الفصل الرابع
(الكسور الاعتيادية والكسور العشرية)

- القاسم المشترك الأكبر
- المضاعف المشترك الأصغر
- تبسيط الكسور الاعتيادية
- مقارنة الكسور الاعتيادية وترتيبها
- الأعداد الكسرية والكسور غير الفعلية
- كتابة الكسور العشرية في صورة كسور اعتيادية
- خطة حل المسألة (إنشاء قائمة منظمة)
- كتابة الكسور الاعتيادية في صورة كسور عشرية

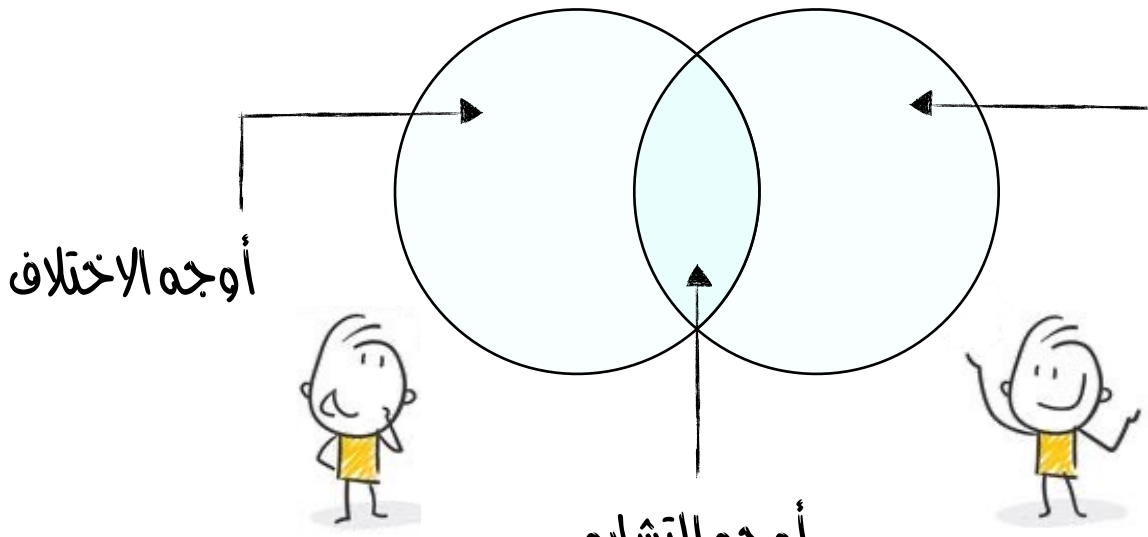
للوصول السريع بالضغط على اسم الدرس

القاسم المشترك الأكبر

إضاءات

شكل فن :

يستعمل شكل فن الدوائر المتداخلة لبيان العناصر المشتركة



القواسم المشتركة :

هي القواسم التي يشترك فيها عددان أو أكثر

القاسم المشترك الأكبر (ق.م.أ) :

هو أكبر القواسم المشتركة لعددين أو أكثر

القاسم المشترك الأكبر

تحديد القواسم المشتركة

مثال :

جد القواسم المشتركة للعددين ١٢ ، ١٦

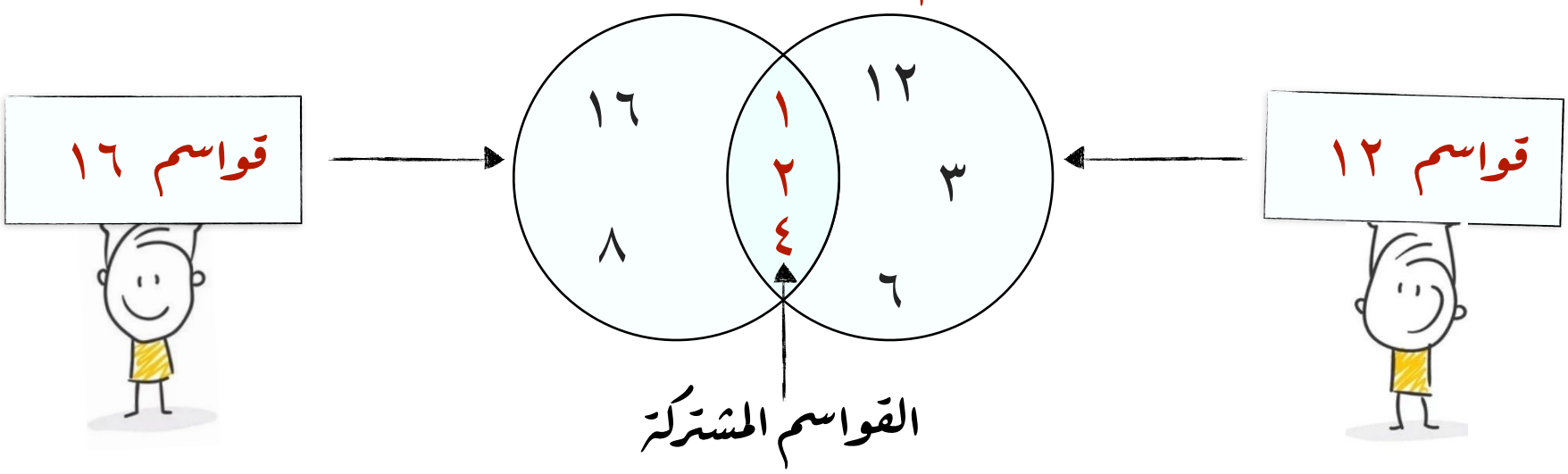
اكتب أزواج قواسم كل من العددين أولًا ، ثم أرسم دائرة حول القواسم المشتركة

قواسم ١٢		
①	×	١٢
②	×	٦
③	×	٤

قواسم ١٦		
①	×	١٦
②	×	٨
④	×	٤

إذًا القواسم المشتركة هي : ١ ، ٢ ، ٤

تحديد القواسم المشتركة باستعمال شكل فن



القواسم المشتركة

{ ١ ، ٢ ، ٤ }

القاسم المشترك الأكبر

إيجاد القاسم المشترك الأكبر (ق.م.أ)

مثال :

