لا بأس إنها فقط القليل من الأيام التي تحتاج إلى المزيد من الاجتهاد عليك

أن تبذل فيها ما تستطيع لانها ستصنع مستقبلك

الاحتمال المشروط

اعداد: شيخة المرزوقي shikhah_math

موضوع الدرس: الاحتمال المشروط

درست مفهوم الاحتمال وكيفية حسابه . (مهارة سابقة)

- أجد احتمال وقوع حادثة إذا عُلم أن حادثة أخرى قد وقعت.
- أستعمل الجداول التوافقية لإيجاد احتمالات مشروطة .

الاحتمال المشروط

conditional probability

الجدول التوافقي

contingency table

التكرار النسبي

relative frequency

موضوع الدرس: الاحتمال المشروط

لمـاذا؟

يختبر هيثم دواءً يقي من بعض الأمراض. وتوجد مجموعتان من الأشخاص إحداهما تجريبية تمّ إعطاء الدواء الحقيقي لأفرادها، بينما تمّ إعطاء دواء شكلي (غير فعّال) للمجموعة الأخرى (المجموعة الضابطة). وبعد الحصول على النتائج، يريد هيثم أن يجد احتمال بقاء المستهدفين أصحاء نتيجة الدواء.

وهذا المثال يُفسّر مفهوم الاحتمال المشروط.

موضوع الدرس: الاحتمال المشروط

الاحتمال المشروط يُسمّى احتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع الحادثة A، **احتمالًا مشروطًا**. ويرمز له بالرمز $P(B \mid A)$، ويقرأ احتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع الحادثة A.

مفهوم أساسي

الاحتمال المشروط

إذا كانت A, B حادثتين غير مستقلتين، فإن الاحتمال المشروط لوقوع الحادثة B، إذا عُلِم أن الحادثة A قد وقعت يعرّف على النحو:

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \text{ وَ } B)}{P(A)}, \quad P(A) \neq 0$$

مثال ١ : الاحتمال المشروط.

ألقت عبير مكعب أرقام مرةً واحدةً. ما احتمال ظهور العدد 3 ، علمًا بأن العدد الظاهر فردي؟

توجد 6 نواتج ممكنة من إلقاء مكعب الأرقام مرةً واحدةً.

لتكن A الحادثة التي يكون فيها العدد الظاهر عددًا فرديًّا.
ولتكن B الحادثة التي يظهر فيها العدد 3.

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ — 3 نواتج ذات عدد فردي من بين 6 نواتج

$P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ — واحد من النواتج الستة فردي ويُمثّل العدد 3

$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ — احتمال وقوع الحادثة B علمًا بأن الحادثة A قد وقعت

$= \frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ — $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

احتمال ظهور العدد 3 علمًا بأن العدد الظاهر فردي هو $\frac{1}{3}$.

تحقق من فهمك

1) يحتوي كيس على 52 بطاقة مقسمة إلى أربع مجموعات لكل منها لون من الألوان الآتية: الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر، ورقّمت بطاقات كل لون بالأعداد من 1 إلى 13. إذا سحبت نوال بطاقة، فما احتمال أن تحمل هذه البطاقة العدد 13 علمًا بأن ما سحبته كان العدد 11 أو 12 أو 13؟

موضوع الدرس: الاحتمال المشروط

الجداول التوافقية **الجداول التوافقية** هي جداول تكرارية ذات بعدين، يتم فيها تسجيل بيانات ضمن خلايا، حيث إن كل خلية من خلايا الجدول تُمثّل تكرارًا يسمى **تكرارًا نسبيًّا**، إذ يكون منسوبًا إلى مجموع التكرارات في الجدول، أو منسوبًا إلى مجموع التكرارات في الصف الذي تقع فيه الخلية، أو منسوبًا إلى مجموع التكرارات في العمود الذي تقع فيه الخلية، ويمكن استعمال الجداول التوافقية في إيجاد الاحتمال المشروط.

مثال ٢ : الجداول التوافقية.

مشي: أوجد احتمال أن يكون شخص اختير عشوائيًا معافى، علمًا بأنه يمارس المشي.

الحالة	عدد الأشخاص	
	يمارس المشي (W)	لا يمارس المشي (Nw)
مريض(S)	1600	1200
معافى(H)	800	400

عدد الأشخاص الكلي في الدراسة $400 + 1200 + 800 + 1600$ ويساوي 4000 شخص، ويراد إيجاد احتمال H علمًا بأن W قد وقع.

$$P(H \mid W) = \frac{P(H \text{ و } W)}{P(W)}$$ قانون الاحتمال المشروط

$$= \frac{800}{4000} \div \frac{2400}{4000}$$ $P(H \text{ و } W) = \frac{800}{4000}$, $P(W) = \frac{1600 + 800}{4000}$

$$= \frac{800}{2400} = \frac{1}{3}$$ بسِّط

احتمال أن يكون الشخص معافى، بشرط أنه يمارس المشي هو $\frac{1}{3}$.

