

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

المفردات

- ١ (نظام من معادلتين
- ٢ (النظام المتسق
- ٣ (النظام المستقل
- ٤ (النظام غير المستقل
- ٥ (النظام غير المتسق

الآن

- ١ (أتعرف عدد حلول نظام
- مكون من معادلتين خطيتين
- ٢ (أحل نظاماً مكوناً من
- معادلتين خطيتين بيانياً

فيما سبق

درست التمثيل البياني
للمعادلات الخطية



ماذا تعلمت؟	ماذا أريد أن أعرف؟	ماذا أعرف؟

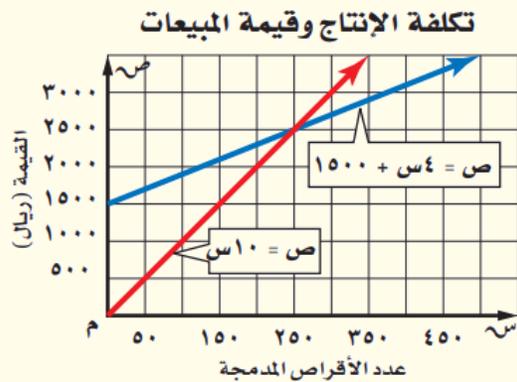


لماذا؟



بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالاتٍ ويباع بـ ١٠ ريالاتٍ، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحًا.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحًا، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ؛ حيث $ص$ تمثل تكلفة الإنتاج، $س$ عدد الأقراص المدمجة المنتجة.



يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة $ص = ١٠س$ ، حيث تمثل $ص$ القيمة الكلية للمبيعات، $س$ عدد الأقراص المدمجة المباعة.

يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانيًا من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ قرصًا مدمجًا؛ أي أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ قرصًا مدمجًا.

عدد الحلول الممكنة: تشكل المعادلتان $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ، $ص = ١٠س$ نظامًا من معادلتين، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلًا لكلتا المعادلتين حلًا للنظام.



- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظامًا متسقًا**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكل مستقيماً واحداً.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظامًا مستقلًا**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظامًا غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظامًا غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمتين متوازيتين.



مفهوم أساسي		الحلول الممكنة	
عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلح	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق
التمثيل البياني			



عدد الحلول

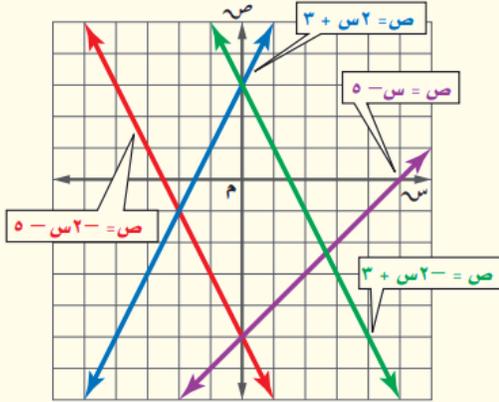
مثال ١

إرشادات للدراسة

عدد الحلول

عندما تُكتب كل من المعادلتين على الصيغة $ص = م س + ب$ ، فإن قيم $م$ ، $ب$ تحدد عدد الحلول.

عدد الحلول	المقارنة بين قيم $م$ ، $ب$
١	قيمتا $م$ مختلفتان
لا يوجد	قيمتا $م$ متساويتان، وقيمتا $ب$ مختلفتان.
لا نهائي	قيمتا $م$ متساويتان، وقيمتا $ب$ متساويتان.



استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان النظام الآتي متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل.

$$(أ) \quad ٣ + ٢س = ص$$

$$٥ - س = ص$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(ب) \quad ٥ - ٢س = ص$$

$$٣ + ٢س = ص$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متسق.

