بسم الله الرحمن الرحيم

اليوم : التاريخ :

المادة :رياضيات الحصة :

الموضوع : المعادلات التربيعية الفرق بين مربعين
رقم الصفحة ١٢٧

@Hnooood

رقم الصفحة: ١٢٧

فيما سبق

درست تحليل ثلاثية حدود إلى ثنائيتي حد.

والآن

- أحلّل ثنائية حدّ على صورة فرق بين مربعين.
- أحل معادلات باستعمال الفرق بين مربعين.

المفردات

الفرق بين مربعين

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

يستعمل مصمِّمو الجرافيك الفن والرياضيات لتصميم صور وأشرطة فيديو. ويستعملون المعادلات لتكوين أشكال وخطوط على الحاسوب. ويساعد التحليل إلى العوامل على تحديد أبعاد الأشكال وطريقة ظهورها.

تحليل الفرق بين مربعين: تذكّر أنك تعلمت ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما، ويشير ناتج الضرب هذا إلى **الفرق بين المربعين**. لذا فالصورة المحلّلة للفرق بين مربعين تسمى ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما.

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

رقم الصفحة: ١٢٧

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الفرق بين مربعين

الرموز: $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ + ب)(أ - ب)$ أو $(أ - ب)(أ + ب)$

أمثلة: $س^{٢} - ٢٥ = (س + ٥)(س - ٥)$ أو $(س - ٥)(س + ٥)$

$ن^{٢} - ٦٤ = (ن + ٨)(ن - ٨)$ أو $(ن - ٨)(ن + ٨)$

@Hnooood

مثال ١ تحليل الفرق بين مربعين

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) $١٦هـ^{٢}-٩أ^{٢}$

$١٦هـ^{٢}-٩أ^{٢} = (٤هـ)^{٢}-(٣أ)^{٢}$ اكتب العبارة على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$

$= (٤هـ+ ٣أ)(٤هـ- ٣أ)$ تحليل الفرق بين مربعين

ب) $١٢١-٤ب^{٢}$

$١٢١-٤ب^{٢} = (١١)^{٢}-(٢ب)^{٢}$ اكتب العبارة على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$

$= (١١- ٢ب)(١١+ ٢ب)$ تحليل الفرق بين مربعين

جـ) $٢٧جـ^{٣}-٣جـ$

بما أنه يوجد عامل مشترك بين الحدود، لذا حلّل بإخراج (ق .م .أ) أولاً، ثم أكمل بطرق التحليل الأخرى.

$٢٧جـ^{٣}-٣جـ = ٣جـ(٩جـ^{٢}-١)$ حلّل بإخراج (ق .م .أ)

$= ٣جـ[(٣جـ)^{٢}-(١)^{٢}]$ اكتب على الصورة $أ^{٢}-ب^{٢}$

$= ٣جـ(٣جـ-١)(٣جـ+١)$ تحليل الفرق بين مربعين.

@Hnoooood

تحقق من فهمك

أ) $٨١ - جـ^{٢}$

ب) $٦٤جـ^{٢} - هـ^{٢}$

جـ) $٩س^{٣} - ٤س$

د) $-٤ص^{٣} + ٩ص$

@Hnoooood

قد تحتاج إلى تحليل كثيرة حدود تحليلاً تامًّا، باستعمال التحليل أكثر من مرة. وهذا ينطبق أيضًا على الفرق بين مربعين.

تنبيه !

مجموع مربعين:
لا يمكن تحليل مجموع المربعين $أ^{٢}+ب^{٢}$ إلى $(أ+ب)(أ+ب)$. فمجموع المربعين هو كثيرة حدود أولية لا يمكن تحليلها.

مثال ٢ تطبيق التحليل أكثر من مرة

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) $ب^{٤}-١٦$

$ب^{٤}-١٦=(ب^{٢})^{٢}-(٤)^{٢}$ — اكتب $ب^{٤}-١٦$ على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$.

$=(ب^{٢}+٤)(ب^{٢}-٤)$ — تحليل الفرق بين مربعين

لاحظ أن العامل $ب^{٢}-٤$ هو فرق بين مربعين أيضًا.

$=(ب^{٢}+٤)(ب^{٢}-٢^{٢})$ — اكتب $ب^{٢}-٤$ على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$.

