حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

فيما سبق

درست حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانياً

الآن

١) أحل نظاماً مكوناً من معادلتين بالتعويض .

٢) أحل مسائل من واقع الحياة (تتضمن نظاماً من معادلتين) باستعمال التعويض .

المفردات

التعويض

ماذا أعرف ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا تعلمت ؟

لماذا؟

في إحدى السنوات أنتجت مزرعة ناصر ١٦ طنًّا من التمور، بينما أنتجت مزرعة محمد ٢٠ طنًّا. ثم بدأ إنتاج المزرعتين يتناقص سنويًّا، فبلغ في السنة التالية ١٣ طنًّا لمزرعة ناصر و١٦ طنًّا لمزرعة محمد.

فإذا استمر تناقص إنتاج كل من المزرعتين وفق المعدل نفسه، فمتى يتساوى الإنتاج السنوي للمزرعتين؟

الحل بالتعويض: يمكنك استعمال نظام مكوّن من معادلتين لإيجاد متى يتساوى إنتاج المزرعتين، وإحدى طرائق إيجاد الحل الدقيق لنظام المعادلات **التعويض**.

مفهوم أساسي

الحل بالتعويض

مطويتك

الخطوة ١: حل إحدى المعادلتين على الأقل باستعمال أحد المتغيرين إذا كان ذلك ضروريًّا.

الخطوة ٢: عوِّض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.

الخطوة ٣: عوِّض القيمة الناتجة من الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

حل نظام من معادلتين بالتعويض

مثال ١

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

ص = ٢س + ١

٣س + ص = −٩

الخطوة ١: ← إحدى المعادلتين مكتوبة أساسًا بالنسبة إلى ص.

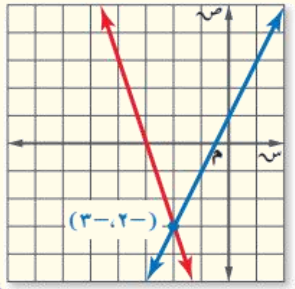
الخطوة ٢: عوض ٢س + ١ بدلًا من ص في المعادلة الثانية.

٣س + ص = −٩	المعادلة الثانية
٣س + ٢س + ١ = −٩	عوض عن ص بـ ٢س + ١
٥س + ١ = −٩	اجمع الحدود المتشابهة
٥س = −١٠	اطرح (١) من كلا الطرفين
س = −٢	اقسم كلا الطرفين على ٥

الخطوة ٣: عوض −٢ بدلًا من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

ص = ٢س + ١	المعادلة الأولى
= ٢ (−٢) + ١	عوض عن س بـ (−٢)
= −٣	بسّط

إذن الحل هو: (−٢، −٣).



إرشادات للدراسة

تحقق من صحة حلك

بعد إيجاد قيم المتغيرين، عوض بهما في كلتا المعادلتين لتتحقق من صحة الحل.

تحقق من فهمك

أ١) ص = ٤س − ٦

٥س + ٣ص = −١

تحقق من فهمك

١ب) ٢س + ٥ص = −١

ص = ٣س + ١٠

الحل ثم التعويض

مثال ٣

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

س + ٢ص = ٦

٣س – ٤ص = ٢٨

الخطوة ١: حُلَّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير س لأن معامل س= ١.

س + ٢ص = ٦	المعادلة الأولى
س + ٢ص – ٢ص = ٦ – ٢ص	اطرح ٢ص من كلا الطرفين.
س = ٦ – ٢ص	بسّط

الخطوة ٢: عوّض عن س بـ (٦–٢ص) في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة ص.

٣ (٦ – ٢ص) – ٤ص= ٢٨	عوض عن س بـِ (٦–٢ص)
١٨ – ٦ص – ٤ص = ٢٨	خاصية التوزيع
١٨ – ١٠ص = ٢٨	اجمع الحدود المتشابهة
١٨ – ١٠ص – ١٨ = ٢٨ – ١٨	اطرح ١٨ من كلا الطرفين
–١٠ص = ١٠	بسّط
ص = –١	اقسم كلا الطرفين على –١٠

الخطوة ٣: أوجد قيمة س بالتعويض في المعادلة الأولى.

