احتمالات الحوادث المتنافية

أوجد أقرب قيمة للمقدار : $\sqrt{\frac{٩}{١٠} + ٨}$

أ/ ٣ ب/ ٤ ج/ ٥ د/ ٩

فيما سبق:

درست إيجاد احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة. الدرس (4-3)

المفردات:

الحادثتان المتنافيتان

mutually exclusive events

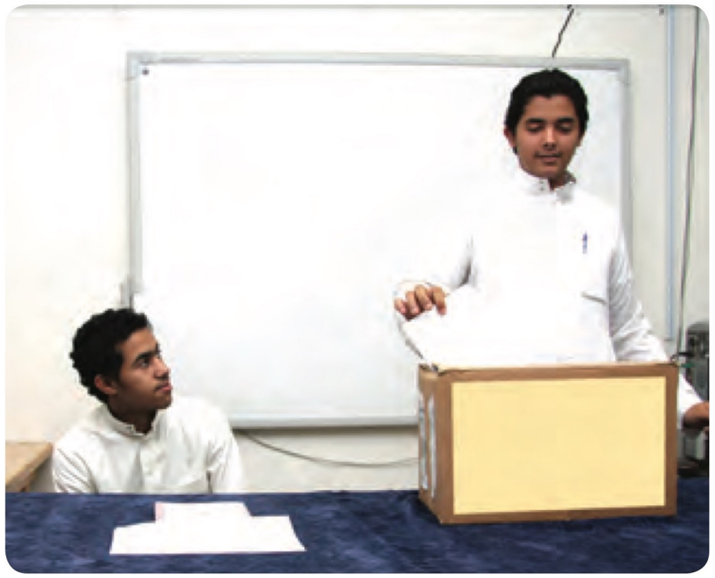
الحادثة المتممة

complement event

والآن:

- أجد احتمالات الحوادث المتنافية والحوادث غير المتنافية.
- أجد احتمال متممة حادثة.

لماذا



يمكن لأيِّ طالب في الصفوف (الأول والثاني والثالث الثانوي) الترشُّح ليكون مسؤول أنشطة. ويرغب صالح في أن يكون المسؤول من الصف الثاني الثانوي أو الثالث الثانوي، في حين يرغب سلمان في أن يكون المسؤول من الصف الأول الثانوي، أو طالبًا يبدأ اسمه بحرف م.

الحوادث المتنافية : لقد اختبرت في الدرس 4-3 احتمالات تتضمن تقاطع حادثتين أو أكثر في وقت واحد، وستختبر في هذا الدرس احتمالات تتضمن اتحاد حادثتين أو أكثر.

$P(A \cup B)$ ↑ يدل على اتحاد مجموعتين

$P(A \cap B)$ ↑ يدل على تقاطع مجموعتين

عند إيجاد احتمال وقوع حادثة أو وقوع حادثة أخرى، يجب أن تعرف العلاقة بين الحادثتين. فإذا لم يكن وقوع الحادثتين ممكنًا في الوقت نفسه يُقال إنهما **متنافيتان**؛ أيْ أنه لا توجد نواتج مشتركة بينهما.

إرشادات للدراسة

الاتحاد

اتحاد مجموعتين هو مجموعة كل العناصر التي تنتمي إلى المجموعة الأولى أو إلى المجموعة الثانية ويرمز لها بالرمز ∪ .

مثال تحديد الحوادث المتنافية

حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أم غير متنافيتين في كلّ مما يأتي، وبرّر إجابتك:

انتخابات: ارجع إلى المعلومات الواردة في فقرة "لماذا؟".

a) المسؤول من الصف الثاني الثانوي أو من الصف الثالث الثانوي.

b) المسؤول طالب من الصف الأول الثانوي أو طالب يبدأ اسمه بحرف م.

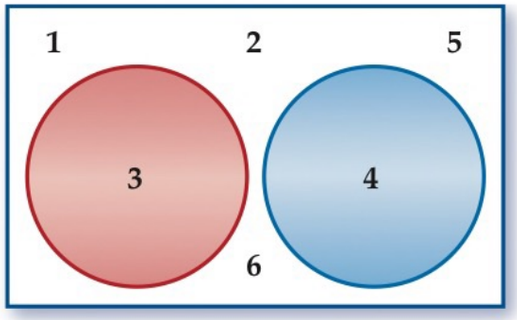
تحقق من فهمك

حدِّد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أم غير متنافيتين في كلٍّ مما يأتي، وبرّر إجابتك:

1A) اختيار عدد من الأعداد من 1 إلى 100 عشوائيًّا، والحصول على عدد يقبل القسمة على 5 أو عدد يقبل القسمة على 10 .