$=(ب^{٢}+٤)(ب+٢)(ب-٢)$ — تحليل الفرق بين مربعين

ب) $٦٢٥-س^{٤}$

$٦٢٥-س^{٤}=(٢٥)^{٢}-(س^{٢})^{٢}$ — اكتب $٦٢٥-س^{٤}$ على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$.

$=(٢٥+س^{٢})(٢٥-س^{٢})$ — تحليل الفرق بين مربعين

$=(٢٥+س^{٢})(٥^{٢}-س^{٢})$ — اكتب $٢٥-س^{٢}$ على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$.

$=(٢٥+س^{٢})(٥-س)(٥+س)$ — تحليل الفرق بين مربعين

@Hnoooood

تحقق من فهمك

٢أ) $ص^{٤} - ١$ **٢ب)** $٤أ^{٤} - ب^{٤}$ **٢جـ)** $٨١ - س^{٤}$

@Hnoooood

وتطبق أحيانًا أكثر من طريقة لتحليل كثيرة حدود تحليلاً تامًّا.

مثال ٣ تطبيق طرق مختلفة

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) $٥س^{٥}-٤٥س$

$٥س^{٥}-٤٥س = ٥س(س^{٤}-٩)$	حلل بإخراج (ق. م .أ)
$= ٥س[(س^{٢})^{٢}-(٣)^{٢}]$	اكتب $س^{٤}-٩$ على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$.
$= ٥س(س^{٢}-٣)(س^{٢}+٣)$	تحليل الفرق بين مربعين

لاحظ أن $س^{٢}-٣$ ليس فرقًا بين مربعين؛ لأن ٣ ليس مربعًا كاملًا.

ب) $٧س^{٣}+٢١س^{٢}-٧س-٢١$

$٧س^{٣}+٢١س^{٢}-٧س-٢١$	العبارة الأصلية
$= ٧(س^{٣}+٣س^{٢}-س-٣)$	التحليل بإخراج (ق .م. أ)
$= ٧[(س^{٣}+٣س^{٢})-(س+٣)]$	جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة
$= ٧[س^{٢}(س+٣)-(س+٣)]$	حلل كل تجمّع
$= ٧(س+٣)(س^{٢}-١)$	س+٣ عامل مشترك
$= ٧(س+٣)(س+١)(س-١)$	تحليل الفرق بين مربعين

@Hnoooood

تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

٣أ) $٢ص^{٤}-٥٠$

٣ب) $٦س^{٤}-٩٦$

٣جـ) $٢م^{٣}+م^{٢}-٥٠م-٢٥$

٣د) $ر^{٣}+٦ر^{٢}+١١ر+٦٦$

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل معادلات بالتحليل: يمكنك بعد التحليل تطبيق خاصية الضرب الصفري على المعادلة المكتوبة على صورة ناتج ضرب عدة عوامل يساوي صفرًا.

مثال ٤ من اختبار

ما القيمة الموجبة لـ س التي تحقق المعادلة ص= س^{٢} − $\frac{٩}{١٦}$ ، إذا كانت ص=٠؟

أ) $\frac{-٩}{٤}$ ب) صفر جـ) $\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{٩}{٤}$

اقرأ الفقرة:

عوّض عن ص بـ صفر، ثم حل المعادلة.

حل الفقرة:

ص= س^{٢} − $\frac{٩}{١٦}$	المعادلة الأصلية
٠ = س^{٢} − $\frac{٩}{١٦}$	عوِّض عن ص بـ صفر
٠ = س^{٢} − $(\frac{٣}{٤})^{٢}$	اكتب على صورة أ^{٢} − ب^{٢}
٠ = $(س+\frac{٣}{٤})(س-\frac{٣}{٤})$	تحليل الفرق بين مربعين
٠ = س+ $\frac{٣}{٤}$ أو ٠ = س− $\frac{٣}{٤}$	خاصية الضرب الصفري
س= $\frac{-٣}{٤}$ س= $\frac{٣}{٤}$	الإجابة الصحيحة جـ

إرشادات للدراسة

استعمال طريقة أخرى

يمكن استعمال طريقة أخرى للحل بتعويض البدائل في المعادلة.