أوجد (ق.م.أ) للعددين ١٢ ، ١٦

الطريقة الأولى : إيجاد (ق.م.أ) بكتابة القواسم في قائمة منظمة

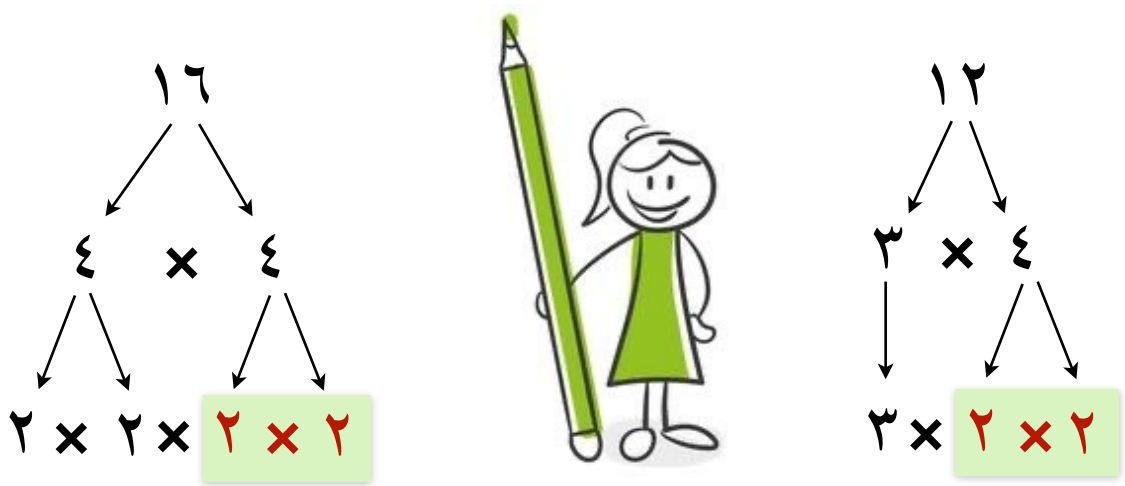
كون قائمة منظمة بقواسم كل من العددين

قواسم العدد ١٢ : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ١٢

قواسم العدد ١٦ : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦

لاحظ أن القواسم المشتركة هي : ١ ، ٢ ، ٤ وأن أكبر هذه القواسم هو العدد ٤

الطريقة الثانية : إيجاد (ق.م.أ) بالتحليل إلى العوامل الأولية



القاسم المشترك الأكبر (ق.م.أ) للعددين ١٢ ، ١٦ هو ٢ × ٢ = ٤

القاسم المشترك الأكبر

إيجاد (ق.م.أ) من واقع الحياة

مثال :

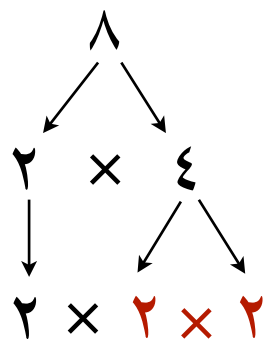
رتب ماجد ٨ صور كبيرة و ١٢ صورة متوسطة و ١٦ صورة صغيرة في صفحات ، حيث يضع العدد نفسه من كل نوع في كل صفحة ما أكبر عدد من الصور سيضعها ماجد في الصفحة الواحدة ؟

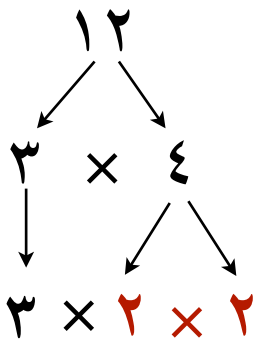
عدد الصور الكبيرة :
٨

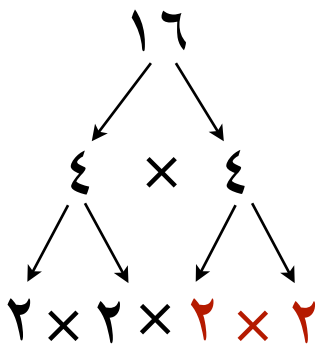
عدد الصور المتوسطة :
١٢

عدد الصور الصغيرة :
١٦

لإيجاد عدد الصور في الصفحة الواحدة نحتاج تحديد عدد الصفحات التي يمكن توزيع أكبر عدد من الصور فيها ، وذلك بإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعدد الصور من كل نوع







القاسم المشترك الأكبر للأعداد ٨ ، ١٢ ، ١٦ هو : ٢ × ٢ = ٤ ؛ إذًا سيوزع الصور في ٤ صفحات في كل صفحة:

٨ ÷ ٤ = ٢

١٢ ÷ ٤ = ٣

١٦ ÷ ٤ = ٤

صورتان من الكبيرة + ٣ صور من المتوسطة + ٤ صور من الصغيرة = ٩ صور

تبسيط الكسور الاعتيادية

كتابة كسور متكافئة

الكسور المتكافئة : هي كسور لها القيمة نفسها

$$\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$$

و لإيجاد كسور مكافئة لكسرٍ معطى :

يمكن أن تضرب أو تقسم بسط الكسر ومقام على العدد نفسه **عدا الصفر**

$$\frac{٢٠}{٣٠} = \frac{٢ \times ١٠}{٢ \times ١٥} \quad = \quad \frac{١٠}{١٥} \quad = \quad \frac{٢}{٣} = \frac{١٠ \div ٥}{١٥ \div ٥}$$

مثال :

اكتب عددًا مناسبًا في ☐ ليصبح الكسران متكافئين

$$\frac{١}{٢} = \frac{\square}{٢٠} \qquad \square = ١٠$$

$$\frac{١}{٢} \xrightarrow{\times ١٠} \frac{١٠}{٢٠}$$

$$\frac{١٥}{٣٠} = \frac{٣}{\square} \qquad \square = ٦$$

$$\frac{١٥}{٣٠} \xrightarrow{\div ٥} \frac{٣}{٦}$$

$$\frac{٣}{٦} = \frac{\square}{٢٤} \qquad \square = ١٢$$

$$\frac{٣}{٦} \xrightarrow{\times ٤} \frac{١٢}{٢٤}$$

تبسيط الكسور الاعتيادية

الطريقة الأولى : القسمة على العوامل المشتركة

يمكن تبسيط الكسور وذلك بقسمة البسط والمقام على العوامل المشتركة

مثال :

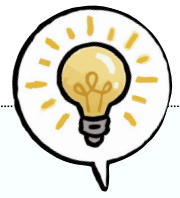
اكتب الكسر $\frac{١٥}{٤٥}$ في أبسط صورة

أحد العوامل المشتركة للعددين هو ٥

أحد العوامل المشتركة للعددين هو ٣

$\frac{١٥}{٤٥}$ = $\frac{٣}{٩}$ = $\frac{١}{٣}$

÷ ٥ ÷ ٣ ÷ ٥ ÷ ٣



يقال عن الكسر إنه في أبسط صورة ، إذا كان (ق . م . أ) لبسطه و مقامه هو ١

مثال : $\frac{٣}{٤}$ في أبسط صورة ، لأن (ق . م . أ) للأعداد ٤ ، ٣ هو ١

حيث أن كسور الوحدة في أبسط صورة

مثال : $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٦}$

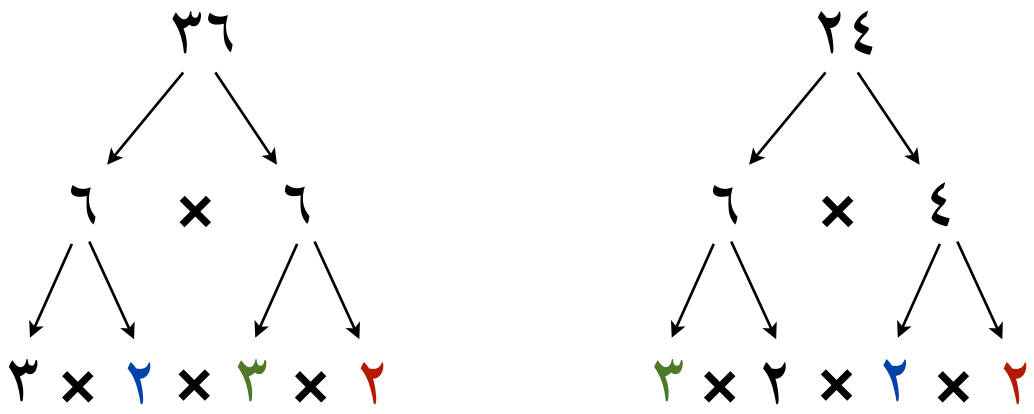
تبسيط الكسور الاعتيادية

الطريقة الثانية : القسمة على (ق . م . أ)

