بسم الله الرحمن الرحيم

اليوم : التاريخ :

المادة : رياضيات الحصة :

المعادلات التربيعية :

الموضوع : أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

رقم الصفحة ١٢١

@Hnoooood

رقم الصفحة: ١٢١

فيما سبق

درستُ تحليل ثلاثية حدود على الصورة س^{٢} + ب س + جـ.

والآن

- أحلّل ثلاثية حدود على الصورة:
  أس^{٢} + ب س + جـ.
- أحلّ معادلات على الصورة:
  أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

المفردات

كثيرة الحدود الأولية

@Hnoooood

لماذا ؟

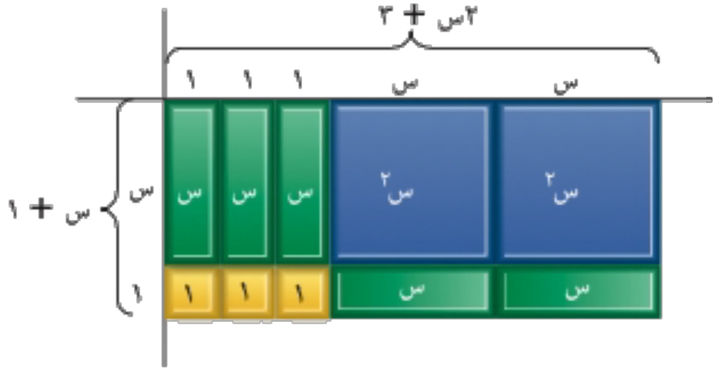
يمكن تمثيل مسار الأرجوحة في مدينة الألعاب بالعبارة $٥ن^{٢} - ٢ن + ٣٠$؛ حيث (ن) زمن الحركة. وتحليل هذه العبارة إلى عواملها يساعد المسؤول عن التشغيل على معرفة الوقت الذي تستغرقه أرجوحتها في المرة الأولى.

تحليل $أ س^{٢} + ب س + جـ$: حللت في الدرس السابق عبارات تربيعية على الصورة: $أ س^{٢} + ب س + جـ$ ، $أ = ١$.

ستطبق في هذا الدرس طرق تحليل عبارات تربيعية فيها $أ \neq ١$.

في الشكل المجاور بعدا المستطيل المكوّن من بطاقات الجبر هما $(س + ١)$، $(٢س + ٣)$، وهما عاملا $٢س^{٢} + ٥س + ٣$.

يمكنك استعمال طريقة التحليل بتجميع الحدود لتحليل هذه العبارة.



@Hnoooood

الخطوة ١: طبّق القاعدة:

$٢س^{٢} + ٥س + ٣ = ٢س^{٢} + م س + ن س + ٣$.

الخطوة ٢: أوجد عددين ناتج ضربهما $٢ \times ٣ = ٦$ ومجموعهما ٥.

عوامل العدد ٦	مجموع العاملين
١، ٦	٧
٢، ٣	٥

الخطوة ٣: استعمل التجميع لإيجاد العوامل.

$٢س^{٢} + ٥س + ٣ = ٢س^{٢} + م س + ن س + ٣$ — اكتب القاعدة

$= ٢س^{٢} + ٢س + ٣س + ٣$ — م = ٢، ن = ٣

$= (٢س^{٢} + ٢س) + (٣س + ٣)$ — جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

$= ٢س(س + ١) + ٣(س + ١)$ — حلّل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ)

$= (٢س + ٣)(س + ١)$ — (س+١) عامل مشترك

إذن: $٢س^{٢} + ٥س + ٣ = (٢س + ٣)(س + ١)$.

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مفهوم أساسي

تحليل أ س^{٢} + ب س + جـ

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة أ س^{٢} + ب س + جـ ، أوجد عددين صحيحين م ، ن مجموعهما يساوي ب، وناتج ضربهما أ جـ ، ثم اكتب أ س^{٢} + ب س + جـ على الصورة أ س^{٢} + م س + ن س + جـ ، ثم حلّل بتجميع الحدود.

