اول ثانوي

SAJA AL FAISAL

5

المضلعات المتشابهة

3

https://t.me/Lunaaaxr633

@luna_xr36

المضلعات المتشابهة

المضلعات المتشابهة

لماذا ؟

يزين بعض الأشخاص شاشات حواسيبهم باستعمال صور شخصية لهم ، وذلك بوضع صورة بحجمها الأصلي في وسط الشاشة ، أو بتكبيرها لتملأ الشاشة ، إلا أن الطريقة الثانية تُظهر الصورة مشوهةً ؛ لأن الصورة الأصلية و الصورة الجديدة لا تكونان متشابهتين هندسيًا.

١- في أي اتجاه كبرت الصورة ؟

٢- لماذا تشوه الصورة عندما يتم تكبيرها لتملأ الشاشة ؟

٣- ما الطرق الأخرى التي يمكن أن تستعمل بها الصورة ؛ لتملأ الشاشة من دون أن تتشوه ؟

المضلعات المتشابهة

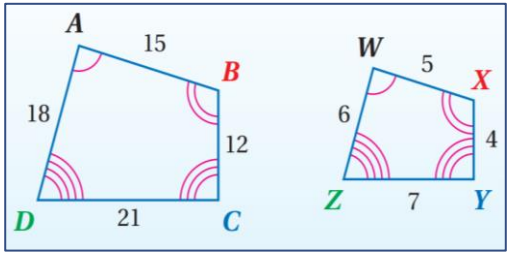
تحديد المضلعات المتشابهة : المضلعات المتشابهة لها الشكل نفسه ، ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها القياسات نفسها .

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت

إذا كانت زواياهما متطابقة

$\angle A \cong \angle W$, $\angle B \cong \angle X$,

$\angle C \cong \angle Y$, $\angle D \cong \angle Z$



أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

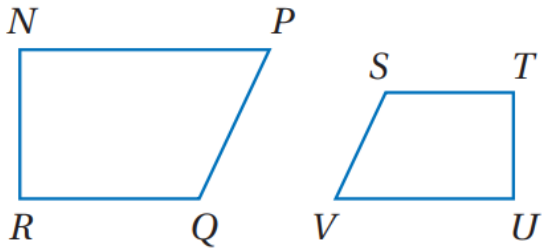
الترتيب في عبارة التشابه مهم جدا لأنه يحدد الزوايا المتناظرة و الأضلاع المتناظرة.

∴ عبارة التشابه : $ABCD \sim WXYZ$

المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك :

إذا كان $UVST \sim NPQR$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.

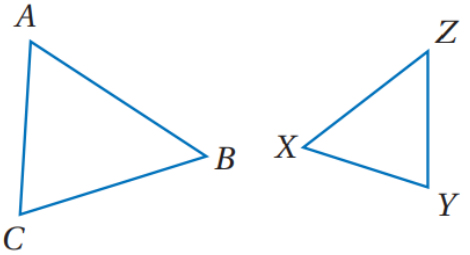


المضلعات المتشابهة

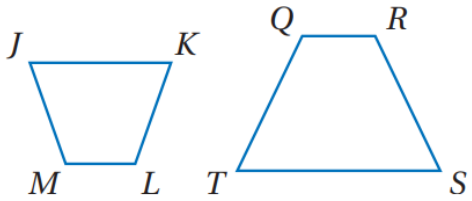
تأكد :

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$

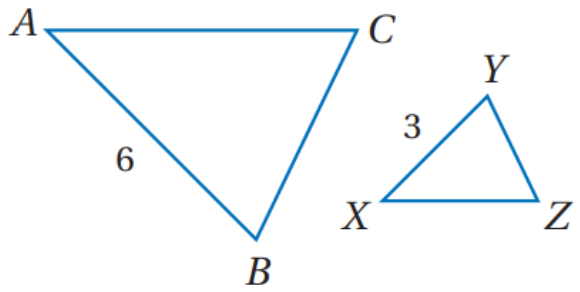


2) $JKLM \sim TSRQ$



المضلعات المتشابهة

معامل التشابه (عامل المقياس) : هو النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين و يعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة .



$$\triangle ABC \sim \triangle XYZ$$

ففي الشكل المجاور $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

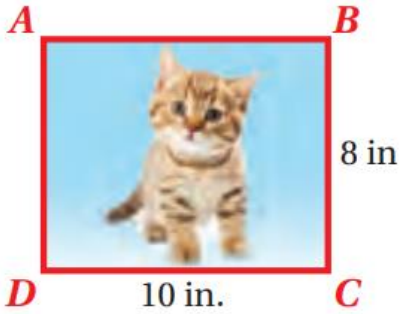
ومعامل تشابه $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2

بينما معامل تشابه $\triangle XYZ$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$

نسبة التشابه: معامل التشابه بين مضلّعين متشابهين .