1B) الحصول على المجموع 6 أو المجموع 7، عند رمي مكعبين مرقّمين متمايزين مرة واحدة:

إحدى طرق إيجاد احتمال وقوع حادثتين متنافيتين هو اختبار فضاء العيِّنة لهما.



فمثلًا لإيجاد احتمال ظهور 3 أو 4 عند رمي مكعب مرقّم، سترى من أشكال ڤن أنه يوجد ناتجان يحققان هذا الشرط 3 أو 4، لذا فإن:

$$P(3 \cup 4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

لاحظ أنه يمكن إيجاد هذا الاحتمال بإضافة احتمالَي الحادثتين البسيطتين.

$$P(3 \cup 4) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \qquad P(4) = \frac{1}{6} \text{ و } P(3) = \frac{1}{6}$$

يوضِّح هذا المثال القانون الأول من قانونيَ الجمع في الاحتمالات.

مفهوم أساسي

احتمال الحادثتين المتنافيتين

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان A , B متنافيتين، فاحتمال وقوع A أو B يساوي مجموع احتمال كلٍّ منهما.

بالرموز: إذا كانت الحادثتان A , B متنافيتين، فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

يمكن تعميم هذا القانون على أيِّ عدد من الحوادث المتنافية.

قراءة الرياضيات

$(\cup)$

يدل على وقوع أحد الحدثين على الأقل، ويشير إلى جمع الاحتمالات. $P(A \cup B)$ يقرأ احتمال وقوع A أو وقوع B .

مثال الحوادث المتنافية

كتب: اختار موسى كتابًا من الكتب الموجودة في مكتبته المبينة في الجدول المجاور بشكل عشوائي. ما احتمال أن يكون الكتاب دينيًّا أو فيزيائيًّا؟

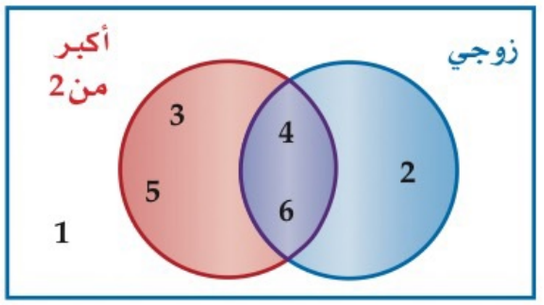
مكتبة موسى	
أنواع الكتب	العدد
دينية	10
فيزيائية	12
كيميائية	13

تحقق من فهمك

2A) إذا رُمي مكعبان مرقّمان متمايزان مرة واحدة. فما احتمال أن يظهر العدد نفسه على كلٍّ من وجهَي المكعبين أو أن يكون مجموع العددين 9 ؟

تحقق من فهمك

2B) ألعاب: إذا ربح طالب في مسابقة إلقاء الشعر في احتفال المدرسة باليوم الوطني للمملكة فسيُمنح جائزة. إذا اختيرت الجائزة عشوائيًّا من بين 15 محفظة و16 ساعة و14 نظارة و 25 قلمًا و10 كرات، فما احتمال أن يُمنح الفائز محفظة أو ساعة أو كرة؟



عند رمي مكعب مرقّم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على عدد أكبر من 2 أو عدد زوجي؟ يمكنك أن تلاحظ من أشكال ڤن وجود 5 أعداد أكبر من 2 أو زوجية وهي 2, 3, 4, 5,6 . لذا فإن:

$$P(\text{عدد زوجي أو أكبر من 2}) = \frac{5}{6}$$

وبما أنه يمكن الحصول على عدد أكبر من 2 وزوجي في الوقت نفسه، فإن هاتين الحادثتين غير متنافيتين، وإذا أخذنا احتمال كل حادثة على حدة فإن:

$$P(\text{زوجي}) = \frac{3}{6} \qquad P(\text{أكبر من 2}) = \frac{4}{6}$$

وإذا جمعنا هذين الاحتمالين فإن احتمالي الناتجين 6 ، 4 يحسبان مرتين؛ مرة لكونهما عددين أكبر من 2، ومرّة أخرى لكونهما عددين زوجيين؛ لذا يجب عليك أن تطرح احتمال الناتجين المشتركين.

$$P(\text{عدد زوجي أو أكبر من 2}) = P(\text{عدد زوجي}) + P(\text{عدد أكبر من 2}) - P(\text{عدد زوجي وأكبر من 2})$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

يؤدي هذا المثال إلى قانون الجمع الثاني في الاحتمال.

