بسم الله الرحمن الرحيم

اليوم : التاريخ :

المادة : رياضيات الحصة :

المعادلات التربيعية :

الموضوع : $س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

رقم الصفحة ١١٣

@Hnoooood

رقم الصفحة: ١١٣

فيما سبق

درستُ ضرب ثنائيات الحد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب.

والآن

- أحلّل ثلاثية حدود على الصورة: $س^{٢} + ب س + جـ$.
- أحلّ المعادلات على الصورة: $س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

المفردات

المعادلة التربيعية

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

بركة سباحة سطحها مستطيل الشكل، يُراد وضع سياج حولها طوله ٢٤ م. إذا كانت مساحة سطح البركة ٣٦ م^{٢}، فما بعداها؟

لحل هذه المسألة يجب إيجاد عددين حاصل ضربهما ٣٦ وَمجموعهما يساوي ١٢ (نصف محيط البركة).

تحليل س^{٢} + ب س + جـ: تعلمت كيف تضرب ثنائيتي حدّ باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب، على أن تكون كل ثنائية حد منهما عاملاً لناتج الضرب. ويمكن استعمال نمط ضرب ثنائيتي الحد لتحليل أنواع معينة من ثلاثيات الحدود.

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

$(س + ٣)(س + ٤) = س^{٢} + ٤س + ٣س + ٣ \times ٤$ طريقة التوزيع بالترتيب

$= س^{٢} + (٤ + ٣)س + ٣ \times ٤$ خاصية التوزيع

$= س^{٢} + ٧س + ١٢$ بسّط.

لاحظ أن معامل الحدّ الأوسط ٧ هو مجموع العددين ٣ و٤، والحد الأخير ١٢ هو ناتج ضربهما.

لاحظ القاعدة الآتية في الضرب:

$(س + ٣)(س + ٤) = س^{٢} + (٤ + ٣)س + (٣ \times ٤)$

$(س + م)(س + ن) = س^{٢} + (ن + م)س + م ن$ لتكن م = ٣، ن = ٤

$= س^{٢} + (م + ن)س + م ن$ الإبدال (+)

$س^{٢} + ب س + جـ$ ب = م + ن، جـ = م ن

لاحظ أن معامل الحد الأوسط هو مجموع م وَ ن، والحدّ الأخير هو ناتج ضربهما.

تستعمل هذه القاعدة لتحليل ثلاثيات الحدود على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$.

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مفهوم أساسي

تحليل $س^{٢}$ + ب س + جـ

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة $س^{٢}$ + ب س + جـ ، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما ب، وناتج ضربهما جـ ، ثم اكتب $س^{٢}$ + ب س + جـ على الصورة (س + م) (س + ن).

الرموز: $س^{٢}$ + ب س + جـ = (س + م) (س + ن) ، حيث م + ن = ب، م ن = جـ

مثال: $س^{٢}$ + ٦س + ٨ = (س + ٢) (س + ٤). لأن ٢ + ٤ = ٦، ٢ × ٤ = ٨

يكون لعاملي جـ الإشارة نفسها عندما تكون موجبة. ويعتمد كون العاملين موجبين أو سالبين على إشارة ب. فإذا كانت ب موجبة فالعاملان موجبان، وإذا كانت سالبة فالعاملان سالبان.

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

إرشادات لحل المسألة

خمّن وتحقّق

عند تحليل ثلاثية حدود، اعمل تخمينًا مدروسًا، وتحقق من المعقولية، ثم عدّل التخمين حتى تصل إلى الإجابة الصحيحة.

مثال ١ تحليل $س^{٢} + ب س + جـ$ عندما يكون ب، جـ موجبين

حلّل : $س^{٢} + ٩س + ٢٠$.

بما أن جـ ، ب موجبان في ثلاثية الحدود، ب = ٩، جـ = ٢٠ . لذا يجب إيجاد عاملين موجبين مجموعهما ٩، وناتج ضربهما ٢٠ . كوّن قائمة عوامل العدد ٢٠، و أوجد العاملين اللذين مجموعهما ٩ .

