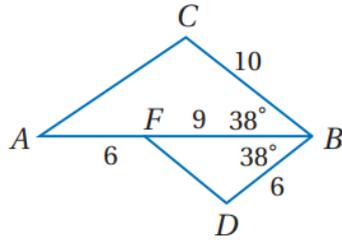
80 ft **D**



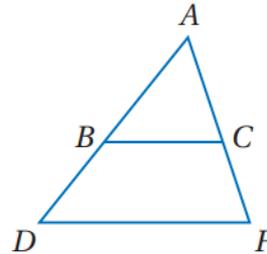
# المثلثات المتشابهة

## تدرج و حل المسائل :

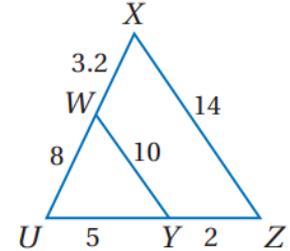
في كلِّ ممَّا يأتي، حدِّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، وإلا فحدِّد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهان؟ ووضِّح إجابتك.



(11)



(10)



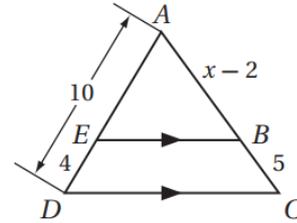
(9)



# المثلثات المتشابهة

تدريب على الاختبار :

(33) إجابة مطوّلة: في الشكل أدناه  $\overline{EB} \parallel \overline{DC}$ .



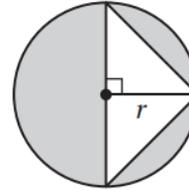
(a) اكتب تناسباً يمكن استعماله لإيجاد قيمة  $x$ .

(b) أوجد قيمة  $x$  وطول  $\overline{AB}$ .

# المثلثات المتشابهة

تدريب على الاختبار :

(34) جبر: أي مما يأتي يُمثل مساحة المنطقة المظللة؟



$\pi r^2 + r$  C

$\pi r^2$  A

$\pi r^2 - r^2$  D

$\pi r^2 + r^2$  B

# المثلثات المتشابهة

تحصيلي :

إذا كان طول ظل منارة مسجد  $15m$  و كان ارتفاع سور المسجد  $2.5m$  و طول ظل السور  $1.5m$  ، فكم متراً ارتفاع المنارة ؟