مثال: ٥س^{٢} − ١٣س + ٦ = ٥س^{٢} − ١٠س − ٣س + ٦ م = −١٠ ، ن = −٣

= ٥س(س − ٢) + (−٣)(س − ٢)

= (٥س − ٣)(س − ٢)

الرياضيات فن وإبداع
@Hnooooood

رقم الصفحة: ١٢٢

إرشادات للدراسة

القاسم المشترك الأكبر

ابحث عن القاسم المشترك الأكبر لحدود كثيرة الحدود قبل تحليلها.

مثال ١ تحليل أس٢ + ب س + جـ

حلّل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

أ) ٧س٢ + ٢٩س + ٤

في ثلاثية الحدود أعلاه، أ = ٧، ب = ٢٩، جـ = ٤. أوجد عددين ناتج ضربهما ٧ × ٤ = ٢٨، ومجموعهما ٢٩. كوّن قائمة بأزواج من عوامل العدد ٢٨، وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما ٢٩.

عوامل العدد ٢٨	مجموع العوامل
١، ٢٨	٢٩

العوامل الصحيحة ١ ، ٢٨

٧س٢ + ٢٩س + ٤ = ٧س٢ + م س + ن س + ٤ — استخدم القاعدة.

= ٧س٢ + ١ س + ٢٨س + ٤ — م = ١، ن = ٢٨

= (٧س٢ + ١س) + (٢٨س + ٤) — جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

= س(٧س + ١) + ٤(٧س + ١) — حلّل بإخراج (ق. م. أ)

= (س + ٤)(٧س + ١) — (٧س+١) عامل مشترك

ب) ٣س٢ + ١٥س + ١٨

(ق.م.أ) للحدود ٣س٢، ١٥س، ١٨، هو ٣. حلّل بإخراج العامل ٣.

٣س٢ + ١٥س + ١٨ = ٣(س٢ + ٥س + ٦) — خاصية التوزيع

= ٣(س + ٣)(س + ٢) — أوجد عاملين للعدد ٦ مجموعهما ٥

@Hnoooood

تحقق من فهمك

١أ) $٥س^{٢} + ١٣س + ٦$

١ب) $٦س^{٢} + ٢٢س - ٨$

@Hnoooood

مثال ٢ تحليل أ س^{٢} + ب س + جـ

حلل كثيرة الحدود ٣س^{٢} − ١٧س + ٢٠.

في ثلاثية الحدود أعلاه أ = ٣، ب = −١٧، جـ = ٢٠. وبما أن ب سالبة، فإن م + ن ستكون سالبة أيضًا، وبما أن جـ موجبة، فإن م ن ستكون موجبة.

لتحديد م، ن كوّن قائمة بالعوامل السالبة لـ أ جـ = ٦٠ وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما −١٧

عوامل العدد ٦٠	مجموع العاملين
−٢، −٣٠	−٣٢
−٣، −٢٠	−٢٣
−٤، −١٥	−١٩
−٥، −١٢	−١٧

العاملان الصحيحان هما −٥، −١٢

م = −١٢، ن = −٥

$$٣س^{٢} - ١٧س + ٢٠ = ٣س^{٢} - ١٢س - ٥س + ٢٠$$

جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= (٣س^{٢} - ١٢س) + (-٥س + ٢٠)$$

حلل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ)

$$= ٣س(س - ٤) + (-٥)(س - ٤)$$

خاصية التوزيع

$$= (٣س - ٥)(س - ٤)$$

@Hnoooood

تحقق من فهمك

٢أ) $٢ن^{٢} - ن - ١$

٢ب) $١٠ص^{٢} - ٣٥ص + ٣٠$

@Hnooooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تُسمّى كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة **كثيرة حدود أولية.**

مثال ٣ تحديد كثيرة الحدود الأولية

حلّل العبارة: ٤س^{٢}−٣س+ ٥ إن أمكن باستعمال الأعداد الصحيحة، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب"أولية".