عوامل العدد ٢٠	مجموع العاملين
١، ٢٠	٢١
٢، ١٠	١٢
٤، ٥	٩

العاملان الصحيحان هما ٤، ٥

$س^{٢} + ٩س + ٢٠ = (س + م)(س + ن)$ — اكتب القاعدة

$= (س + ٤)(س + ٥)$ — م = ٤، ن = ٥

تحقق: يمكنك التحقق من هذه النتيجة بضرب العاملين لتحصل على العبارة الأصلية.

$(س + ٤)(س + ٥) = س^{٢} + ٥س + ٤س + ٢٠$ — طريقة التوزيع بالترتيب

$= س^{٢} + ٩س + ٢٠$ ✓ — بسّط.

@Hnoooood

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين:

أ١) $د^{٢} + ١١د + ٢٤$

ب١) $٩ + ١٠ن + ن^{٢}$

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إذا كانت ب سالبة، وجـ موجبة في ثلاثية الحدود، استعمل ما تعرفه عن ضرب ثنائيتي الحد؛ لتقليص قائمة العوامل الممكنة.

مثال ٢ تحليل س^{٢} + ب س + جـ عندما تكون ب سالبة، جـ موجبة

حلّل: س^{٢} − ٨س + ١٢

بما أن جـ موجبة، و ب سالبة في ثلاثية الحدود ، ب= −٨، جـ = ١٢ لذا يجب إيجاد عاملين سالبين مجموعها −٨ وحاصل ضربهما ١٢

عوامل العدد ١٢	مجموع العاملين
−١، −١٢	−١٣
−٢، −٦	−٨
−٣، −٤	−٧

العاملان الصحيحان هما −٢، −٦

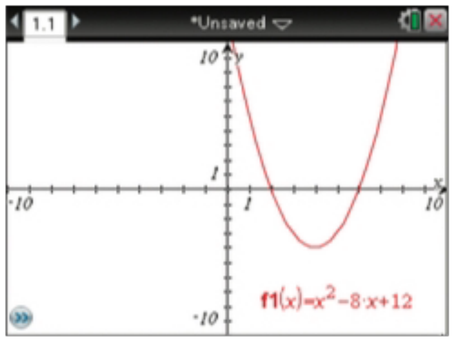
س^{٢} − ٨س + ١٢ = (س + م)(س + ن)

اكتب القاعدة

= (س − ٢)(س − ٦)

م = −٢، ن = −٦

تحقق: مثّل المعادلتين: ص= س^{٢} − ٨س + ١٢، ص= (س−٢) (س− ٦) بيانيًّا على الشاشة نفسها. بما أن التمثيلين متطابقان، فإن ثلاثية الحدود حُللت بصورة صحيحة. ✔



الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين:

٢أ) $٢١ - ٢٢م + م^{٢}$

٢ب) $و^{٢} - ١١و + ٢٨$

الرياضيات
فن وإبداع
@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

عندما تكون جـ سالبة، يكون لعامليها إشارتان مختلفتان. ولتحدد أي عامل منهما موجب وأيهما سالب، انظر إلى إشارة ب؛ فالعامل الذي له القيمة المطلقة الكبرى له إشارة ب نفسها.

مراجعة المفردات

القيمة المطلقة

تمثل القيمة المطلقة للعدد ن المسافة بين العدد والصفر على خط الأعداد. وتُكتب على الصورة | ن |.

مثال ٣ تحليل $س^{٢}$ + ب س + جـ عندما تكون جـ سالبة

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

أ) $س^{٢}$ + ٢س − ١٥

في ثلاثية الحدود هذه ب = ٢، جـ = −١٥ وبما أن جـ سالبة. فإن م وَ ن عددان مختلفان في الإشارة.
وبما أن ب موجبة، فالعامل الذي قيمته المطلقة أكبر يكون موجبًا.

اكتب أزواجًا من عوامل العدد −١٥، على أن يكون أحد العاملين في كل زوج سالبًا والآخر موجبًا، ثم انظر إلى العاملين اللذين مجموعهما ٢.

