SLIDESMANIA.COM

قسمة وحيدات الحد

SLIDESMANIA.COM

فيما سبق

درست ضرب وحيدات الحد .

الآن

١) أجد ناتج قسمة وحيدتي حد .
٢) أبسط عبارات تحتوي أسساً سالبة أو صفرية

المفردات

١) الأس الصفري
٢) الأسس السالبة
٣) رتبة المقدار

SLIDESMANIA.COM

جدول التعلم

ماذا أعرف ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا تعلمت ؟

SLIDESMANIA.COM

المعلم: عثمان العتيبي ؛ عضو مؤسس في مجموعة رقمة الرياضيات

لماذا

بلغ عدد سكان منطقة مكة المكرمة في عام ١٤٣٨ هـ ٨٣٢٥٣٠٤ نسمة أي عشرة مليون نسمة تقريباً أو $١٠^{٧}$، وبلغ عدد سكان منطقة القصيم في العام نفسه ١٣٨٧٩٩٦ نسمة أي مليون نسمة تقريباً أو $١٠^{٦}$ فتكون نسبة عدد سكان منطقة مكة المكرمة إلى عدد سكان منطقة القصيم في تلك السنة هي:

$\frac{١٠^{٧}}{١٠^{٦}} = ١٠^{١}$ وهذا يعني أن عدد سكان منطقة مكة المكرمة يساوي ١٠ أمثال عدد سكان منطقة القصيم.

قسمة وحيدات الحد: يمكنك استعمال مبادئ اختصار الكسور الاعتيادية؛ لإيجاد ناتج قسمة وحيدتي حد مثل $\frac{١٠^{٦}}{١٠^{٥}}$، انظر إلى نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\frac{٢^{٧}}{٢^{٤}} = \frac{٢ \times ٢ \times ٢ \times \cancel{٢} \times \cancel{٢} \times \cancel{٢} \times \cancel{٢}}{\cancel{٢} \times \cancel{٢} \times \cancel{٢} \times \cancel{٢}} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢^{٣}$$

٧ عوامل — ٤ عوامل

$$\frac{ن^{٤}}{ن^{٣}} = \frac{ن \times \cancel{ن} \times \cancel{ن} \times \cancel{ن}}{\cancel{ن} \times \cancel{ن} \times \cancel{ن}} = ن$$

٤ عوامل — ٣ عوامل

ويبيِّن المثالان السابقان خاصية قسمة القوى.

SLIDESMANIA.COM

مفهوم أساسي

قسمة القوى

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه اطرح أُسَّيهما (أس البسط – أس المقام).

الرموز: لأي عدد حقيقي أ ≠ ٠؛ وأي عددين صحيحين م، ن، فإن: $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$.

أمثلة: $\frac{جـ^{١١}}{جـ^{٨}} = جـ^{١١-٨} = جـ^{٣}$ $\qquad \frac{ر^{٥}}{ر^{٢}} = ر^{٥-٢} = ر^{٣}$

SLIDESMANIA.COM

قسمة القوى

مثال ١

بسّط العبارة $\frac{جـ^{٣}هـ^{٥}}{جـ هـ^{٢}}$ مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا .

$$\frac{جـ^{٣}هـ^{٥}}{جـ هـ^{٢}} = \left(\frac{جـ^{٣}}{جـ}\right)\left(\frac{هـ^{٥}}{هـ^{٢}}\right)$$ جمِّع القوى ذات الأساس نفسه

$$= \left(جـ^{٣-١}\right)\left(هـ^{٥-٢}\right)$$ اقسم القوى

$$= جـ^{٢}هـ^{٣}$$ بسّط

SLIDESMANIA.COM

تحقق من فهمك

١أ) $\frac{س^{٣}ص^{٤}}{س^{٢}ص}$

.....

.....

.....

.....

١ب) $\frac{ك^{٧}م^{١٠}ب}{ك^{٥}م^{٣}ب}$

.....

.....

.....

.....

SLIDESMANIA.COM

يمكنك استعمال تعريف القوى لإيجاد ناتج قوى قسمة وحيدات الحد، انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\frac{٣^{٣}}{٤^{٣}} = \frac{\overbrace{٣ \times ٣ \times ٣}^{\text{٣ عوامل}}}{\underbrace{٤ \times ٤ \times ٤}_{\text{٣ عوامل}}} = \overbrace{\left(\frac{٣}{٤}\right)\left(\frac{٣}{٤}\right)\left(\frac{٣}{٤}\right)}^{\text{٣ عوامل}} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٣}$$

$$\frac{\text{جـ}^{٢}}{\text{د}^{٢}} = \frac{\overbrace{\text{جـ} \times \text{جـ}}^{\text{عاملان}}}{\underbrace{\text{د} \times \text{د}}_{\text{عاملان}}} = \overbrace{\left(\frac{\text{جـ}}{\text{د}}\right)\left(\frac{\text{جـ}}{\text{د}}\right)}^{\text{عاملان}} = \left(\frac{\text{جـ}}{\text{د}}\right)^{٢}$$