تحقق من فهمك

2) أوجد احتمال أن يكون شخص اختير عشوائيًا معافى، علمًا بأنه لا يمارس المشي.

إرشادات للدراسة

حل مختصر

يمكن اختصار الحل في المثال 2 باستعمال الجداول التوافقية وفضاء العينة المختصر على النحو الآتي:
احتمال أن يكون الشخص معافى بشرط أنه يمارس المشي هو

$$P(H \mid W) = \frac{800}{2400} = \frac{1}{3}$$

مثال ٣ : على الاختبار.

يوضّح الجدول أدناه عدد الطلاب الجامعيين الذين يمارسون الرياضة بشكل منتظم، إذا اختير طالب عشوائيًّا، فأوجد احتمال أن يكون الطالب من ضمن المنتخب الجامعي، علمًا بأنه في السنة الثالثة.

الرياضيون الجامعيون	سنة أولى	سنة ثانية	سنة ثالثة	سنة رابعة
ضمن المنتخب الجامعي(K)	7	22	36	51
ليس ضمن المنتخب الجامعي(S)	269	262	276	257

A 11.5% تقريبًا

B 16.6% تقريبًا

C 13.0% تقريبًا

D 19.8% تقريبًا

اقرأ فقرة الاختبار

تريد معرفة احتمال أن يكون الطالب من ضمن المنتخب الجامعي (K) علمًا بأنه في السنة الثالثة (T). مجموع الطلاب هو 1180 طالبًا.

حُلّ فقرة الاختبار

قانون الاحتمال المشروط

$$P(K \mid T) = \frac{P(K \cap T)}{P(T)}$$

$$= \frac{36}{1180} \div \frac{312}{1180}$$

$$P(K \cap T) = \frac{36}{1180}\ ,\ P(T) = \frac{36 + 276}{1180}$$

$$\approx 0.115\,\% \approx 11.5\%$$

الجواب الصحيح A.

تحقق من فهمك

3) أوجد احتمال أن يكون الطالب من ضمن المنتخب الجامعي، علمًا بأنه في السنة الأولى.

A 2.6% تقريبًا **B** 2.5% تقريبًا **C** 8.4% تقريبًا **D** 7.7% تقريبًا

إرشادات للدراسة

كتابة الاحتمال

تذكر أن الاحتمال يُعبَّر عنه بكسر اعتيادي أو بكسر عشري أو بنسبة مئوية.

تدرب وحل المسائل

يحتوي كيس على 8 كرات زرقاء، و 6 كرات حمراء، و 10 كرات صفراء، و 6 كرات بيضاء، و 5 كرات خضراء. إذا سُحبت كرة واحدة عشوائيًّا، فأوجد الاحتمال في كل حالة مما يأتي: (مثال 1)

1) أن تكون الكرة خضراء، إذا عُلم أنها ليست زرقاء.

2) أن تكون حمراء، إذا عُلم أنها ليست خضراء.

3) أن تكون صفراء، إذا عُلم أنها ليست حمراء وليست زرقاء.

4) أن تكون خضراء أو بيضاء، إذا عُلم أنها ليست حمراء.

5) أن تكون زرقاء، إذا عُلم أنها بيضاء.

تدرب وحل المسائل

7) **فحص القيادة:** يوضّح الجدول أدناه أداء مجموعة من الأشخاص في فحص القيادة، علمًا بأن بعضهم أخذ حصصًا تدريبية تحضيرًا للفحص، والبعض الآخر لم يأخذ. إذا اختير أحد الأشخاص عشوائيًّا، فأوجد احتمال كل مما يأتي: **(مثال 2)**

	أخذ حصصًا	لم يأخذ حصصًا
ناجح	64	48
راسب	18	32

a) الشخص ناجح علمًا بأنه أخذ حصصًا.

b) الشخص راسب علمًا بأنه لم يأخذ حصصًا.

c) لم يأخذ حصصًا، علمًا بأنه ناجح.

مسائل مهارات التفكير العليا

17) **تحدٍّ:** ألقي مكعب مرقم من 1 إلى 6 خمس مرات متتالية. ما احتمال ظهور الرقم 2 في الرميات الخمس علمًا بأن الرقم 2 ظهر في الرميات الثلاث الأولى؟

تدريب على اختبار

26) إذا كانت A , B حادثتين في فضاء العينة لتجربة عشوائية ما، بحيث كان $P(A)=0.2, P(B)=0.5, P(A\cup B)=0.4$ ، فما قيمة $P(A \mid B)$ ؟

A 0.5

B 0.6

C 0.7

D 0.8