س + ٢ص = ٦	المعادلة الأولى
س + ٢ (–١) = ٦	عوض عن ص بـِ (–١)
س – ٢ = ٦	بسّط
س = ٨	أضف ٢ إلى كلا الطرفين

الحل هو (٨، –١)

تحقق من فهمك

أ٢) ٤س + ٥ص = ١١

ص − ٣س = −١٣

تحقق من فهمك

٢ب) س – ٣ص = –٩

٥س – ٢ص = ٧

مثال ٣

إرشادات للدراسة

النظام غير المستقل

هناك عدد لا نهائي من الحلول للنظام في المثال ٣؛ لأنه عند كتابة المعادلتين بصيغة الميل والمقطع تكونان متكافئتين، ولهما التمثيل البياني نفسه.

حل النظام الآتي مستعملًا التعويض:

ص = ٢س − ٤

−٦س + ٣ص = −١٢

عوض عن ص بـ (٢س−٤) في المعادلة الثانية.

−٦س + ٣ص = −١٢	المعادلة الثانية
−٦س + ٣ (٢س − ٤) = −١٢	عوض عن ص بـ (٢س−٤)
−٦س + ٦س − ١٢ = −١٢	خاصية التوزيع
−١٢ = −١٢	اجمع الحدود المتشابهة

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة، لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

أ٣) ٢س − ص = ٨

ص = ٢س − ٣

تحقق من فهمك

حل كلًّا من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

٣ب) ٤س – ٣ص = ١

٦ص – ٨س = –٢

كتابة نظام من معادلتين وحله

مثال ٣ من واقع الحياة

أجهزة: باع متجر أجهزة تسجيل وسماعات عددها ١٢٥ جهازًا، بسعر ١٠٤,٩٥ ريالات لجهاز التسجيل الواحد، و ١٨,٩٥ ريالًا للسمّاعة الواحدة، فإذا كان ثمن مبيعاته من هذه الأجهزة ٦٩٢٦,٧٥ ريالًا، فكم جهازًا باع من كل نوع؟

لتكن جـ= عدد أجهزة التسجيل، ت= عدد السماعات.

عدد الوحدات المبيعة	جـ	ت	١٢٥
السعر	١٠٤,٩٥جـ	١٨,٩٥ت	٦٩٢٦,٧٥

فتكون المعادلتان هما: جـ + ت = ١٢٥ ، ١٠٤,٩٥جـ + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥.

الخطوة ١: حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير جـ .

جـ + ت = ١٢٥ — المعادلة الأولى

جـ + ت − ت = ١٢٥ − ت — اطرح ت من كلا الطرفين

جـ = ١٢٥ − ت — بسّط

الخطوة ٢: عوض عن جـ بـ (١٢٥ − ت) في المعادلة الثانية.

١٠٤,٩٥جـ + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — المعادلة الثانية

١٠٤,٩٥ (١٢٥ − ت) + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — عوض عن جـ بـ (١٢٥ − ت)

١٣١١٨,٧٥ − ١٠٤,٩٥ت + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — خاصية التوزيع

١٣١١٨,٧٥ − ٨٦ت = ٦٩٢٦,٧٥ — اجمع الحدود المتشابهة

−٨٦ت = −٦١٩٢ — اطرح ١٣١١٨,٧٥ من كلا الطرفين

ت = ٧٢ — اقسم كلا الطرفين على −٨٦

الخطوة ٣: عوض عن ت بـ (٧٢) في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة جـ .

جـ + ت = ١٢٥ — المعادلة الأولى

جـ + ٧٢ = ١٢٥ — عوض عن ت بـ (٧٢)

جـ = ٥٣ — اطرح ٧٢ من كلا الطرفين

إذن باع المتجر ٥٣ جهاز تسجيل، ٧٢ سمّاعة.

تحقق من فهمك

٤) رياضة : مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة ، فإذا كان عدد نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني ، فما عدد نقاط كل فريق ؟

تأكد

حل النظام التالي مستعملاً التعويض .

١) س = ص – ٢

٤س + ص = ٢

مهارات التفكير العليا

١٩) **تحدٍّ:** كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعًا، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧: ٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
@uthman20191

موقع رفعة التعليمية