في ثلاثية الحدود السابقة أ = ٤، ب = −٣، جـ = ٥

وبما أن ب سالبة، فإن م + ن سالبة. وبما أن جـ موجبة فإن م ن موجبة، لذا يكون كلّ من م وَ ن سالبًا. كوّن قائمة بأزواج عوامل العدد٢٠ . وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما −٣.

عوامل العدد ٢٠	مجموع العاملين
−٢٠، −١	−٢١
−٤، −٥	−٩
−٢، −١٠	−١٢

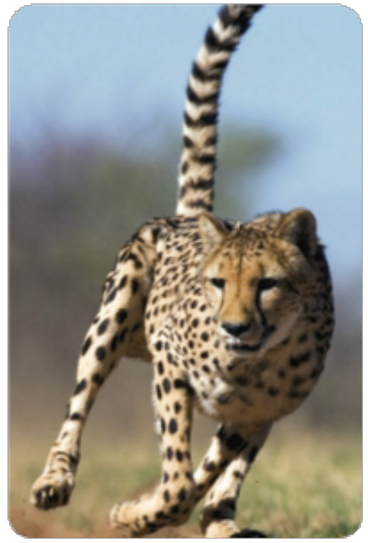
لا يوجد عاملان مجموعهما −٣. لذا لا يمكن تحليل العبارة التربيعية باستعمال الأعداد الصحيحة. لذا فالعبارة التربيعية ٤س^{٢}−٣س + ٥ أولية.

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

تحقق من فهمك

٣أ) $٤ر^{٢} - ر + ٧$

٣ب) $٢س^{٢} + ٣س - ٥$



حل معادلات بالتحليل: تمثّل المعادلة ل = −٥ن^{٢} + ع ن + ل$_{٠}$ ارتفاع جسم مقذوف لأعلى، حيث تمثل (ل) الارتفاع بالمتر، وَ (ن) الزمن بالثواني، وَ (ع) السرعة الابتدائية م/ ثانية، و(ل$_{٠}$) الارتفاع الابتدائي بالمتر. ويمكن حل هذه المعادلة بعد كتابتها على الصورة أس^{٢} + ب س + جـ = ٠ بالتحليل واستعمال خاصية الضرب الصفري.

مثال ٤ من واقع الحياة — حل المعادلات بالتحليل إلى العوامل

حياة برية: افترض أن فهدًا يقفز نحو فريسته بسرعة ابتدائية رأسية مقدارها ١١ مترًا/ ثانية. فكم يبقى الفهد في الهواء قبل وصوله إلى فريسته التي ترتفع عن الأرض ٢ متر؟

ل = −٥ن^{٢} + ع ن + ل$_{٠}$	معادلة الارتفاع
٢ = −٥ن^{٢} + ١١ن + ٠	عوّض ل = ٢، ع = ١١، ل$_{٠}$ = ٠
٠ = −٥ن^{٢} + ١١ن − ٢	اطرح ٢ من كلا الطرفين
٠ = ٥ن^{٢} − ١١ن + ٢	اضرب كلا الطرفين في −١
٠ = (٥ن − ١) (ن − ٢)	حلّل
٥ن − ١ = ٠ أو ن = ٢	خاصية الضرب الصفري
٥ن = ١	
ن = $\frac{١}{٥}$	حل كل معادلة

الإجابتان $\frac{١}{٥}$ وَ ٢ ثانية، يحتاج الفهد إلى $\frac{١}{٥}$ ثانية للوصول إلى ارتفاع ٢م في أثناء صعوده، وإلى ثانيتين في الهواء للوصول إلى الفريسة.