كما يمكن تبسيط الكسور بقسمة البسط والمقام على القاسم المشترك الأكبر

مثال :

اكتب الكسر $\frac{٢٤}{٣٦}$ في أبسط صورة



$$(ق.م.أ) = ٢ \times ٢ \times ٣ = ١٢$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٢٤ \div ١٢}{٣٦ \div ١٢}$$

و يمكن كتابة البسط والمقام في صورة حاصل ضرب العوامل الأولية ثم قسمة العوامل المشتركة

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٣ \times ٢ \times ٢ \times ٢}{٣ \times ٢ \times ٣ \times ٢} = \frac{٢٤}{٣٦}$$

الفصل الرابع

الأعداد الكسرية والكسور غير الفعلية

إضاءات

الكسر غير الفعلي :

هو كسر بسطه أكبر من مقامه أو يساويه

قيمة الكسور غير الفعلية

أكبر من أو يساوي ١

مثال

البسط أكبر من المقام

$\frac{٧}{٦} > ١$

البسط يساوي المقام

$\frac{٦}{٦} = ١$

يكتب الكسر غير الفعلي في صورة عدد كسري

الكسر الفعلي :

هو كسر بسطه أصغر من مقامه

قيمة الكسور الفعلية

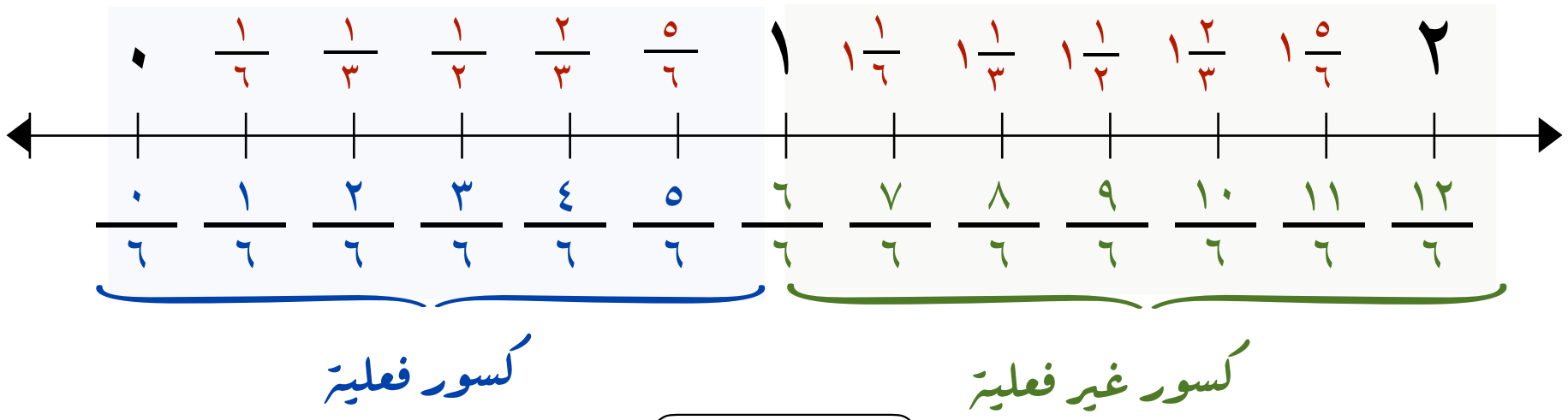
أصغر من ١

مثال

البسط أصغر من المقام

$\frac{٥}{٦} < ١$ ، $\frac{٣}{٦} < ١$

لا توجد صورة أخرى للكسر الفعلي



الأعداد الكسرية والكسور غير الفعلية

كتابة الأعداد الكسرية في صورة كسور غير فعلية

يمكن تحويل العدد الكسري إلى كسر غير فعلي مكافئ له وذلك بضرب العدد الكلي في مقام الجزء الكسري ثم جمع البسط إلى الناتج مع بقاء المقام نفسه

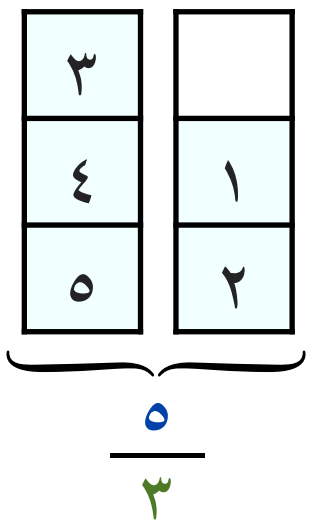
$$\frac{(\text{العدد الكلي} \times \text{المقام}) + \text{البسط}}{\text{المقام}} =$$