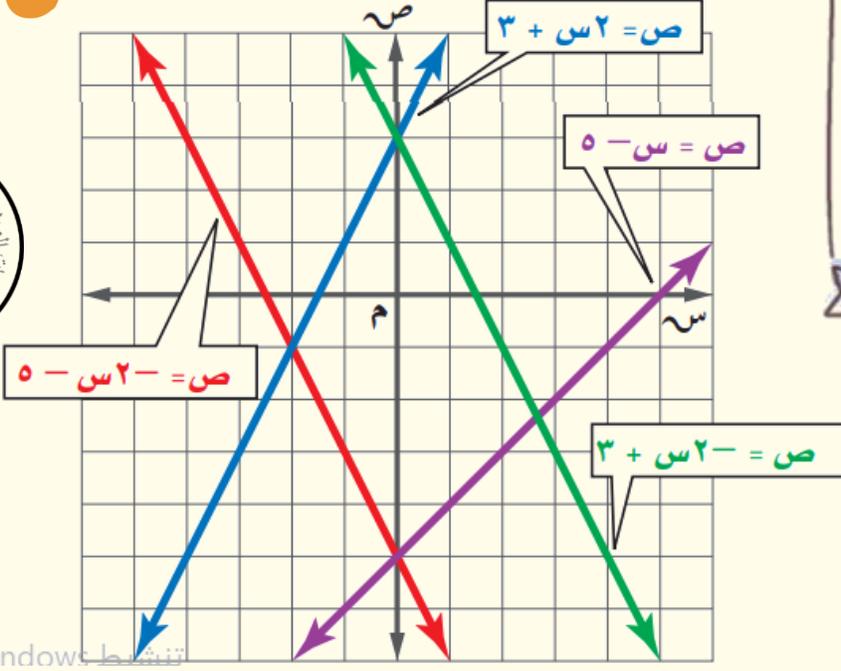


تحقق من فهمك



$$(أ) \text{ ص} = 2\text{س} + 3$$
$$\text{ص} = -2\text{س} + 3$$

$$(ب) \text{ ص} = 5 - \text{س}$$
$$\text{ص} = -2\text{س} + 5$$



تنشيط Windows



الحل بالتمثيل البياني

مثال ٢



مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

$$(i) \text{ ص } - 3\text{س} = 10 +$$

$$\text{ص} = 2 - \text{س}$$

يظهر من التمثيل البياني أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٣، ١)، ويمكن التحقق من ذلك بالتعويض عن س بـ ٣، وعن ص بـ ١.

تحقق $\text{ص} - 3\text{س} = 10 +$ المعادلة الأصلية

$$10 + (3)3 - \underline{1} \text{ عوض}$$

$$10 + 9 - \underline{1} \text{ اضرب}$$

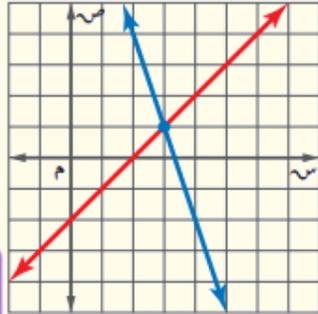
$$1 = 1 \checkmark$$

المعادلة الأصلية $\text{ص} = 2 - \text{س}$

$$2 - 3 \underline{1} \text{ عوض}$$

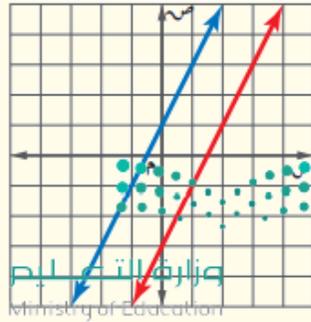
$$1 = 1 \checkmark \text{ اضرب}$$

إذن للنظام حل واحد، هو (٣، ١).



الحل بالتمثيل البياني

مثال ٢



$$(ب) \quad ٢س - ص = ١$$

$$٤س - ٢ص = ٦$$

بما أن للمعادلتين الميل نفسه، ومقطعاهما الصاديان مختلفان، فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان، وبما أنهما لا يتقاطعان في أي نقطة فلا يوجد حل لهذا النظام.