مفهوم أساسي

احتمال حادثتين غير متنافيتين

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان A , B غير متنافيتين فاحتمال وقوع A أو B يساوي مجموع احتماليهما مطروحًا منه احتمال وقوع B و A معًا.

بالرموز: إذا كانت الحادثتان A , B غير متنافيتين فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

مثال الأحداث غير المتنافية

فن: يبين الجدول المجاور 30 لوحة رسمها إبراهيم. إذا اختار إحدى هذه اللوحات عشوائيًّا للمشاركة في معرض للوحات الفنيّة، فما احتمال أن يختار لوحة زيتية أو منظرًا طبيعيًّا؟

لوحات إبراهيم			
الوسيلة	طبيعة صامتة	مناظر طبيعية	أشكال هندسية
ألوان مائية	4	5	3
ألوان زيتية	1	3	2
ألوان أكريل	3	2	1
ألوان باستيل	1	0	5

تحقق من فهمك

3) **فن:** في المثال أعلاه، ما احتمال أن تكون اللوحة التي اختارها إبراهيم مائية أو شكلًا هندسيًّا؟

لوحات إبراهيم			
الوسيلة	طبيعة صامتة	مناظر طبيعية	أشكال هندسية
ألوان مائية	4	5	3
ألوان زيتية	1	3	2
ألوان أكريل	3	2	1
ألوان باستيل	1	0	5

احتمال الحادثة المتممة: عناصر **الحادثة المتممة** A تتكون من جميع نواتج فضاء العيّنة غير الموجودة في الحادثة A. فمثلًا تعلم أن احتمال الحصول على العدد 4 عند رمي مكعب مرقّم من 1 إلى 6 مرة واحدة يساوي $\frac{1}{6}$، وبالتالي فإن احتمال عدم الحصول على العدد 4 هو $\frac{5}{6}$؛ وذلك لأنه توجد 5 نواتج ممكنة لهذه الحادثة هي: 1, 2, 3, 5, 6. لذا فإن $P(\text{عدم الحصول على العدد 4}) = \frac{5}{6}$.

لاحظ أن هذا الاحتمال يساوي $1 - \frac{1}{6}$ أو $1 - P(4)$.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

احتمال الحادثة المتممة

التعبير اللفظي: احتمال عدم وقوع حادثة يساوي 1 ناقص احتمال وقوع الحادثة.

بالرموز: لأيِّ حادثة A، $P(\grave{A}) = 1 - P(A)$

قراءة الرياضيات

الحادثة المتممة

يرمز إلى الحادثة المتممة للحادثة A بالرمز $(\grave{A})$.

مثال

الحادثة المتممة

مسابقات: اشتركت سميرة في مسابقة ثقافية، وطُلب إليها سحب بطاقة عشوائيًّا من صندوق به (300) بطاقة، منها (20) بطاقة رابحة. ما احتمال عدم سحب بطاقة رابحة؟

تحقق من فهمك

4) **أمطار:** إذا كان احتمال هطول المطر 70% فما احتمال عدم هطوله؟

ملخص المفاهيم

أضف إلى مطويتك

قوانين الاحتمال

نوع الحوادث	الوصف	القانون
الحادثتان المستقلتان	احتمال وقوع الحادثة الأولى لا يؤثر في احتمال وقوع الحادثة الثانية.	إذا كانت A , B حادثتين مستقلتين، فإن: $P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$
الحادثتان غير المستقلتين	احتمال وقوع إحدى الحادثتين يؤثر في احتمال وقوع الأخرى.	إذا كانت A , B حادثتين غير مستقلتين، فإن: $P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B\|A)$
الحادثة المشروطة	إعطاء معلومات إضافية عن احتمال حادثة ما .	يكون احتمال الحادثة A بشرط وقوع حادثة B : $P(A\|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ بشرط $P(B) \neq 0$
الحادثتان المتنافيتان	حادثتان لا توجد بينها نواتج مشتركة.	إذا كانت A , B حادثتين متنافيتين فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
الحادثتان غير المتنافيتين	حادثتان توجد بينها نواتج مشتركة.	إذا كانت A و B حادثتين غير متنافيتين فإن: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
الحادثة المتممة	تتكون نواتج الحادثة المتممة من جميع نواتج فضاء العيِّنة التي ليست من نواتج الحادثة الأصلية.	لأيّ حادثة A: $P(A') = 1 - P(A)$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

الحوادث المركبة

مستقلة - غير مستقلة

$P = (A \cap B)$

- **مستقلة** (السحب بارجاع)
  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- **غير مستقلة** (السحب بدون ارجاع)
  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A/B)$

المتممة

(احتمال عدم وقوع حادثة)