المضلعات المتشابهة

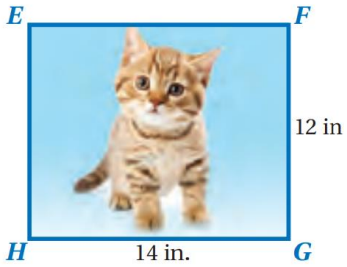
مثال ٢ :



صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفيّة لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدّد ما إذا كانت كلٌّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهةً لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضِّح إجابتك.

a) **الخطوة 1:** قارن الزوايا المتناظرة.

بما أن جميع زوايا المستطيل قوائم، والزوايا القوائم متطابقة، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.



الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{BC}{FG} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \qquad \frac{DC}{HG} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

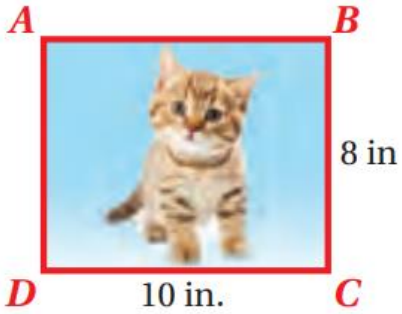
وحيث إن $\frac{5}{7} \neq \frac{2}{3}$، فإن الأضلاع المتناظرة غير متناسبة، وعليه فإنّ $ABCD \nsim EFGH$

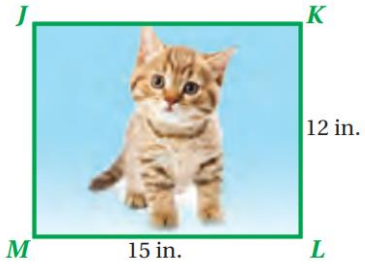
إذن فالصورتان غير متشابهتين.

المضلعات المتشابهة

مثال ٢ :

صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفيّة لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدّد ما إذا كانت كلٌّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهةً لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضِّح إجابتك.





b) الخطوة 1: بما أنّ $JKLM$, $ABCD$ مستطيلان، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

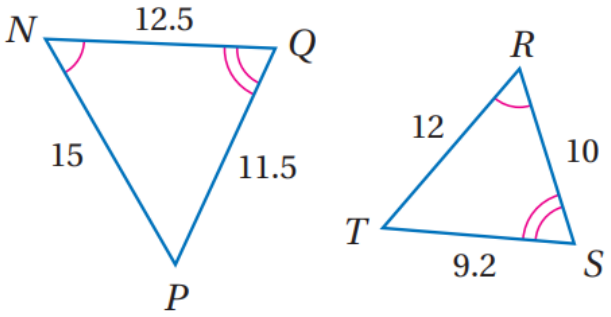
$$\frac{DC}{ML} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \qquad \frac{BC}{KL} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

وحيث إن $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة، وعليه فإن $ABCD \sim JKLM$ ؛ إذن فالصورتان متشابهتان ومعامل تشابه $ABCD$ إلى $JKLM$ يساوي $\frac{2}{3}$

المضلعات المتشابهة

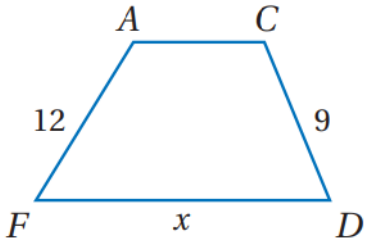
تحقق من فهمك :

2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.



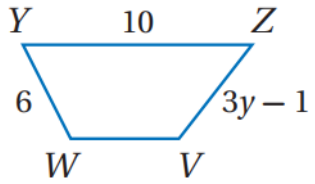
المضلعات المتشابهة

مثال ٣ : استعمال الأشكال المتشابهة لإيجاد القيم المجهولة



a) أوجد قيمة x.

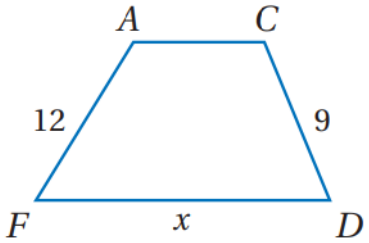
استعمل أطوال الأضلاع المتناظرة لكتابة تناسب



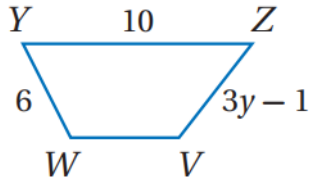
الأضلاع المتناظرة متناسبة	$\frac{CD}{WY} = \frac{DF}{YZ}$
$CD = 9, WY = 6, DF = x, YZ = 10$	$\frac{9}{6} = \frac{x}{10}$
خاصيّة الضرب التبادلي	$9(10) = 6(x)$
بالضرب	$90 = 6x$
بقسمة كلا الطرفين على 6	$15 = x$

المضلعات المتشابهة

مثال ٣ : استعمال الأشكال المتشابهة لإيجاد القيم المجهولة



b) أوجد قيمة y.