مثال : اكتب العدد الكسري الآتي في صورة كسر غير فعلي $1\frac{2}{3}$

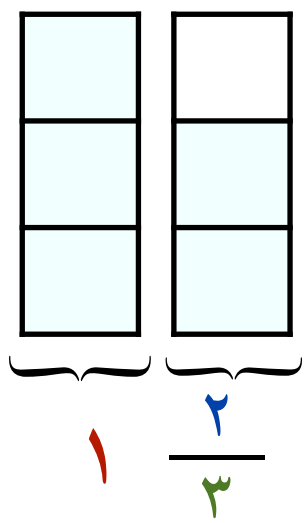
البسط ← $1\frac{2}{3}$ ← العدد الكلي

المقام ←

$$1\frac{2}{3} = \frac{(3 \times 1) + 2}{3} = \frac{5}{3}$$



$\frac{5}{3}$



$1\frac{2}{3}$

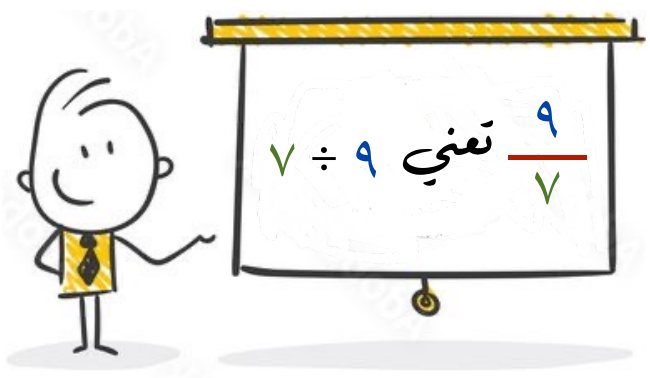
الأعداد الكسرية والكسور غير الفعلية

كتابة الكسور غير الفعلية في صورة أعداد كسرية

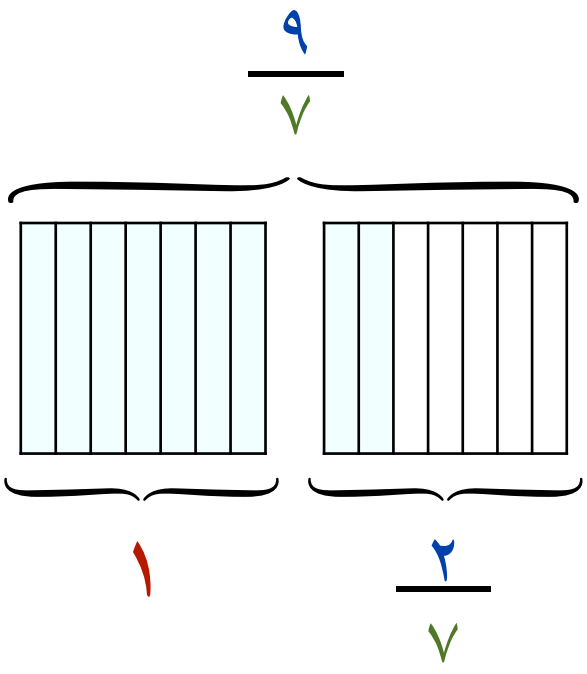
ويمكن كتابة الكسر غير الفعلي في صورة عدد كسري أو عدد كلي
وذلك بقسمة البسط على المقام وكتابة الباقي في صورة كسر

حيث أن :

خط الكسر يمثل عملية القسمة



مثال : اكتب $\frac{٩}{٧}$ في صورة عدد كسري



$$\begin{array}{r|l} ٧ & ٩ \\ \hline & ٧ \\ \hline & ٢ \end{array}$$

١ ← الناتج يمثل العدد الكلي

٢ ← الباقي يمثل البسط

$$١\frac{٢}{٧} = \frac{٩}{٧}$$

خطة حل المسألة

(إنشاء قائمة منظمة)

الحل باستعمال "إنشاء قائمة منظمة" يساعد في ترتيب وتنظيم كافة الحلول الممكنة وعدم تكرارها

مثال :

يبيع مطعم ثلاثة أنواع من الفطائر هي : فطائر باللحم ، فطائر بالجبن ، فطائر بالبيض

فبكم طريقة يمكن ترتيب هذه الفطائر في ثلاجة العرض

رموز المعطيات	
فطاير باللحم	س
فطاير بالجبن	ص
فطاير بالبيض	ع

لترتيب هذه الفطائر في ثلاجة العرض لابد من إنشاء قائمة منظمة

وذلك بتثبيت الاحتمال الأول وتبديل الثاني والثالث وهكذا على النحو التالي :

س	ص	ع		ص	س	ع		ع	س	ص
س	ع	ص		ص	ع	س		ع	ص	س

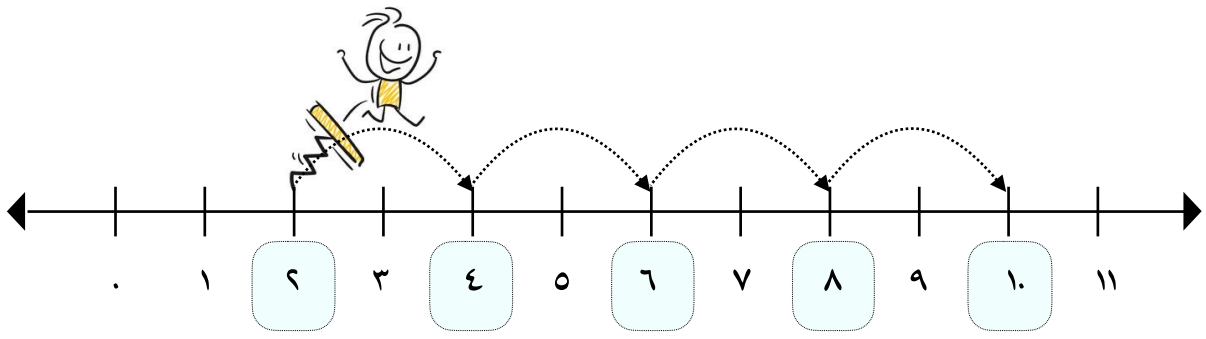
إذًا هناك ٦ طرق لترتيب أنواع الفطائر في ثلاجة العرض

الفصل الرابع

المضاعف المشترك الأصغر

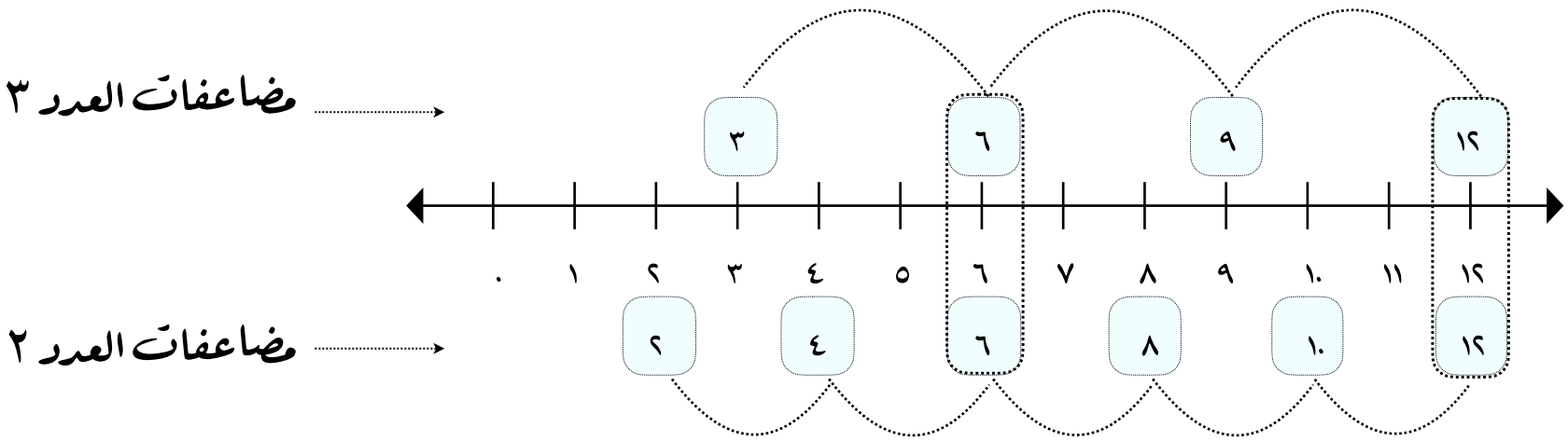
إضاءات

مضاعف العدد: هو ناتج ضرب العدد في أي عدد كلي (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ...) **باستثناء الصفر**



مضاعفات العدد ٢ : ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ...