الرياضيات فن وإبداع
@Hnooooood

تحقق من فهمك

٤) حُلَّ المعادلة: ١٨ س ^{٣} = ٥٠ س؟

أ) $٠، \frac{٥}{٣}$ ب) $\frac{-٥}{٣}، \frac{٥}{٣}$ جـ) $\frac{-٥}{٣}، ٠، \frac{٥}{٣}$ د) $\frac{-٥}{٣}، ١، \frac{٥}{٣}$

@Hnooood

تأكد

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١) $س^{٢}-٩$

٢) $٤أ^{٢}-٢٥$

٣) $٢ل^{٣}-١٦٢ل$

٤) $و^{٤}-٨١$

٥) $٢د^{٤}-٣٢ف^{٤}$

٦) $٢٠ر^{٤}-٤٥ن^{٤}$

٧) $٢٥٦ن^{٤}-جـ^{٤}$

٨) $٢جـ^{٣}+٣جـ^{٢}-٢جـ-٣$

٩) $٣ن^{٣}+٢ن^{٢}-٤٨ن-٣٢$

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

١٠) **سيارات:** قد يكون الأثر الذي تتركه عجلات السيارة ناجمًا عن وقوفها المفاجئ. والمعادلة $\frac{١}{٢٤}ع^{٢}=ف$ تعبِّر عن سرعة السيارة التقريبية (ع) بالميل/ ساعة، علمًا بأن (ف) هو طول الأثر الذي تتركه العجلات بالقدم على سطح جاف. إذا كان طول أثر العجلات ٥٤ قدمًا، فكم كانت سرعة السيارة؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

تدرب وحل المسائل

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١١) $ل^{٢} - ١٢١$

١٢) $ر^{٤} - ك^{٤}$

١٣) $٦ن^{٤} - ٦$

١٤) $ر^{٢} - ٩ن^{٢}$

١٥) $٢جـ^{٢} - ٣٢د^{٢}$

١٦) $هـ^{٣} - ١٠٠هـ$

@Hnooooood

١٧) $هـ^{٤} - ٢٥٦$

١٨) $٢ن^{٣} - ن^{٢} - ١٦٢ن + ٨١$

١٩) $س^{٢} - ٤ص^{٢}$

٢٠) $٧هـ^{٤} - ٧ل^{٤}$

٢١) $٦ك^{٢}هـ^{٤} - ٥٤ك^{٤}$

٢٢) $٥هـ^{٣} - ٢٠هـ$

@Hnoooood

رقم الصفحة: ١٣٠

٢٣) $ف^{٣} + ٢ف^{٢} - ٦٤ف - ١٢٨$

٢٤) $٣ر^{٣} - ١٩٢ر$

٢٥) $١٠ك^{٣} - ١٢١٠ك$

٢٦) $٣س ن^{٤} - ٢٧س^{٣}$

٢٧) $ل^{٣}ر^{٥} - ل^{٣}ر$

٢٨) $٨جـ^{٣} - ٨جـ$

@Hnooood

رقم الصفحة: ١٣٠

٣١) $٤م^{٣}+٩م^{٢}-٣٦م-٨١$

٣٢) $٣م^{٤}+٢٤٣$

٣٣) $س^{٤}+٦س^{٣}-٣٦س^{٢}-٢١٦س$

٣٤) $١٥م^{٣}+١٢م^{٢}-٣٧٥م-٣٠٠$

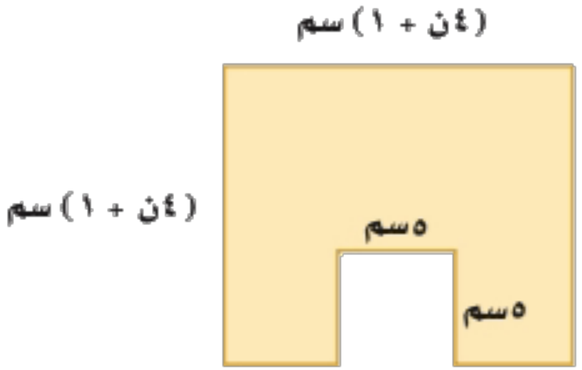
@Hnooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣٥) **هندسة:** يمثّل الشكل المجاور مربعًا قُطِعَ منه مربع آخر.

أ) اكتب عبارة تمثّل مساحة المنطقة المظللة.

ب) أوجد بُعدي مستطيل له مساحة المنطقة المظللة نفسها، مفترضًا أنهما يُمثّلان بثنائيتي حد.



الرياضيات فن وإبداع
@Hnooooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣٦) **مبانٍ:** أراد زياد بناء ملحق في باحة منزله الخلفية، بُعداه ٨م ، ٨م .