مراجعة المفردات

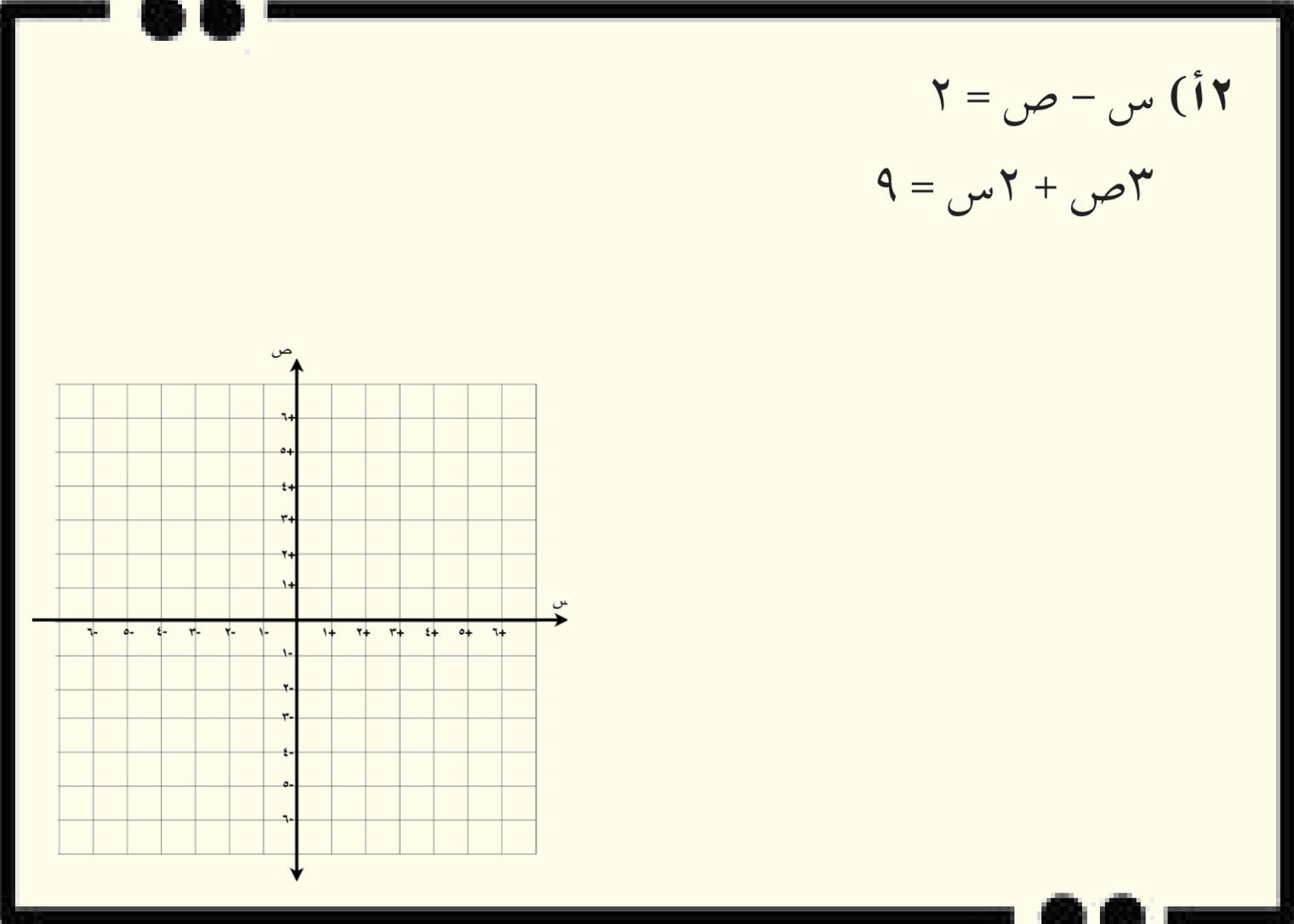
المستقيمات المتوازية

لا تتقاطع أبدًا، ولها الميل نفسه.



مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

$$\begin{aligned} (12) \quad & \text{س} - \text{ص} = 2 \\ & 3\text{ص} + 2\text{س} = 9 \end{aligned}$$



تحقق من فهمك

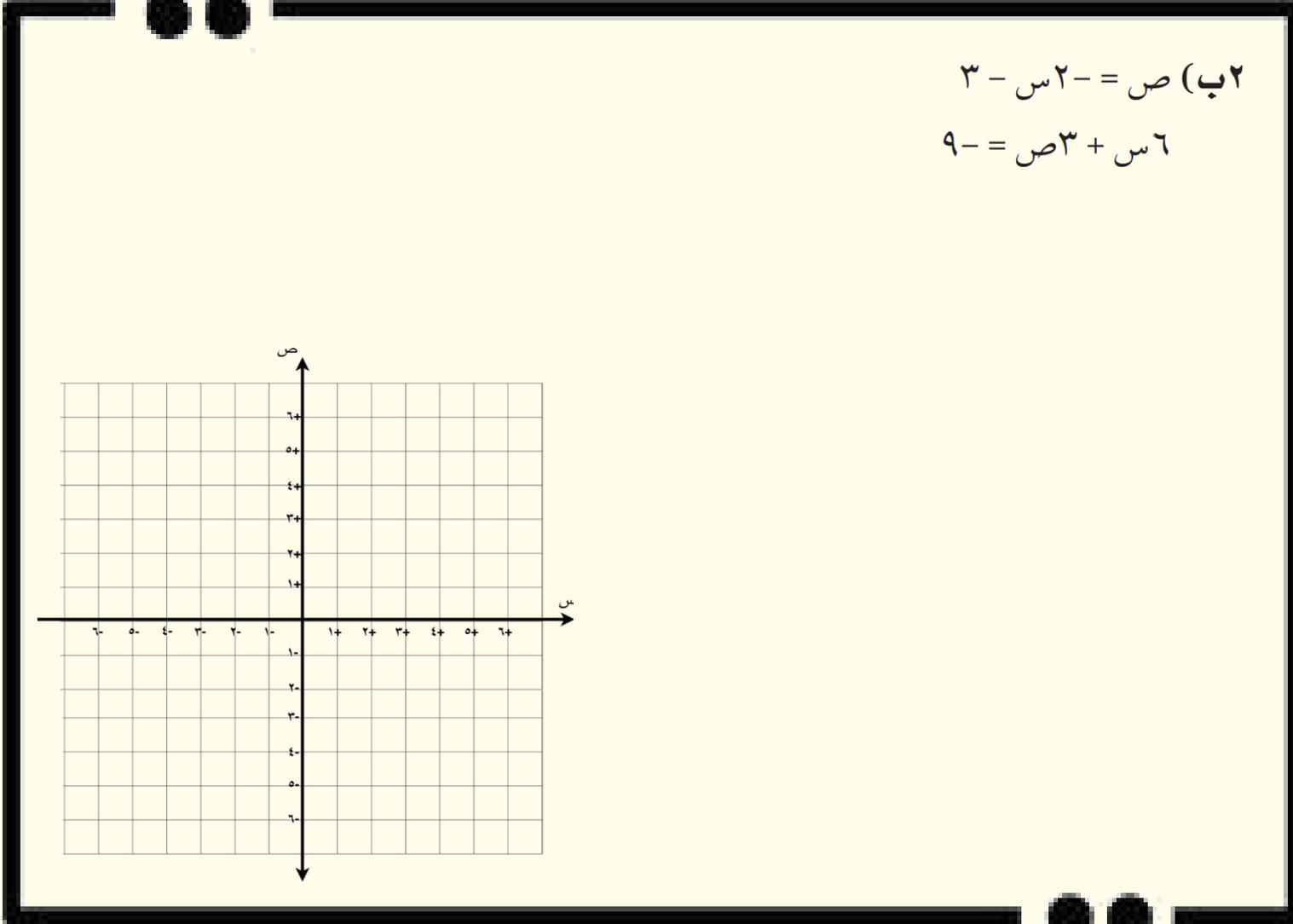


مثّل كل نظام مما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$2 \text{ ب) ص} = 2 \text{ س} - 3$$

$$6 \text{ س} + 3 \text{ ص} = 9$$

تحقق من فهمك



كتابة نظام من معادلتين وحلّه

مثال ٣ من واقع الحياة

تمور: يزداد إنتاج مزرعتي نخيل من التمور بانتظام تقريباً عبر عدد من السنين. استعمل المعلومات الواردة في الجدول أدناه للتنبؤ بالسنة التي يصبح فيها إنتاج المزرعتين متساوياً على اعتبار أن معدل الزيادة يبقى ثابتاً خلال السنوات القادمة في كلتا المزرعتين.