المضاعفات المشتركة: هي المضاعفات التي يشترك فيها عددان أو أكثر



٦ ، ١٢ مضاعفات مشتركان للعددين ٢ ، ٣

المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) :

هو أصغر المضاعفات المشتركة لعددين أو أكثر

المضاعف المشترك الأصغر

تحديد المضاعفات المشتركة

مثال

حدد المضاعفات المشتركة الثلاثة الأولى للعددين ٢ ، ٤

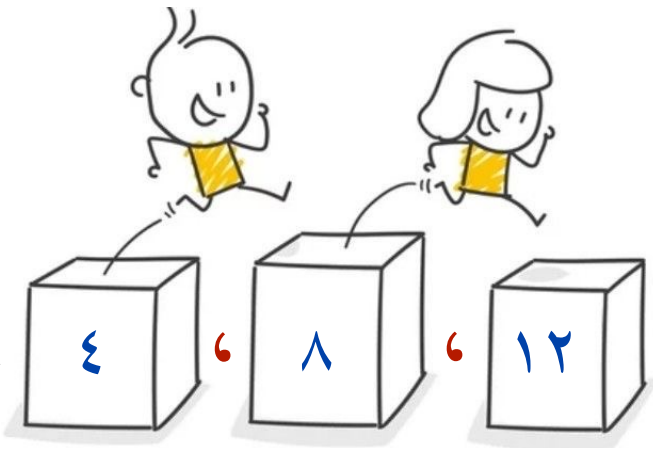
أولًا : اكتب مضاعفات كل من هذين العددين باستثناء **الصفر**

مضاعفات ٢ : ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ...

مضاعفات ٤ : ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٠ ...

إذًا المضاعفات المشتركة الثلاثة الأولى للعددين ٢ ، ٤ هي : ٤ ، ٨ ، ١٢

حيث أن : كتابة مضاعفات العددين إحدى طرق البحث عن (م.م.أ)



المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) للعددين ٢ ، ٤ : هو ٤

المضاعف المشترك الأصغر

إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ)

يمكن إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) بالتحليل إلى العوامل الأولية

مثال :

أوجد (م.م.أ) للعددين ٨ ، ١٠

١- حلل العددين إلى عواملهما الأولية

٢- حدد العوامل الأولية المشتركة بينهما مرة واحدة فقط

٣- أوجد ناتج ضرب العوامل الأولية المشتركة في جميع العوامل المتبقية

المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) للعددين ٨ ، ١٠ هو : ٤٠

المضاعف المشترك الأصغر

إيجاد (م.م.أ) من واقع الحياة

مثال :

بدأ صالح وخالد الدوران حول ملعب من نقطة بداية، إذا كان صالح يستغرق ١٢ دقيقة في الدورة الكاملة، بينما يستغرق خالد ٢٠ دقيقة، فبعد كم دقيقة يلتقي الاثنان عند نقطة البداية أول مرة

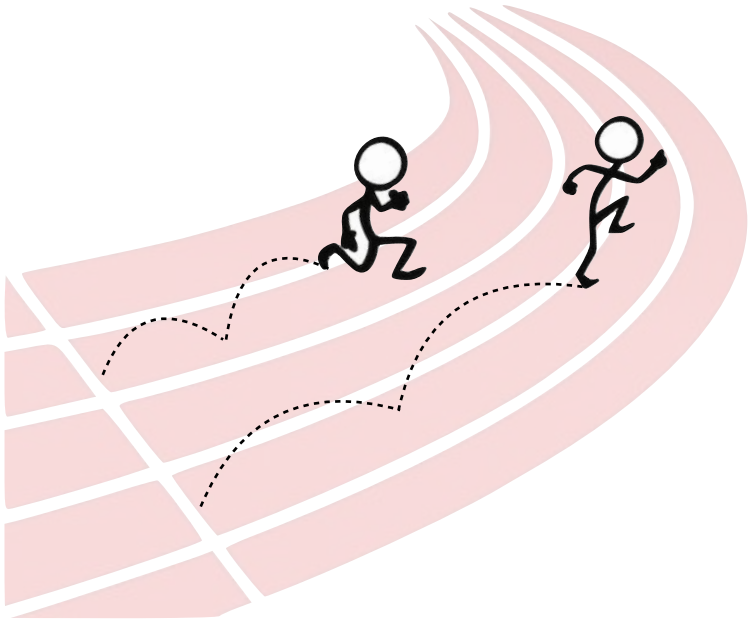
يستغرق صالح : ١٢ دقيقة في الدورة الأولى و ٢٤ دقيقة في الدورة الثانية

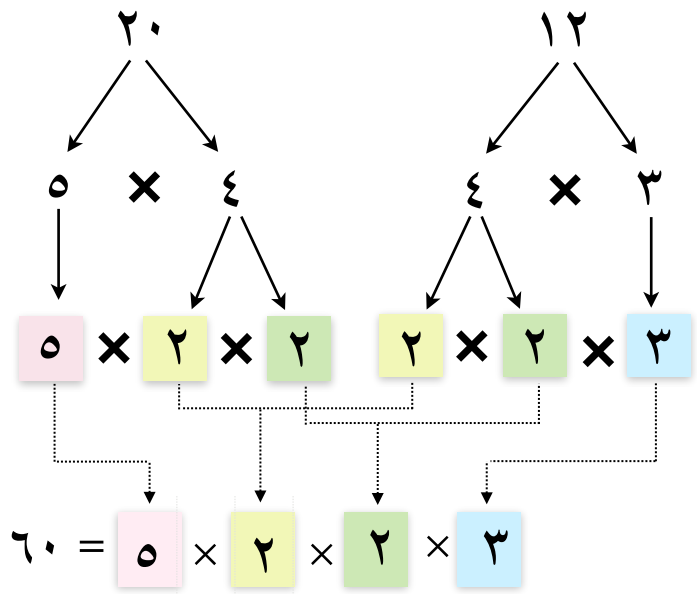
و ٣٦ دقيقة في الدورة الثالثة وهكذا، إذًا الزمن المستغرق هو مضاعفات العدد ١٢

يستغرق خالد : ٢٠ دقيقة في الدورة الأولى و ٤٠ دقيقة في الدورة الثانية

و ٦٠ دقيقة في الدورة الثالثة وهكذا، إذًا الزمن المستغرق هو مضاعفات العدد ٢٠

ولإيجاد زمن الالتقاء عند نقطة البداية أول مرة نوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين





بعد ٦٠ دقيقة سيلتقي صالح وخالد عند نقطة البداية وتعني بعد ساعة يلتقيان

مقارنة الكسور الاعتيادية وترتيبها

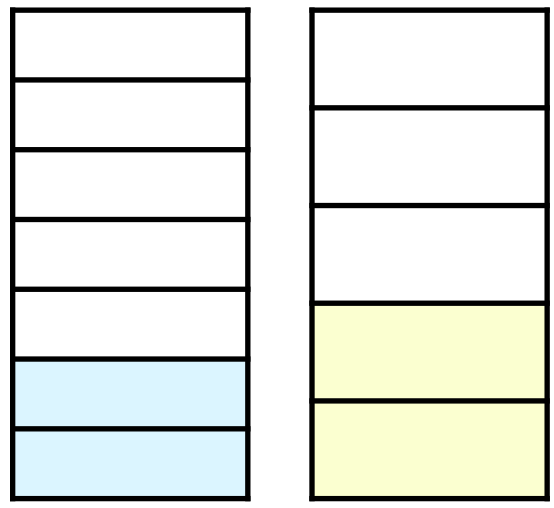
إضاءات

كسور لها نفس البسط :

مثال :