عوامل العدد −١٥	مجموع العاملين
−١، ١٥	١٤
−٣، ٥	٢

العاملان الصحيحان هما −٣، ٥

$س^{٢}$ + ٢س − ١٥ = (س + م)(س + ن)

اكتب القاعدة

= (س − ٣)(س + ٥)

م = −٣، ن = ٥

تحقق: (س − ٣) (س + ٥) = $س^{٢}$ + ٥س − ٣س − ١٥

طريقة التوزيع بالترتيب

= $س^{٢}$ + ٢س − ١٥ ✔

بسّط

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

ب) س^{٢} − ٧س − ١٨

في ثلاثية الحدود هذه ب = −٧، جـ = −١٨ . ، إذن م أو ن سالبة، وليس كلاهما. وبما أن ب سالبة، فالعامل ذو القيمة المطلقة الكبرى يكون سالبًا.

اكتب أزواجًا من عوامل −١٨، على أن يكون أحد العاملين في كلّ زوج سالبًا والآخر موجبًا، ثم انظر إلى العاملين اللذين مجموعهما −٧.

عوامل العدد −١٨	مجموع العاملين
١، −١٨	−١٧
٢، −٩	−٧
−٦، +٣	−٣

العاملان الصحيحان هما ٢، −٩

س^{٢} − ٧س − ١٨ = (س + م)(س + ن)

اكتب القاعدة

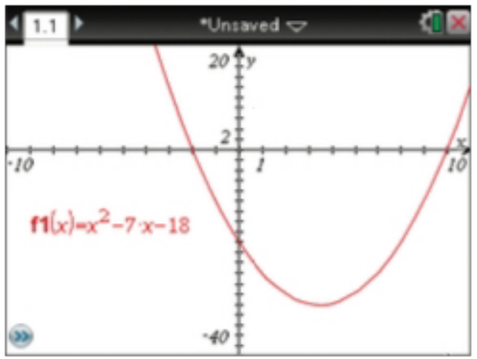
= (س + ٢)(س − ٩)

م = ٢، ن = −٩

تحقق: مثّل المعادلتين ص = س^{٢} − ٧س − ١٨ ،

ص = (س + ٢) (س − ٩) بيانيًّا على الشاشة نفسها،

بما أن التمثيلين متطابقان، فإن ثلاثية الحدود حُلّلت بصورة صحيحة. ✔



@Hnoooood

تحقق من فهمك

٣أ) $ص^{٢} + ١٣ص - ٤٨$

٣ب) $ر^{٢} - ٢ر - ٢٤$

حلّ المعادلات بالتحليل: يمكن كتابة **المعادلات التربيعية** على الصورة القياسية:

$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$ ، $أ \neq ٠$ ويمكن حل بعض المعادلات على هذه الصورة بالتحليل، ثم استعمال خاصية الضرب الصفري

وزارة الت

@Hnooood

مثال ٤ حل المعادلة بالتحليل

حل المعادلة: $س^{٢} + ٦س = ٢٧$، وتحقَّق من صحة الحل.

$س^{٢} + ٦س = ٢٧$	المعادلة الأصلية
$س^{٢} + ٦س - ٢٧ = ٠$	اطرح ٢٧ من كلا الطرفين
$(س - ٣)(س + ٩) = ٠$	حلِّل إلى العوامل
$س - ٣ = ٠$ أو $س + ٩ = ٠$	خاصية الضرب الصفري
$س = ٣$ $\quad$ $س = -٩$	حل كل معادلة

تحقق: عوّض عن س بكل من ٣، −٩ في المعادلة الأصلية.

$س^{٢} + ٦س = ٢٧$

$(٣)^{٢} + ٦(٣) \stackrel{؟}{=} ٢٧$

$٩ + ١٨ = ٢٧$ ✔

$س^{٢} + ٦س = ٢٧$

$(-٩)^{٢} + ٦(-٩) \stackrel{؟}{=} ٢٧$

$٨١ - ٥٤ = ٢٧$ ✔

@Hnoooood

تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٤أ) $ع^{٢} - ٣ع = ٧٠$

٤ب) $س^{٢} + ٣س - ١٨ = ٠$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٥ من واقع الحياة

حل المسألة بالتحليل

تصميم: يصمّم سعيد لوحة إعلان لبيع أقراص مدمجة لتعلم الرياضيات. إذا كان ارتفاع الجزء العلوي من اللوحة ٤ بوصات، ويزيد طول باقي اللوحة عن عرضها بِـ ٢ بوصة. وَمساحة اللوحة ٦١٦ بوصة مربّعة، فأوجد عرض اللوحة.