المزرعة	كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ (طن)	معدل الزيادة السنوية (طن)
الأولى	٣٠٩	٨
الثانية	٤١٨	٣

التعبير اللفظي	كمية الإنتاج الكلية	تساوي	معدل الزيادة	ضرب	عدد السنوات	زائد	كمية الإنتاج
المتغيرات	ص	=	كمية الإنتاج الكلية	،	س	=	عدد السنوات بعد ١٤٢٩هـ .
المعادلات	المزرعة الأولى ص	=	٨	×	س	+	٣٠٩
	المزرعة الثانية ص	=	٣	×	س	+	٤١٨



الربط مع الحياة

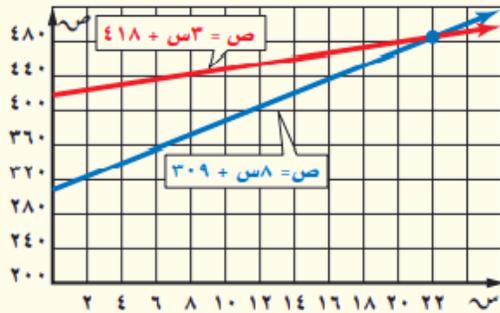
تعد التمور غذاءً صحياً مركزاً وطبيعياً، ومنجماً للفيتامينات؛ لكثرة ما بها من عناصر معدنية وفيتامينات.



كتابة نظام من معادلتين وحله

مثال ٣ من واقع الحياة

بتمثيل الدالتين: ص = ٨س + ٣٠٩ ، ص = ٣س + ٤١٨ بيانياً نجد أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٢٢، ٤٨٥) تقريباً.



تحقق استعمال التعويض للتحقق من صحة الإجابة.

$$\text{ص} = ٣س + ٤١٨$$

$$\text{ص} = ٨س + ٣٠٩$$

$$٤١٨ + (٢٢)٣ \stackrel{?}{=} ٤٨٥$$

$$٣٠٩ + (٢٢)٨ \stackrel{?}{=} ٤٨٥$$

$$✓ ٤٨٤ \approx ٤٨٥$$

$$✓ ٤٨٥ = ٤٨٥$$

إذن سيكون إنتاج المزرعتين متساوياً بعد ٢٢ سنة من عام ١٤٢٩ هـ؛ أي في عام ١٤٥١ هـ، إذا بقي معدل الزيادة ثابتاً في كلتا المزرعتين.



الربط مع الحياة

تعد التمور غذاءً صحياً مركزاً وطبيعياً، ومنجماً للفيتامينات؛ لكثرة ما بها من عناصر معدنية وفيتامينات.

تحقق من فهمك



٣ (ساعات : يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية ،
فإذا كان مع محمود ١٤ ريالاً ، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع ،
ومع رائد ٢٦ ريالاً ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع ،
فبعد كم أسبوع يصبح معهما المبلغ نفسه ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

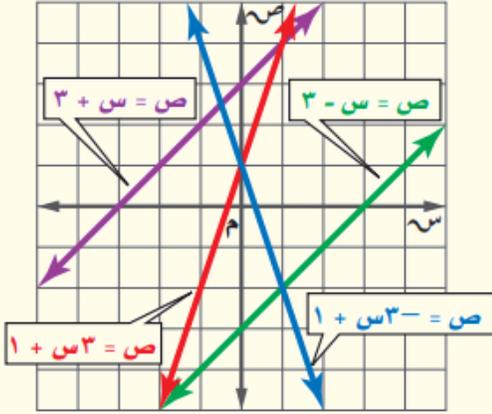
.....





مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:



$$(٢) \quad ١ + ٣س = ص$$

$$٣ - س = ص$$

$$(٤) \quad ٣ + س = ص$$

$$٣ - = ص - س$$

$$(١) \quad ١ + ٣س = ص$$

$$١ + ٣س = ص$$

$$(٣) \quad ٣ - س = ص$$

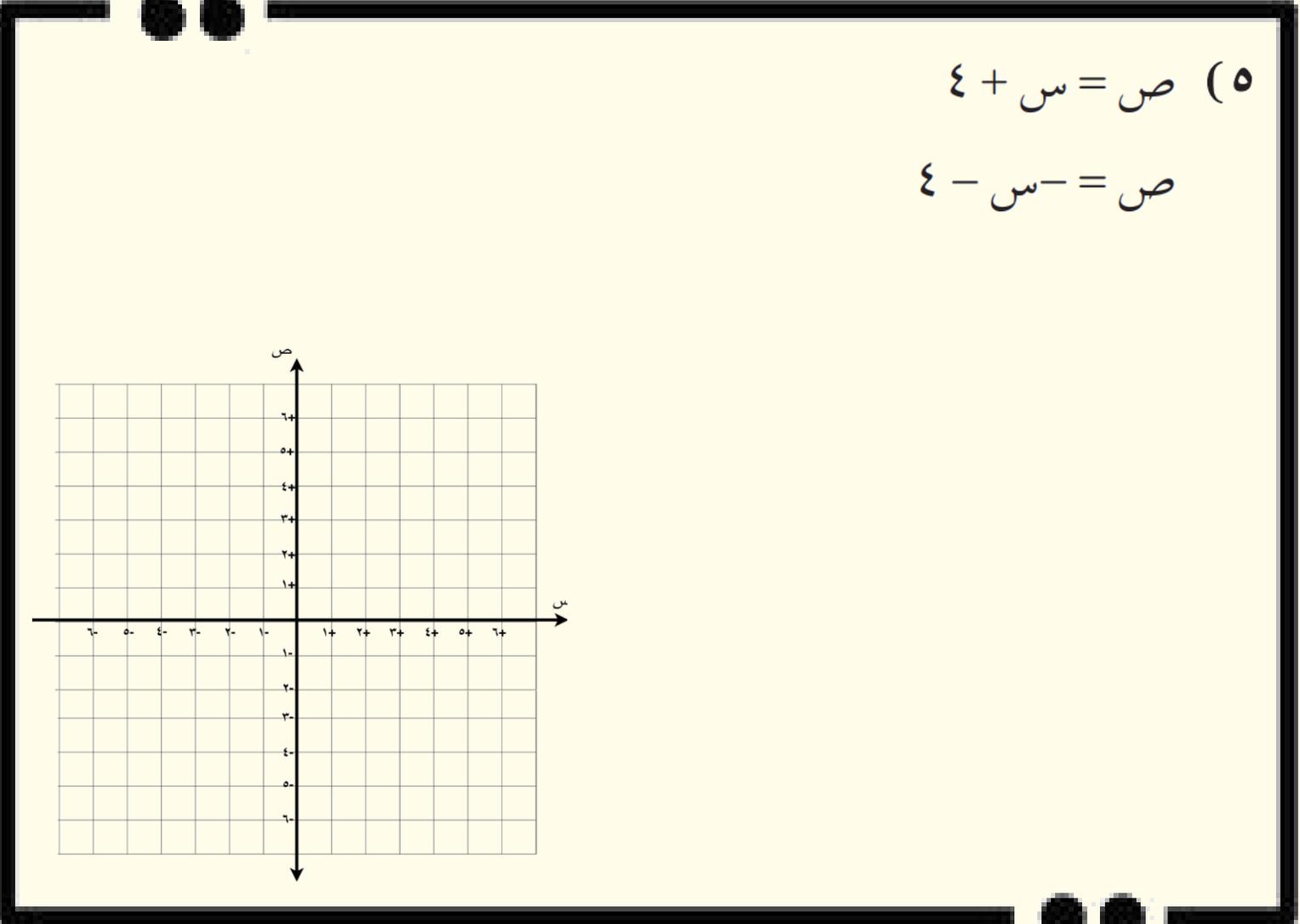
$$٣ + س = ص$$



مثال ٢ مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(٥) \text{ ص} = \text{س} + ٤$$