$\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{٥}{١١}$

كلما كبر المقام كان الكسر أصغر



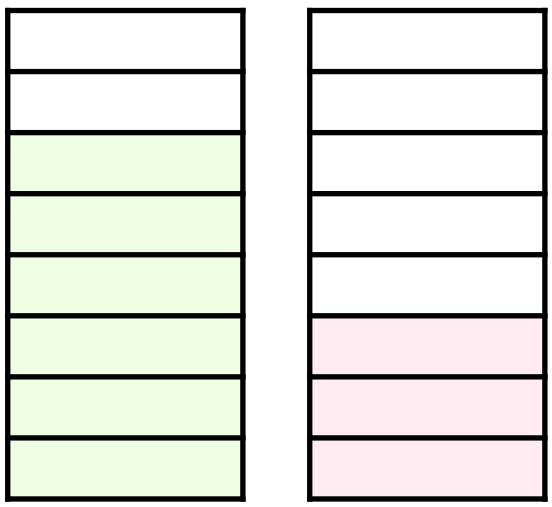
$\frac{٢}{٥}$ > $\frac{٢}{٧}$

كسور متشابهة لها نفس المقام:

مثال :

$\frac{٣}{٩}$ ، $\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{٧}{٩}$

كلما كبر البسط كان الكسر أكبر

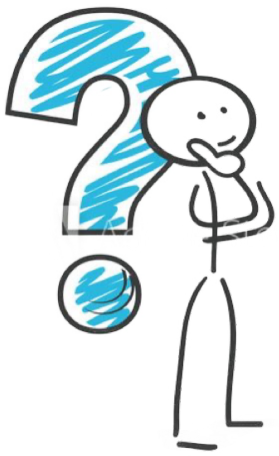


$\frac{٣}{٨}$ < $\frac{٦}{٨}$

مقارنة الكسور الاعتيادية وترتيبها

مقارنة الكسور غير المتشابهة

يمكننا مقارنة الكسور غير المتشابهة وترتيبها وذلك بكتابتهما في صورة كسرين لهما المقام نفسه



وباتباع الخطوات التالية :

مثال : قارن بين الكسرين مستعملًا (> , < , =)

$$\frac{٤}{٥} \quad \bigcirc \quad \frac{١}{٣}$$

أولًا : نوجد المقام المشترك الأصغر للكسرين وهو المضاعف المشترك الأصغر لمقامهما

حيث أن المضاعف المشترك الأصغر للمقامات (٥ ، ٣) هو : ٥ × ٣ = ١٥

ثانيًا : نكتب كسر مكافئ مقامه ١٥ لكلا الكسرين

$$\frac{١}{٣} \times ٥ = \frac{٥}{١٥} \qquad \frac{١٢}{١٥} = \frac{٤}{٥} \times ٣$$

$$\frac{٥}{١٥} < \frac{١٢}{١٥}$$

$$\frac{١}{٣} < \frac{٤}{٥}$$

ملاحظة : يمكن استعمال أي مقام مشترك في كتابة كسور متكافئة إلا أن استعمال المقام المشترك الأصغر يسهل الحسابات

الفصل الرابع

مقارنة الكسور الاعتيادية وترتيبها

مقارنة الأعداد الكسرية

الحالة الأولى : لا ضرورة لإيجاد المقام المشترك عند مقارنة عددين كسريين

$$٢\frac{٦}{٧} \quad > \quad ٣\frac{٢}{٣}$$

لأن $٢ < ٣$

الحالة الثانية : عند تساوي الأعداد الكلية نقارن بين الكسور

$$١\frac{٤}{٥} \quad > \quad ١\frac{١}{٢}$$

$$\frac{٤ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٨}{١٠} \quad > \quad \frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥} = \frac{٥}{١٠}$$

الحالة الثالثة : عند مقارنة كسر غير فعلي بعدد كسري

يجب تحويل الكسر غير الفعلي إلى عدد كسري أو العكس

$$\frac{٢٣}{٢} \quad > \quad ١٠\frac{١}{٤}$$

$$١١\frac{١}{٢} = \frac{٢٣}{٢} \quad > \quad ١٠\frac{١}{٤}$$

لأن $١١ > ١٠$

مقارنة الكسور الاعتيادية وترتيبها

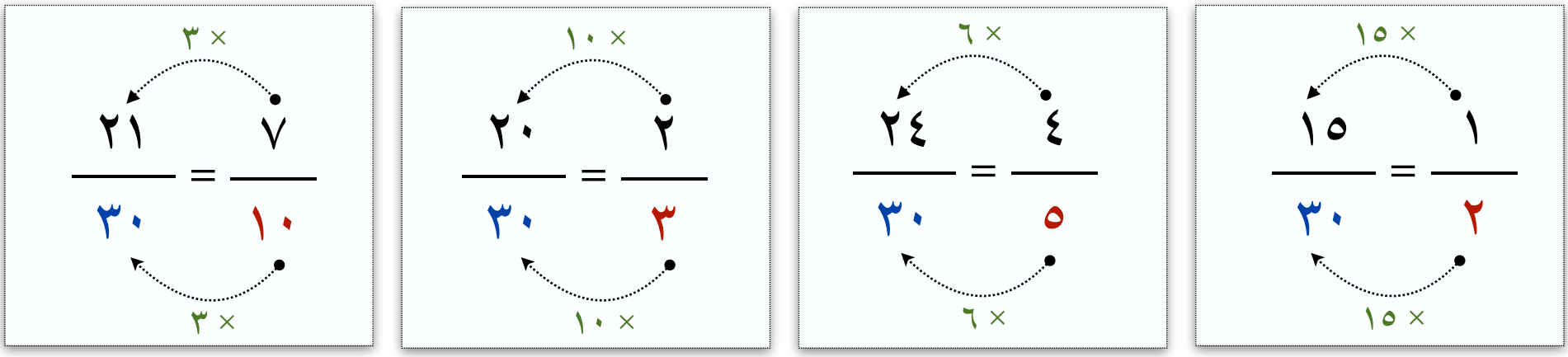
ترتيب الكسور والأعداد الكسرية

يمكن اتباع نفس خطوات مقارنة الكسور لترتيب الكسور

مثال : رتب الكسور : $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{١٠}$ تصاعديًا

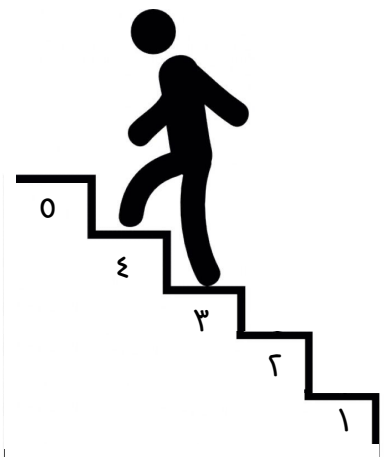
بما أن المقام المشترك الأصغر لهذه الكسور هو ٣٠

إذًا حول هذه الكسور إلى كسور متكافئة لها ، مقام كل منها ٣٠



بما أن :

$$\frac{٢٤}{٣٠} > \frac{٢١}{٣٠} > \frac{٢٠}{٣٠} > \frac{١٥}{٣٠}$$



فإن ترتيب الكسور الأصلية تصاعديًا هو :