افهم: يجب إيجاد عرض اللوحة.

خطّط: بما أن اللوحة على شكل مستطيل فالمساحة = العرض× الطول

حلّ: بما أن ض = عرض اللوحة، فيكون طول اللوحة = ض+ ٢ + ٤ = ض+ ٦

ض (ض+ ٦) = ٦١٦	اكتب المعادلة
ض^{٢}+ ٦ض= ٦١٦	اضرب
ض^{٢}+ ٦ض – ٦١٦= ٠	اطرح ٦١٦ من كل طرف
(ض + ٢٨) (ض – ٢٢) = ٠	حلل
ض + ٢٨ = ٠ أو ض – ٢٢ = ٠	خاصية الضّرب الصفري
ض = –٢٨ ض = ٢٢	حل كل معادلة

بما أن الأبعاد لا يمكن أن تكون سالبة، فإن العرض = ٢٢ بوصة.

تحقق: إذا كان العرض ٢٢ بوصة فإن المساحة = ٢٢(٢٢ + ٦) = ٦١٦ بوصة مربعة، وهي مساحة اللوحة. ✔

الربط مع الحياة

تُصمَّم بعض اللوحات الإعلانية لاستخدامها مرة واحدة لمناسبة معينة، وإن كان الغرض من اللوحة الاستخدام لفترة طويلة، فيجب مراعاة المواد المصنوعة منها لتقاوم عوامل الجو.

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

٥) **هندسة:** متوازي أضلاع ارتفاعه أقل من قاعدته بِـ ١٨ سم، ومساحته ١٧٥ سم^{٢}. فما ارتفاعه؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

تأكد

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١) $س^{٢} + ١٤س + ٢٤$

٢) $ص^{٢} - ٧ص - ٣٠$

٣) $ن^{٢} + ٤ن - ٢١$

٤) $م^{٢} - ١٥م + ٥٠$

@Hnoooood

رقم الصفحة: ١١٧

حُلَّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٥) $س^{٢} - ٤س - ٢١ = ٠$

٦) $ن^{٢} - ٣ن + ٢ = ٠$

٧) $س^{٢} - ١٥س + ٥٤ = ٠$

٨) $س^{٢} + ١٢س = -٣٢$

٩) $س^{٢} - س - ٧٢ = ٠$

١٠) $س^{٢} - ١٠س = -٢٤$

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

١١) **إطار صورة:** اشترت لطيفة إطارًا لصورة، إلا أن الصورة كانت أكبر من الإطار، لذا فإنها بحاجة إلى تصغير طول الصورة وعرضها بالمقدار نفسه، على أن تصبح مساحتها نصف مساحتها الأصلية. فإذا كان بُعدا الصورة الأصلية ١٢، ١٦ سم. فما بُعدا الصورة المصغَّرة؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

رقم الصفحة: ١١٧

تدرب وحل المسائل

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١٢) $س^{٢} + ١٧س + ٤٢$

١٣) $ص^{٢} - ١٧ص + ٧٢$

١٤) $أ^{٢} + ٨أ - ٤٨$

١٥) $ن^{٢} - ٢ن - ٣٥$

١٦) $٤٤ + ١٥هـ + هـ^{٢}$

١٧) $٤٠ - ٢٢س + س^{٢}$

@Hnoooood

رقم الصفحة: ١١٧

حُلّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

١٨) $س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$

١٩) $ص^{٢} + ص = ٢٠$

٢٠) $س^{٢} - ٦س = ٢٧$

٢١) $جـ^{٢} + ١٠جـ + ٩ = ٠$

٢٢) $ن^{٢} - ١٢٠ = ٧ن$

٢٣) $هـ^{٢} + ٤٨ = ١٦هـ$

@Hnoooood

رقم الصفحة: ١١٧

٢٤) **هندسة:** مساحة مثلث ٣٦سم^{٢}، ويزيد ارتفاعه ٦سم على طول قاعدته. فما ارتفاعه؟ وما طول قاعدته؟