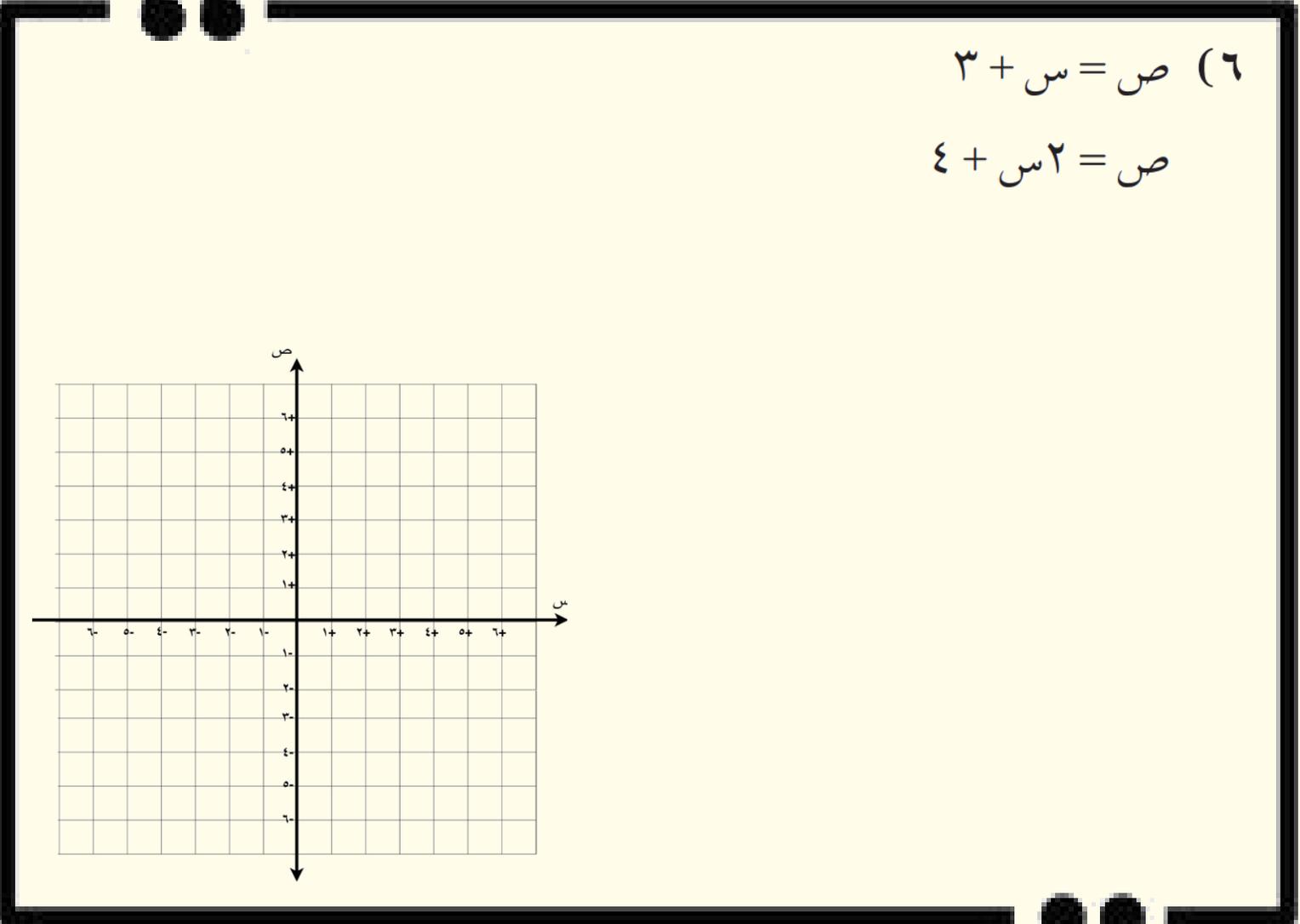
$$\text{ص} = \text{س} - ٤$$



مثال ٢ مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(٦) \text{ ص} = \text{س} + ٣$$

$$\text{ص} = ٢\text{س} + ٤$$



مهارات التفكير العليا



٣٣) أي من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسّر إجابتك:

$$\begin{aligned} 4s - v &= 5 \\ -2s + v &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -s + 4v &= 8 \\ 3s - 6v &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4s + 2v &= 14 \\ 12s + 6v &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3s - 2v &= 1 \\ 2s + 3v &= 18 \end{aligned}$$



الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
 @uthman20191

موقع رفعة التعليمية