الربط مع الحياة

الفهد هو أسرع حيوان في العالم؛ حيث تبلغ سرعته ١١٢ كلم / ساعة، ويمكن أن تصل سرعته من صفر إلى ٦٤ كلم / ساعة في ٣ خطوات واسعة خلال ثوانٍ فقط.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

تحقق من فهمك

٤) **فيزياء:** قذف شخص كرة إلى الأعلى من سطح بناية ارتفاعها ٢٠ م. والمعادلة ع = $-٥ن^{٢} + ١٦ن + ٢٠$ تمثل ارتفاع الكرة (ع) بالأمتار بعد (ن) ثانية. فإذا سقطت الكرة على شرفة ارتفاعها ٤ م عن الأرض، فكم ثانية بقيت الكرة في الهواء؟

تنبيه !

إشارة السالب

حافظ على (العدد -١) معامل $ن^{٢}$ ، الذي تم إخراجه خلال التحليل، أو اضرب كلا الطرفين في -١ بدلًا من ذلك.

@Hnoooood

تأكد

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

١) $٢س^{٢} + ٢٢س + ٥٦$ ٢) $٥س^{٢} - ٣س + ٤$ ٣) $٣س^{٢} - ١١س - ٢٠$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

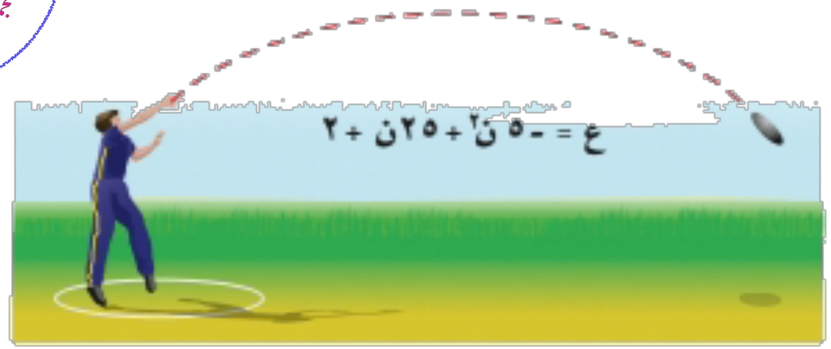
حُلَّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٤) $٢س^{٢} + ٩س + ٩ = ٠$

٥) $٣س^{٢} - ١٠س + ٨ = ٠$

٦) $٢س^{٢} - ١٧س + ٣٠ = ٠$

@Hnoooood



٧) **رمي القرص:** يرمي خالد القرص المعدني كما في الشكل المجاور.

أ) ما الارتفاع الابتدائي للقرص؟

ب) بعد كم ثانية يصل القرص إلى الارتفاع نفسه الذي قذف منه؟

@Hnoooood

تدرب وحل المسائل

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

٨) $٥س^{٢} + ٣٤س + ٢٤$

٩) $٤س^{٢} + ٣٨س + ٧٠$

١٠) $٢س^{٢} - ٣س - ٩$

@Hnooood

رقم الصفحة: ١٢٤

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

١١) $٤س^{٢} - ١٣س + ١٠$

١٢) $٢س^{٢} + ٣س + ٦$

١٣) $١٢س^{٢} + ٦٩س + ٤٥$

@Hnooood

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

١٤) $٤س^{٢} - ٥س + ٧$

١٥) $٥س^{٢} + ٢٣س + ٢٤$

١٦) $٣س^{٢} - ٨س + ١٥$

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

١٧) **صيد:** أطلق صياد طلقة نارية ارتفاعها تمثِّله المعادلة ع = −٥ن^{٢} + ٩ن + ٢. بعد كم ثانية تصل الطلقة إلى الأرض؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnooooood