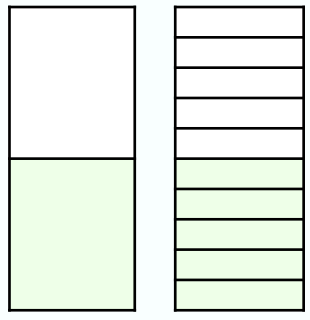
$$\frac{١}{٢} ، \frac{٢}{٣} ، \frac{٧}{١٠} ، \frac{٤}{٥}$$

كتابة الكسور العشرية في صورة كسور اعتيادية

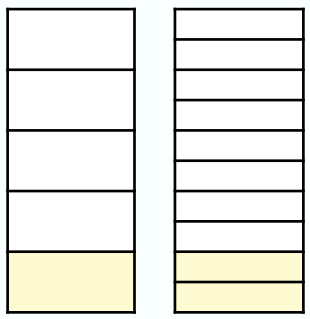
إضاءات

الحساب الذهني

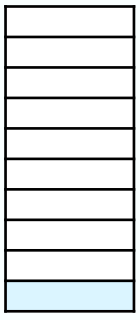
بعض الكسور العشرية الشائعة والكسور الاعتيادية المكافئة لها :



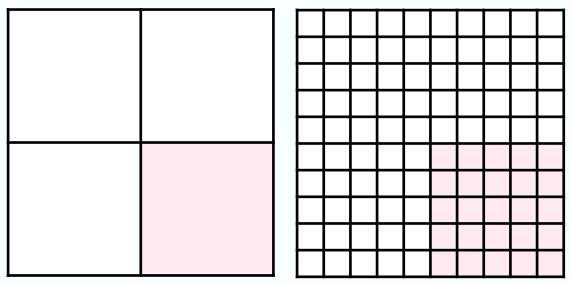
$$\frac{١}{٢} = ٠,٥$$



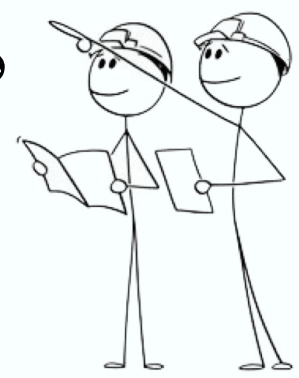
$$\frac{١}{٥} = ٠,٢$$

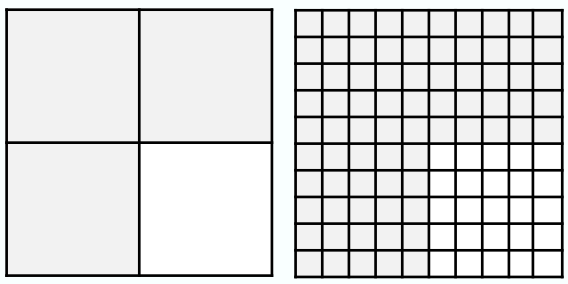


$$\frac{١}{١٠} = ٠,١$$



$$\frac{١}{٤} = ٠,٢٥$$





$$\frac{٣}{٤} = ٠,٧٥$$

كتابة الكسور العشرية في صورة كسور اعتيادية

كتابة الكسور العشرية في صورة كسور اعتيادية

لكتابة كسر عشري في صورة كسر اعتيادي

أولاً : نحدد القيمة المنزلية لآخر منزلة عشرية

ثانياً : نكتب الكسر العشري في صورة كسر اعتيادي مقام تلك المنزلة

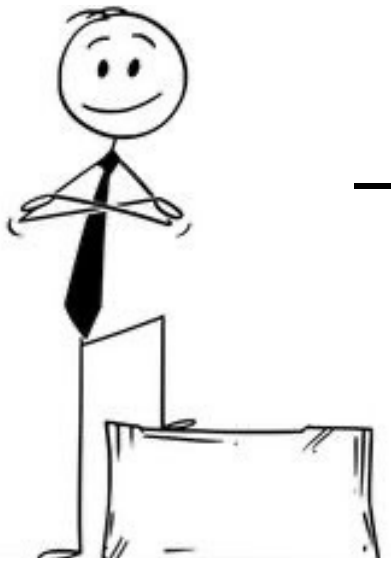
ثالثاً : نكتب الكسر في أبسط صورة

مثال :

اكتب الكسر العشري ٠,٢٤ في صورة اعتيادي في أبسط صورة :

القيمة المنزلية لآخر منزلة عشرية جزء من مئة

بالتالي عند كتابته في صورة كسر اعتيادي مقام ١٠٠ ثم يُبسط



$$\frac{٦}{٢٥} = \frac{٣\times٢\times\cancel{٢}\times\cancel{٢}}{٥\times٥\times\cancel{٢}\times\cancel{٢}} = \frac{٢٤}{١٠٠} = ٠,٢٤$$

كتابة الكسور العشرية في صورة كسور اعتيادية

كتابة الكسور العشرية في صورة أعداد كسرية

يمكن كتابة الكسور العشرية في صورة أعداد كسرية في أبسط صورة

مثال :

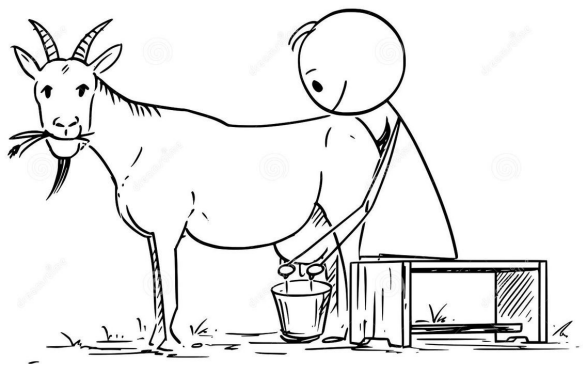
نحتاج إلى ٩,٨٥ لترات من الحليب تقريبًا ، لإنتاج كيلو جرام واحد من الجبن

اكتب كمية الحليب في صورة عدد كسري في أبسط صورة

القيمة المنزلية لآخر منزلة عشرية جزء من مئة

بالتالي عند كتابته في صورة كسر اعتيادي مقامه ١٠٠ ثم يُبسط

$$٩,٨٥ = ٩\frac{٨٥}{١٠٠} = ٩\frac{١٧\times\cancel{٥}}{٥\times\cancel{٥}\times٢\times٢} = ٩\frac{١٧}{٢٠}$$