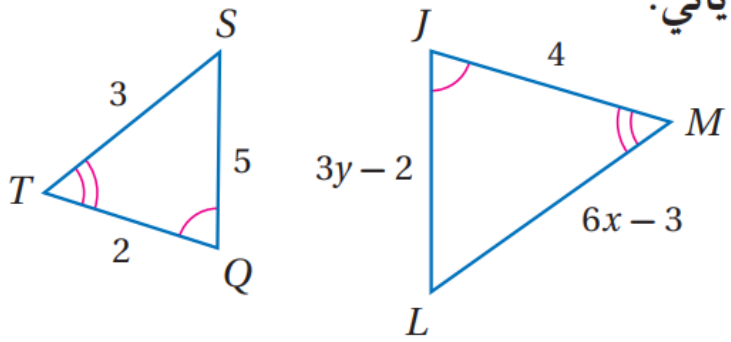


الأضلاع المتناظرة متناسبة	$\frac{CD}{WY} = \frac{FA}{ZV}$
$CD = 9, WY = 6, FA = 12, ZV = 3y - 1$	$\frac{9}{6} = \frac{12}{3y - 1}$
خاصية الضرب التبادلي	$9(3y - 1) = 6(12)$
بالضرب	$27y - 9 = 72$
بإضافة 9 لكلا الطرفين	$27y = 81$
بقسمة كلا الطرفين على 27	$y = 3$

المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك :

إذا كان $\triangle QST \sim \triangle JLM$، فأوجد قيمة المتغير في كلٍّ مما يأتي:



(3A x

(3B y

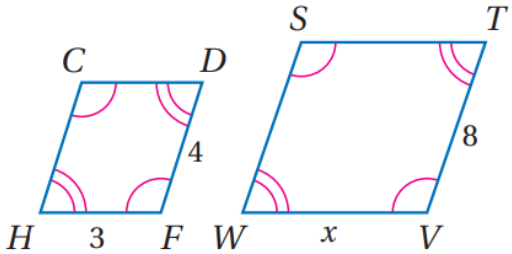
3

المضلعات المتشابهة

تأكد :

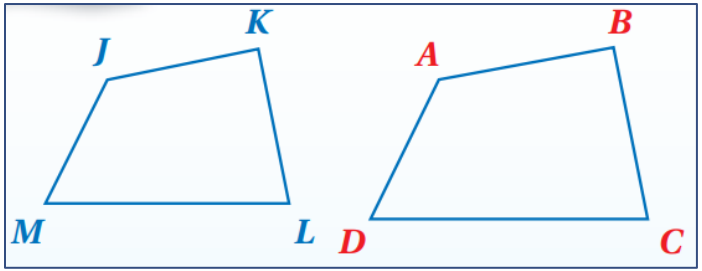
في كلٍّ ممَّا يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x .

(5



المضلعات المتشابهة

نظرية محيط المضلعين المتشابهين : إذا تشابه مضلعان فإن زواياهما المتناظرة النسبة بين محيطهما تساوي معامل التشابه بينهما .

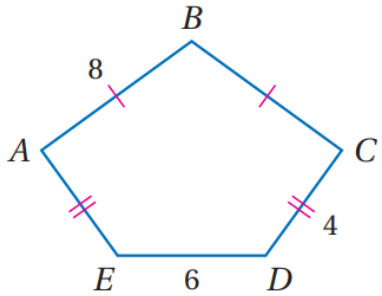


مثال : إذا كان $JKLM \sim ABCD$ ، فإنّ:

$$\frac{AB}{JK} = \frac{BC}{KL} = \frac{CD}{LM} = \frac{DA}{MJ} = \frac{AB + BC + CD + DA}{JK + KL + LM + MJ}$$

المضلعات المتشابهة

مثال ٤ : استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط



إذا كان $PQRST \sim ABCDE$ ، فأوجد معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ ومحيط كل مضلّع.

معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ يساوي $\frac{CD}{RS}$ أي $\frac{4}{3}$.

وبما أنّ: $\overline{AE} \cong \overline{CD}, \overline{BC} \cong \overline{AB}$ ،

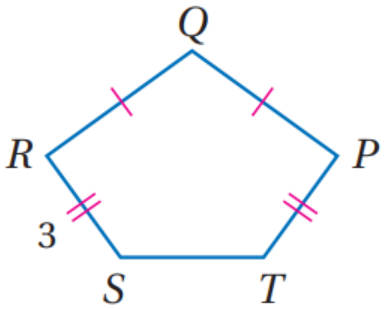
فإنّ محيط $ABCDE$ يساوي $4 + 6 + 4 + 8 + 8$ أي 30 .