ثم قرَّر تقليص طول أحد البعدين وزيادة البعد الآخر بالعدد نفسه من الأمتار. فإذا كانت مساحة الملحق بعد تقليصه تساوي ٦٠م^{٢}، فما بُعداه ؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnooooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الربط مع الحياة

على الرغم من انتشار الإنترنت في معظم المنازل وأماكن العمل ليكون وسيلة للبحث والاطلاع، إلا أن البعض لايزال يفضل تكوين معلوماته من قراءة الكتب وارتياد المكتبات.

٣٧) **كتب:** نشرت إحدى دور النشر كتابًا جديدًا، وتمثّل المعادلة ع = −٢٥م^{٢} + ١٢٥م مبيعات الكتاب، حيث (ع) تمثّل عدد النسخ المبيعة، و (م) عدد الأشهر التي بيع فيها الكتاب.

أ) في أي شهر يُتوقَّع أن تنفذ النسخ المعروضة من الكتاب؟

ب) متى وصلت المبيعات إلى ذروتها؟

جـ) ما عدد النسخ المبيعة في الذروة؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

إرشادات للدراسة

حل المعادلات بالتحليل

تذكّر أن تجعل أحد طرفي المعادلة صفرًا قبل حل المعادلة بالتحليل .

حل كلّ معادلة مما يأتي بالتحليل، ثمُ تحقق من صحة الحل:

٣٨) $٣٦ل^{٢} = ١٢١$

٣٩) $١٠٠ = ٢٥س^{٢}$

٤٠) $٤ص^{٢} - \frac{٩}{١٦} = ٠$

٤١) $\frac{١}{٤}ب^{٢} = ١٦$

٤٢) $٨١ - \frac{١}{٢٥}س^{٢} = ٠$

٤٣) $٩د^{٢} - ٨١ = ٠$

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٤٤) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة ثلاثية الحدود التي تمثّل مربعًا كاملاً.

أ) جدوليًّا: انسخ الجدول أدناه وأكمله بتحليل كل ثلاثية حدود، ثم اكتب أول وآخر حد في كثيرة الحدود على صورة مربعات كاملة.

كثيرة الحدود	تحليل كثيرة الحدود	الحد الأول	الحد الأخير	الحد الأوسط
$٤س^{٢}+١٢س+٩$	$(٢س+٣)(٢س+٣)$	$٤س^{٢}=(٢س)^{٢}$	$٩=٣^{٢}$	
$٩س^{٢}-٢٤س+١٦$				
$٤س^{٢}-٢٠س+٢٥$				
$١٦س^{٢}+٢٤س+٩$				

ب) تحليليًّا: اكتب الحد الأوسط في كل كثيرة حدود باستعمال الجذور التربيعية للمربعات الكاملة للحدين الأول والأخير.

جـ) جبريًّا: اكتب قاعدة لثلاثية الحدود التي تمثّل مربعًا كاملاً.

د) لفظيًّا ما الشروط الواجب توافرها في ثلاثية حدود لتصنَّف على أنها مربع كامل؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

مسائل مهارات التفكير العليا

٤٥) **اكتشف الخطأ:** حلَّلت كلٌّ من هلا ومنى العبارة الآتية، فأيهما إجابتها صحيحة؟ فسِّر ذلك.

هلا

$١٦س^{٤} - ٢٥ص^{٢} =$

$(٤س - ٥ص)(٤س + ٥ص)$

منى

$١٦س^{٤} - ٢٥ص^{٢} =$

$(٤س^{٢} - ٥ص)(٤س^{٢} + ٥ص)$

٤٦) **تحدٍّ:** بسِّط العبارة: $٩ - (ك+٣)^{٢}$ بتحليلها بالفرق بين مربعين.

٤٧) **تحدٍّ:** حلّل: $س^{١٦} - ٨١$

@Hnoooood

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٤٨) **تبرير:** حدّد إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وأعطِ مثالاً مضادًّا للتحقق من إجابتك:
"أي ثنائية حد جميع حدودها مربعات كاملة قابلة للتحليل".

٤٩) **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثالًا لثنائية حد نحتاج عند تحليلها تحليلاً تامًّا إلى تكرار قاعدة الفرق بين مربعين، ثم حلّلها.

٥٠) **اكتب:** لماذا لا تتضمن قاعدة الفرق بين مربعين حدًّا متغيرًا في الوسط؟

الرياضيات فن وإبداع
@Hnoooood

الواجب

رقم السؤال : .....

رقم الصفحة : .....

@Hnoooood