مفهوم أساسي

قوى القسمة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة ناتج قسمة، أوجد كلًّا من قوة البسط وقوة المقام.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب ≠ صفر؛ وأي عدد صحيح م فإن: $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{م}} = \frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{ب}^{\text{م}}}$

أمثلة: $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤} = \frac{٣^{٤}}{٥^{٤}}$ $\left(\frac{\text{ر}}{\text{ن}}\right)^{٥} = \frac{\text{ر}^{٥}}{\text{ن}^{٥}}$

إرشادات للدراسة

قوانين القوة للمتغيرات

تطبق قوانين القوة على المتغيرات تمامًا كما تطبق على الأعداد. فمثلاً

$$\left(\frac{\text{أ}^{٣}}{٤\text{ب}}\right)^{٣} = \frac{(\text{أ}^{٣})^{٣}}{(٤\text{ب})^{٣}} = \frac{\text{أ}^{٩}}{٦٤\text{ب}^{٣}}$$

SLIDESMANIA.COM

قوى القسمة

مثال ٢

بسّط العبارة: $\left(\frac{م^{٣}٣}{٧}\right)^{٢}$.

$$\left(\frac{م^{٣}٣}{٧}\right)^{٢} = \frac{(م^{٣}٣)^{٢}}{٧^{٢}}$$ قوى القسمة

$$= \frac{٣^{٢}(م^{٣})^{٢}}{٧^{٢}}$$ قوة حاصل الضرب

$$= \frac{٩م^{٦}}{٤٩}$$ قوة القوة

SLIDESMANIA.COM

تحقق من فهمك

٢أ) $\left(\frac{٣س^{٤}}{٤}\right)^{٣}$

.....

.....

.....

.....

٢ب) $\left(\frac{٢ص^{٢}}{٣ع^{٣}}\right)^{٢}$

.....

.....

.....

.....

٢جـ) $\left(\frac{٤س^{٣}}{٥ص^{٤}}\right)^{٣}$

.....

.....

.....

.....

SLIDESMANIA.COM

يمكن استعمال الآلة الحاسبة لاستكشاف عبارات مرفوعة **للأس الصفري** مثل: ٣^٠ ، س^٠ ، ... ويوجد طريقتان لتفسير لماذا تعطي الآلة الحاسبة ٣^٠ = ١

الطريقة ١

$\frac{٣^{٥}}{٣^{٥}} = ٣^{٥-٥}$ ناتج قسمة القوى

$= ٣^{٠}$ بسّط

الطريقة ٢

$\frac{٣^{٥}}{٣^{٥}} = \frac{\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times٣}{\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times٣}$ تعريف القوى

$= ١$ بسّط

وبما أن للعبارة $\frac{٣^{٥}}{٣^{٥}}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن ٣^٠ = ١

أيْ أن الأس الصفري لأيِّ عددٍ لا يساوي الصفر هو الواحد.

مفهوم أساسي

خاصية الأس الصفري

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي ١

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي صفرًا فإن: أ^٠ = ١

أمثلة: ١٥^٠ = ١ ، $\left(\frac{ب}{جـ}\right)^{٠} = ١$ ، $\left(\frac{٢}{٧}\right)^{٠} = ١$

SLIDESMANIA.COM

الأس الصفري

مثال ٣

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

أ) $\left(-\frac{٤ن^{٢}ك^{٥}ر^{٢}}{٩ن^{٣}ك^{٢}ر}\right)^{٠}$

$= ١$

$\left(-\frac{٤ن^{٢}ك^{٥}ر^{٢}}{٩ن^{٣}ك^{٢}ر}\right)^{٠}$

أ^{٠} = ١

ب) $\frac{س^{٥}ص^{٠}}{س^{٣}}$

$\frac{س^{٥}ص^{٠}}{س^{٣}} = \frac{س^{٥}(١)}{س^{٣}}$

أ^{٠} = ١

$= س^{٢}$

اقسم القوى

SLIDESMANIA.COM

تحقق من فهمك

٣أ) $\frac{ب^{٤}جـ^{٢}د^{٠}}{ب^{٢}جـ}$

.....

.....

.....

.....