المضلعات المتشابهة

مثال ٤ : استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط

استعمل محيط $ABCDE$ ، ومعامل التشابه لكتابة تناسب.

افترض أن محيط $PQRST$ يساوي x .



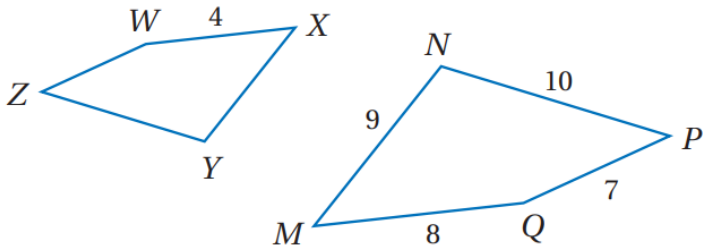
$\frac{4}{3} = \frac{\text{محيط } ABCDE}{\text{محيط } PQRST}$	**النظرية 6.1**
$\frac{4}{3} = \frac{30}{x}$	**بالتعويض**
$(3)(30) = 4x$	**خاصية الضرب التبادلي**
$22.5 = x$	**بقسمة كلا الطرفين على 4**

إذن محيط $PQRST$ يساوي 22.5 .

المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك :

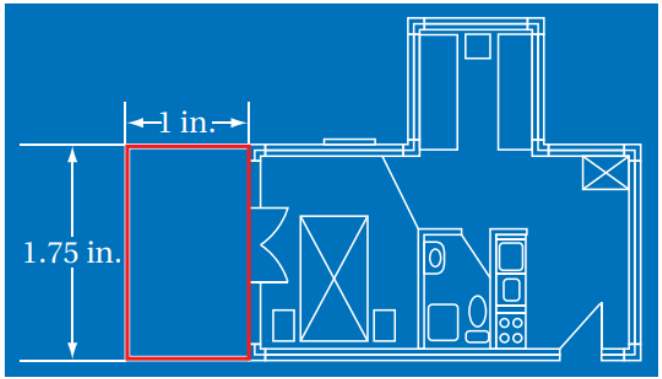
4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.



المضلعات المتشابهة

تأكد :

7) تصميم: في مخطط الشقّة المجاور، عرض الشّرفة 1 in وطولها 1.75 in. إذا كان طول الشّرفة الحقيقي 15 ft، فما محيطها؟



المضلعات المتشابهة

تدرب و حل المسائل :

14) طول المستطيل $ABCD$ يساوي $20\,m$ ، وعرضه $8\,m$. وطول المستطيل $QRST$ المشابه له يساوي $40\,m$.
أوجد معامل تشابه المستطيل $ABCD$ إلى المستطيل $QRST$ ، ومحيط كل منهما.

المضلعات المتشابهة

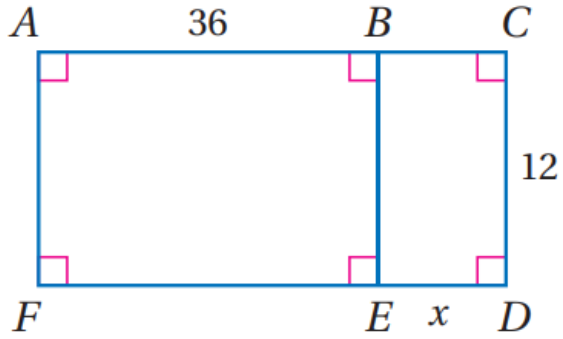
تدرب و حل المسائل :

18) إذا كان معامل التشابه بين مربّعين متشابهين 3:2، ومحيط المربع الصغير 50 ft ، فأوجد محيط المربع الكبير.

المضلعات المتشابهة

مهارات التفكير العليا :

37) تحدّ: في الشكل المجاور، ما قيمة (قيم) x التي تجعل $BEFA \sim EDCB$ ؟



المضلعات المتشابهة

تدريب على الاختبار : تحصيلي

43) إذا كان: $JKLM \cong PQRS$ ومعامل تشابه $PQRS$ إلى $JKLM$ يساوي 4:3 ، وكان $QR = 8\,\text{cm}$ فما طول KL؟

A $24\,\text{cm}$

B $10\frac{2}{3}\,\text{cm}$

C $8\,\text{cm}$

D $6\,\text{cm}$

المضلعات المتشابهة

تدريب على الاختبار : تحصيلي

44) مستطيلان متشابهان. إذا كان معامل التشابه بينهما 3:5، ومحيط المستطيل الكبير 65 m ، فما محيط المستطيل الصغير؟

A 29 m

B 39 m

C 49 m

D 59 m