$P(\acute{A}) = 1 - P(A)$

متنافية - غير متنافية

$P = (A \cup B)$

- **متنافية** (لا يوجد بينهما نواتج مشتركة)
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- **غير متنافية** (يوجد بينهما نواتج مشتركة)
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

مثال

تحديد قوانين الاحتمال واستعمالها

حزام الأمان: افرض أن 81 % من سائقي إحدى المدن يستعملون حزام الأمان. إذا تمّ اختيار سائقَيْن واحدًا تلو الآخر عشوائيًّا من بين 100 من السائقين. وكانت هذه المجموعة تعكس صورة المجتمع، فما احتمال أن يكون أحدهما على الأقل لا يستعمل حزام الأمان؟

إرشادات للدراسة

تقاطع الحوادث واتحادها

من المثال 5 لاحظ أن

$$P(A' \cup B') = P[(A \cap B)']$$

وبالمثل

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$$

تحقق من فهمك

5) هواتف نقالة: أشارت إحدى الدراسات إلى أن 35% من السائقين يستعملون الهاتف النقّال أثناء قيادة السيارة. إذا اختير سائقان واحدًا تلو الآخر عشوائيًّا من مجموعة 100 سائق، فما احتمال أن يستعمل أحدهما على الأقل هاتفه النقّال أثناء القيادة؟

تأكد

حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أو غير متنافيتين في كلٍّ ممَّا يأتي، وبرّر إجابتك:

1) ظهور عدد فردي أو أكبر من 3 عند رمي مكعب مرقّم مرة واحدة.

2) اختيار سيارة أو حصان.

تأكد

3) **الموظف المثالي:** حصل سامي على جائزة أفضل أداء لموظفي شركة، وكانت جائزته أن يختار عشوائيًّا واحدة من بين 4 بطاقات سفر و 6 كتب و 10 ساعات و 3 حقائب ، و 7 نظارات. ما احتمال أن يربح بطاقة سفر، أو كتابًا، أو ساعة؟

تأكد

4) **نشاطات مدرسية :** بناءً على الجدول المجاور، اختير طالب في المدرسة. ما احتمال أن يكون الطالب من الصف الثاني الثانوي أو في نادي العلوم؟

النادي	الصف الأول الثانوي	الصف الثاني الثانوي	الصف الثالث الثانوي
الرياضي	12	14	8
العلوم	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
اللغة الإنجليزية	11	15	13

تأكد

5) لعبة السهام: إذا كان احتمال إصابتك الهدف عند رمي السهم تساوي $\frac{2}{10}$، فما احتمال أن تخطئ إصابة الهدف؟

تدرب

تدريب على اختبار

23) احتمال: يقدم محل تجاري لزبائنه في يوم الافتتاح الهدايا المبينة في الجدول الآتي. ما احتمال أن يربح الزبون الأول إحدى أدوات المطبخ أو إحدى الساعات؟

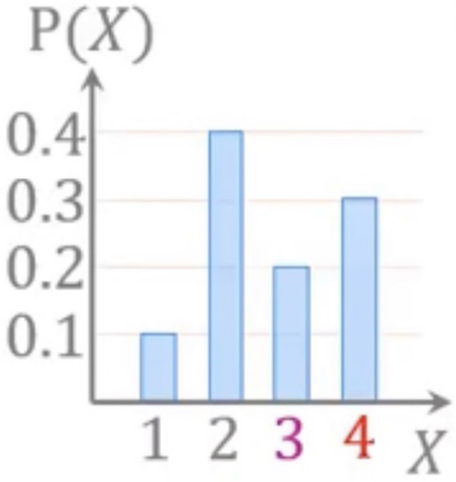
الهدية	العدد
أدوات مطبخ	10
أدوات كهربائية	6
ساعات	3
هواتف نقالة	1

A 0.075 **B** 0.35 **C** 0.5 **D** 0.65

24) احتمال: رمي مكعب مرقّم من 1 إلى 6، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 أو عدد فردي على الوجه الظاهر؟

A $\frac{1}{6}$ **B** $\frac{2}{3}$ **C** $\frac{5}{6}$ **D** 1

يُبين التظليل بالأعمدة في الشكل المجاور عدد الأيام الممطرة X في السنة في مدينة ما، ما احتمال أن يكون عدد الأيام الممطرة 4 أيام أو 3 أيام؟



(A) 0.3

(B) 0.5

(C) 0.7

(D) 0.8

إذا رُمي نردان متمايزان مرة واحدة فما احتمال ظهور عددان زوجيان أو عددان مجموعهم 3 ؟

(A) $\frac{11}{36}$

(B) $\frac{1}{72}$

(C) $\frac{7}{36}$

(D) $\frac{18}{36}$