٣ب) $\left(\frac{٢ن^{٤}جـ^{٧}هـ^{٣}}{١٥ن^{٣}جـ^{٩}هـ^{٦}}\right)^{٠}$

.....

إرشادات للدراسة

الأس الصفري

انتبه للأقواس عند تبسيط أي عبارة.

فالعبارة $(٥س)^{٠}$ تساوي ١

إلا أن العبارة $٥س^{٠} = ٥$

SLIDESMANIA.COM

الأسس السالبة: قد تكون **الأسس سالبة** مثل: $٣^{-٢}$ ، $س^{-٣}$ ، ... ، ولاستقصاء معناها يمكنك تبسيط عبارات مثل $\frac{س^{٢}}{س^{٥}}$ باستعمال الطريقتين الآتيتين:

الطريقة ١

$\frac{س^{٢}}{س^{٥}} = س^{٢-٥}$ ناتج قسمة القوى

$= س^{-٣}$ بسّط

الطريقة ٢

$\frac{س^{٢}}{س^{٥}} = \frac{س \times س}{س \times س \times س \times س \times س}$ تعريف القوى

$= \frac{١}{س^{٣}}$ بسّط

بما أن للعبارة $\frac{س^{٢}}{س^{٥}}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن $س^{-٣} = \frac{١}{س^{٣}}$

مفهوم أساسي — **خاصية الأسس السالبة**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر، ولأي عدد صحيح ن، فإن مقلوب $أ^{ن}$ هو $أ^{-ن}$، ومقلوب $أ^{-ن}$ هو $أ^{ن}$.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر ، وأي عدد صحيح ن، فإن: $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $\frac{١}{أ^{-ن}} = أ^{ن}$.

أمثلة: $٢^{-٤} = \frac{١}{٢^{٤}} = \frac{١}{١٦}$ $\quad$ $\frac{١}{جـ^{-٤}} = جـ^{٤}$

تُعد العبارة في أبسط صورة لها إذا احتوت على أسس موجبة فقط، وظهر كل أساس مرة واحدة فقط، ولا تتضمن قوى القوى، وأن تكون جميع الكسور الاعتيادية فيها في أبسط صورة.

SLIDESMANIA.COM

الأسس السالبة

مثال ٤

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

أ) $\frac{\text{ن}^{-٥}\text{ف}^{٤}}{\text{ر}^{-٢}}$

$\frac{\text{ن}^{-٥}\text{ف}^{٤}}{\text{ر}^{-٢}} = \left(\frac{١}{\text{ر}^{-٢}}\right)\left(\frac{\text{ف}^{٤}}{١}\right)\left(\frac{\text{ن}^{-٥}}{١}\right)$ اكتب العبارة على صورة حاصل ضرب كسور اعتيادية

$= \left(\frac{١}{\text{ن}^{٥}}\right)\left(\frac{\text{ف}^{٤}}{١}\right)\left(\frac{\text{ر}^{٢}}{١}\right)$ $\text{أ}^{-\text{ن}} = \frac{١}{\text{أ}^{\text{ن}}}$ ، $\frac{١}{\text{أ}^{-\text{ن}}} = \text{أ}^{\text{ن}}$

$= \frac{\text{ف}^{٤}\text{ر}^{٢}}{\text{ن}^{٥}}$ اضرب

إرشادات للدراسة

الإشارة السالبة

تأكد من موقع الإشارة السالبة. فمثلاً، $٥^{-١} = \frac{١}{٥}$، في حين أن $-٥^{١} \neq \frac{١}{٥}$

SLIDESMANIA.COM

الأسس السالبة

مثال ٤

ب) $\frac{٢د^{٢}ب^{٣}جـ^{-٥}}{١٠د^{-٣}ب^{-١}جـ^{-٤}}$

$$\frac{٢د^{٢}ب^{٣}جـ^{-٥}}{١٠د^{-٣}ب^{-١}جـ^{-٤}} = \left(\frac{٢}{١٠}\right)\left(\frac{د^{٢}}{د^{-٣}}\right)\left(\frac{ب^{٣}}{ب^{-١}}\right)\left(\frac{جـ^{-٥}}{جـ^{-٤}}\right)$$ جمّع القوى للأساس نفسه

$$= \left(\frac{١}{٥}\right)\left(د^{٢-(-٣)}\right)\left(ب^{٣-(-١)}\right)\left(جـ^{-٥-(-٤)}\right)$$ اقسم القوى، خاصية الأسس السالبة

$$= \frac{١}{٥}د^{٥}ب^{٤}جـ^{-١}$$ بسّط

$$= \frac{١}{٥}(د^{٥})(ب^{٤})\left(\frac{١}{جـ}\right)$$ خاصية الأسس السالبة

$$= \frac{د^{٥}ب^{٤}}{٥جـ}$$ اضرب

إرشادات للدراسة

الإشارة السالبة

تأكد من موقع الإشارة السالبة. فمثلاً، $٥^{-١} = \frac{١}{٥}$، في حين أن $-٥^{١} \neq \frac{١}{٥}$

SLIDESMANIA.COM

تحقق من فهمك

٤أ) $\frac{ف^{-٣} و س^{٢}}{و ص^{-٦}}$

.....