رقم الصفحة: ١٢٤

حلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

١٨) $٢س^{٢} + ٩س - ١٨ = ٠$

١٩) $٤س^{٢} + ١٧س + ١٥ = ٠$

٢٠) $-٣س^{٢} + ٢٦س = ١٦$

٢١) $-٢س^{٢} + ١٣س = ١٥$

٢٢) $-٣س^{٢} + ٥س = -٢$

٢٣) $-٤س^{٢} + ١٩س = -٣٠$

@Hnooood

٢٤) **نظرية الأعداد:** ستة أمثال مربّع العدد س مضافًا إليها ١١ مِثْلًا للعدد يساوي ٢ . ما القيم الممكنة لِـ س؟

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

٢٥) $-٦س^{٢} - ٢٣س - ٢٠$

٢٦) $-٤س^{٢} - ١٥س - ١٤$

٢٧) $-٥س^{٢} + ١٨س + ٨$

٢٨) $-٦س^{٢} + ٣١س - ٣٥$

٢٩) $-٤س^{٢} + ٥س - ١٢$

٣٠) $-١٢س^{٢} + س + ٢٠$

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣١) **تخطيط:** خططت بلدية إحدى المدن لبناء متنزّه جديد مستطيل الشكل، يمكن التعبير عن مساحته بالعبارة: ٦٦٠س^{٢} + ٥٢٤س + ٨٥. حلّل هذه العبارة لإيجاد ثنائيتي حدّ بمعاملات أعداد صحيحة تمثّل البعدين الممكنين للمتنزّه. وإذا كانت س = ٨، فما محيط المتنزّه؟

الربط مع الحياة

هيَّأت أمانة منطقة الرياض ٣٦٢ مشروعًا بيئيًّا وترفيهيًّا موزَّعة على مختلف أحياء مدينة الرياض على مساحة تتجاوز نصف مليار متر مربع.

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣٢) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة. تحليل أنواعٍ خاصة من كثيرات الحدود.

أ) **هندسيًّا:** ارسم مربّعًا طول ضلعه أ. ثم ارسم داخله مربعًا أصغر يشترك معه في أحد الرؤوس، طول ضلعه ب. ما مساحة كل من المربعين؟

ب) **هندسيًّا:** قصَّ المربع الصغير. ما مساحة المنطقة الباقية؟

جـ) **تحليليًّا:** ارسم خطًّا قطريًّا بين رأس المربع الكبير ورأس المربع الصغير في الشكل المتبقي. وقصّ على طول هذا الخط للحصول على قطعتين متطابقتين، ثم أعد ترتيب القطعتين لتشكّلا مستطيلاً. ما بُعدا المستطيل الناتج؟

د) **تحليليًّا:** اكتب مساحة المستطيل على صورة ناتج ضرب ثنائيتي حد.

هـ) **لفظيًّا:** أكمل العبارة $أ^{٢} - ب^{٢} = \ldots\ldots$ لماذا هذه العبارة صحيحة؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٣) **اكتشف الخطأ:** حلّ كلّ من زكريا وسامي المعادلة ٦س^{٢} − س = ١٢ . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسِّر ذلك.

زكريا

٦س^{٢} − س = ١٢

٦س^{٢} − س − ١٢ = ٠

(٢س − ٣)(٣س + ٤) = ٠

٢س − ٣ = ٠ أو ٣س + ٤ = ٠

س = $\frac{٣}{٢}$ أو س = − $\frac{٤}{٣}$

سامي

٦س^{٢} − س = ١٢

س(٦س − ١) = ١٢

س = ١٢ أو ٦س − ١ = ١٢

٦س = ١٣ أو س = $\frac{١٣}{٦}$

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تربيعية معاملات حدودها أعداد صحيحة على أن يكون: $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ حلين لها. فسّر ذلك.

٣٥) **اكتب:** فسّر كيف تحدد القيم التي يجب اختيارها لِـ م وَ ن عند تحليل كثيرة الحدود على الصورة $أس^{٢} + ب س + جـ$

الرياضيات
فن وإبداع
@Hnooooood

الواجب

رقم السؤال : .....

رقم الصفحة : .....

@Hnoooood