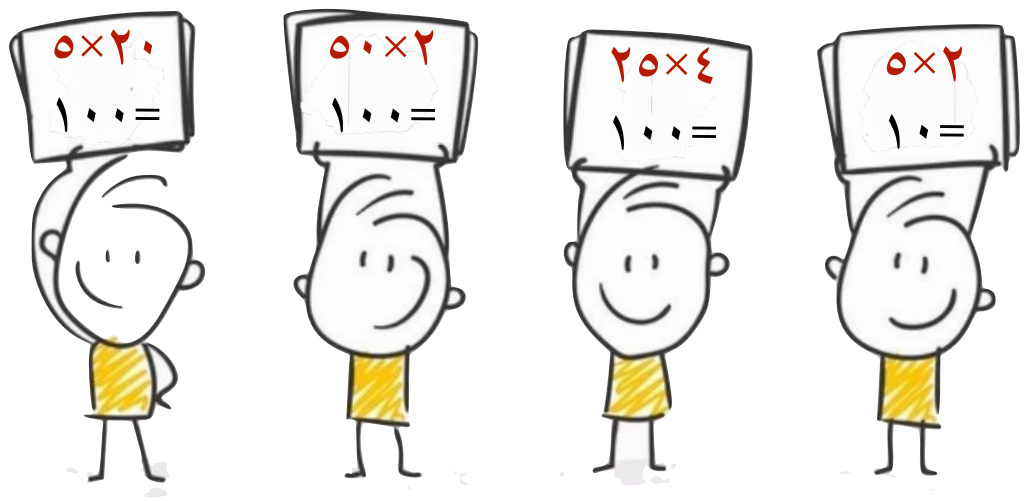


إذًا نحتاج إلى $٩\frac{١٧}{٢٠}$ لترات من الحليب تقريبًا ، لإنتاج كيلو جرام واحد من الجبن

كتابة الكسور الاعتيادية في صورة كسور عشرية

الطريقة الأولى : باستعمال القيمة المنزلية

يمكن كتابة الكسور الاعتيادية مقاماتها ١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، أو أحد عواملها في صورة كسور عشرية باستعمال القيمة المنزلية ، حيث أن :



مثال : اكتب الكسور التالية في صورة كسور عشري

$$\frac{١}{٢} = \frac{٥}{١٠} = ٠,٥$$

$$٧\frac{٢}{٥٠} = ٧\frac{٤}{١٠٠} = ٧,٠٤$$

$$١\frac{٣}{٤} = ١\frac{٧٥}{١٠٠} = ١,٧٥$$

$$\frac{١١}{٢٥} = \frac{٤٤}{١٠٠} = ٠,٤٤$$

كتابة الكسور الاعتيادية في صورة كسور عشرية

الطريقة الثانية : قسمة البسط على المقام

يكتب الكسر الاعتيادي في صورة عشري وذلك بقسمة بسطه على مقامه

ويفضل استخدام هذه الطريقة إذا كان المقام ليس من قوى العشرة أو أحد عواملها

مثال : اكتب الكسر $\frac{١}{٨}$ في صورة كسر عشري

نلاحظ أن المقام (٨) ليس من قوى العشرة أو أحد عواملها

بالتالي نحتاج إلى قسمة البسط على المقام لكتابته في صورة كسر عشري

ضع الفاصلة العشرية مباشرة فوق الفاصلة العشرية الواقعة عن يمين الواحد

عند قسمة الواحد على ٨ ضع الفاصلة العشرية عن يمين الواحد وأضف أي عدد من الأصفار بعدها لإتمام القسمة

```
٠,١٢٥
٨ | ١,٠٠٠
    ٠
    ١٠
     ٨
    ٢٠
    ١٦
    ٤٠
    ٤٠
    ٠٠
```

$$\frac{١}{٨} = ٠,١٢٥$$

ويمكن استعمال الآلة الحاسبة لإتمام عملية القسمة

كتابة الكسور الاعتيادية في صورة كسور عشرية

الكسر العشري الدوري

الكسر العشري الدوري :

هو كسر عشري تتكرر بعض ارقام بنمط معين

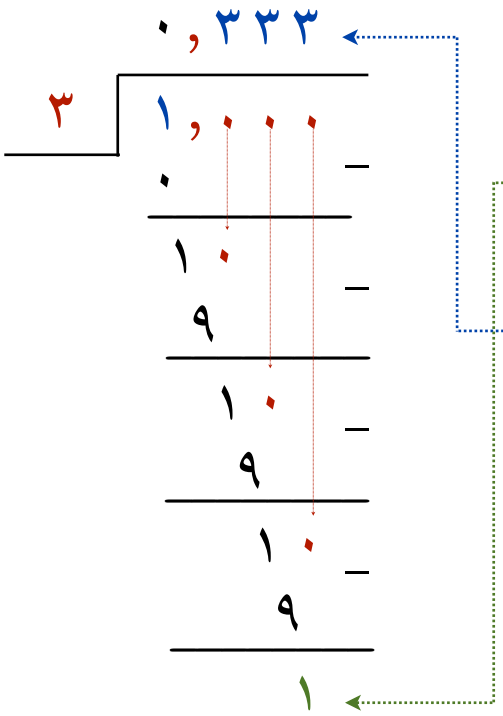
مثال : اكتب الكسر $\frac{١}{٣}$ في صورة كسر عشري

يتم تحويل الكسر الاعتيادي إلى كسر عشري بقسمة البسط على المقام

وبعد القسمة نلاحظ أن العدد نفسه يتكرر في ناتج القسمة باستمرار

ولا يمكن أن نصل إلى وضع يكون الباقي فيه صفرًا

حيث إن الرقم الدائر في هذا الكسر العشري هو (٣)



$\frac{١}{٣} = ٠,٣٣٣٣\ldots$ ويكتب على صورة $٠,\overline{٣}$

ويكتفى بكتابة الرقم الدوري بعد الفاصلة العشرية ويوضع فوقه خط

$\frac{٢}{١١} = ٠,١٨١٨١٨١٨\ldots$ ويكتب الكسر العشري على صورة $٠,\overline{١٨}$

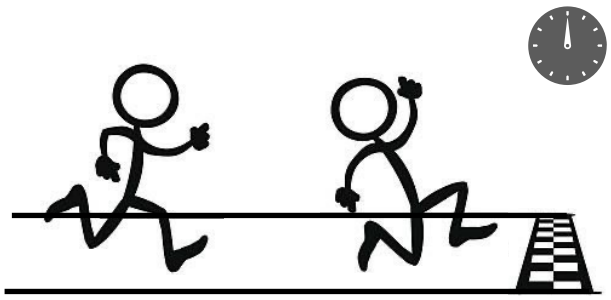
$\frac{٣٥}{١١١} = ٠,٣١٥٣١٥٣١٥\ldots$ ويكتب الكسر العشري على صورة $٠,\overline{٣١٥}$

كتابة الكسور الاعتيادية في صورة كسور عشرية

مثال من واقع الحياة

مثال :

أنهى المتسابق الأول سباق ١٠٠ متر في $١٦\frac{١}{٥}$ ثانية ، وكان زمن المتسابق التالي ١٩,٨ ثانية ، فما الفرق بين زمن المتسابقين الأول والثاني ؟



المعطيات:

استغرق المتسابق الأول $١٦\frac{١}{٥}$ ث

استغرق المتسابق الثاني ١٩,٨ ث

المطلوب: ايجاد الفرق بين زمن المتسابقين ، حيث أن : كلمة الفرق تدل على عملية الطرح

ولإتمام عملية الطرح نكتب العدد الكسري في صورة كسر عشري أو العكس

$$١٩,٨ - ١٦\frac{١}{٥} = ١٦\frac{١\times٢}{٥\times٢} = ١٦\frac{٢}{١٠} = ١٦,٢$$

$$١٩,٨ - ١٦,٢$$

$$١٩,٨ - ١٦,٢ = ٣,٦$$

الفرق بين زمن المتسابقين الأول والثاني ٣,٦ ثانية