٢٥) **هندسة:** تمثّل العبارة (س^{٢} − ٤س − ١٢) سم^{٢} مساحة مستطيل طوله (س + ٢) سم. فما عرضه؟

@Hnooood

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٢٦) $ك^{٢} + ١١ك ر + ١٨ر^{٢}$ ٢٧) $س^{٢} - ٦س ص + ٥ص^{٢}$ ٢٨) $أ^{٢} + ١٠أب - ٣٩ب^{٢}$

٢٩) **سباحة:** يزيد طول حوض سباحة دولي مستطيل الشكل ٢٩ مترًا عن عرضه، ومساحة سطحه ١٠٥٠ $م^{٢}$.

أ) عرّف متغيرًا، واكتب معادلة تمثل مساحة سطحه.

ب) حل المعادلة.

جـ) فسّر الإجابتين، وهل هناك معنى لكلٍّ منهما؟

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣٠) **هندسة :** اكتب عبارة تمثّل محيط المستطيل الذي مساحته م = س^{٢} + ١٣س − ٩٠ .

الرياضيات
فن وإبداع
@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣١) تمثيلات متعددة: ستكتشف في هذا السؤال، طريقة التحليل عندما يكون المعامل الرئيس للعبارة التربيعية لا يساوي ١.

أ) جدوليًا: انقل الجدول الآتي، ثمّ أكمله:

ضرب ثنائيتي حد	ناتج ضرب ثنائيتي الحد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب	أ س^{٢} + ب س + جـ	م × ن	أ × جـ
(٢ س+٣) (س+٤)	٢س^{٢}+٨س+٣س+١٢	٢س^{٢}+١١س+١٢	٢٤	٢٤
(س+١) (٣س+٥)				
(٢س−١) (٤س+١)				
(٣س+٥) (٤س−٢)				

ب) تحليليًا: كيف يرتبط العددان م، ن بالعددين أ ، جـ؟

جـ) تحليليًا: كيف يرتبط العددان م، ن بالعدد ب؟

د) لفظيًا: صف إجراءً يمكن استعماله لتحليل كثيرة حدود على الصورة أس^{٢} + ب س + جـ .

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٢) **اكتشف الخطأ:** حلّل كلٌّ من خليل وماجد العبارة: $س^{٢}+٦س-١٦$. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر ذلك.

ماجد	خليل
$س^{٢}+٦س-١٦=(س+٢)(س-٨)$	$س^{٢}+٦س-١٦=(س-٢)(س+٨)$

تحد: أوجد جميع قيم هـ التي تجعل كل كثيرة حدود في كلّ مما يأتي قابلة للتحليل باستعمال الأعداد الصحيحة:

٣٣) $س^{٢}+هـ س-١٩$ ٣٤) $س^{٢}+هـ س+١٤$ ٣٥) $س^{٢}-٨س+هـ$، $هـ>٠$

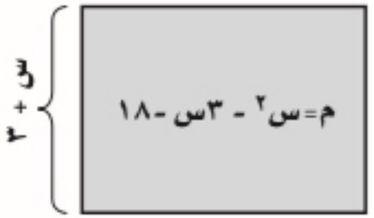
٣٦) **تحدّ:** حلّل العبارة: $(٤ص-٥)^{٢}+٣(٤ص-٥)-٧٠$.

@Hnooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريب على اختبار

٣٧) هندسة: ما العبارة التي تمثّل طول المستطيل في الشكل المجاور؟



أ) س + ٥
ب) س + ٦
جـ) س − ٦
د) س − ٥

٣٨) إذا كان الفرق بين ٢١ والعدد ن هو ٦، فما المعادلة التي تبين هذه العلاقة؟

أ) ٢١ − ن = ٦
ب) ٢١ن = ٦
جـ) ٢١ + ن = ٦
د) ٦ن = −٢١

الرياضيات فن وإبداع
@Hnooooood

الواجب

رقم السؤال : .....

رقم الصفحة : .....

@Hnoooood