.....

.....

.....

.....

ب٤) $\frac{٣٢ د^{-٨} ب^{٣} جـ^{-٤}}{٤ د^{٣} ب^{٥} جـ^{-٢}}$

.....

.....

.....

.....

.....

جـ٤) $\frac{٥ جـ^{-٣} ك^{٢} م^{-٦}}{٢٥ ك^{-٤} م^{-٢}}$

.....

.....

.....

.....

.....

SLIDESMANIA.COM

رتبة المقدار

تستعمل **رتبة المقدار** لمقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعة، وتعبر عن العدد مقرّبًا إلى أقرب قوى العشرة. فمثلاً العدد ٩٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠ مقرَّبًا إلى أقرب قوى العشرة هو $١٠^{١١}$ أو ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠، لذا فإن رتبة المقدار ٩٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠ هي $١٠^{١١}$.

SLIDESMANIA.COM

تطبيق خواص الأسس

مثال ٥
من واقع الحياة

طول: افترض أن معدل طول الرجل ١,٧ متر، ومعدل طول النملة هو ٠,٠٠٠٨ متر. فكم مرة تقريبًا يساوي طول الرجل بالنسبة لطول النملة؟

افهم: علينا إيجاد رتبة طول كل من الرجل والنملة، ثم إيجاد النسبة بينهما.

خطّط: قرّب كل طول إلى أقرب قوة للعدد ١٠، ثم أوجد نسبة طول الرجل إلى طول النملة.

حل: بما أن معدل طول الرجل قريب من ١ متر؛ لذا تكون رتبة طوله هي 10^{0} أمتار.
وبما أن معدل طول النملة يساوي ٠,٠٠١ متر تقريبًا؛ لذا فرتبة طول النملة هي 10^{-3} أمتار.

الربط مع الحياة

يوجد أكثر من ١٤٠٠٠ نوع من النمل في الكرة الأرضية.

وبعضها يستطيع حمل أشياء كتلتها تعادل كتلة النملة ٥٠ مرة.

SLIDESMANIA.COM

تطبيق خواص الأسس

مثال ٥
من واقع الحياة

نسبة طول الرجل إلى طول النملة يساوي تقريبًا $\frac{١٠^{٠}}{١٠^{-٣}}$

$\frac{١٠^{٠}}{١٠^{-٣}} = ١٠^{٠-(-٣)}$ اقسم القوى

$= ١٠^{٣}$ $٠ - (-٣) = ٠ + ٣ = ٣$

$= ١٠٠٠$ بسّط

لذا فطول الرجل يساوي ١٠٠٠ مرة من طول النملة تقريبًا. أو نسبة طول الرجل إلى طول النملة تساوي تقريبًا القوة الثالثة للعشرة.

تحقق: نسبة طول الرجل إلى طول النملة هي $\frac{١,٧}{٠,٠٠٠٨} = ٢١٢٥$ وأقرب قوى العشرة للعدد ٢١٢٥ هي $١٠^{٣}$ ✓

SLIDESMANIA.COM

تحقق من فهمك

٥) **علم الفلك:** رتبة مقدار كل من كتلة الأرض ودرب التبانة لأقرب قوى العشرة هي: $١٠^{٢٧}$، $١٠^{٤٤}$ على الترتيب. فكم مرة تساوي رتبة مقدار كتلة درب التبانة رتبة مقدار كتلة الأرض؟

.....

.....

.....

.....

SLIDESMANIA.COM

تأكد

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

١) $\frac{هـ^{٥}ل^{٤}}{هـ^{٢}ل}$

.....

.....

.....

.....

.....

٦) $\frac{س^{٣}ص^{٢}ع^{٦}}{ع^{٥}س^{٢}ص}$

.....

.....

.....

.....

.....

٨) $\frac{ر^{٣}ف^{-٢}}{ن^{-٧}}$

.....

.....

.....

.....

.....

SLIDESMANIA.COM

تأكد

١٠) $\left(\frac{٣س ص^{٤} ع^{٢}}{س^{٣} ص ع^{٤}}\right)^{-}$

.....

.....

١١) $\frac{٤ر^{٢} ف^{٠} هـ^{٥}}{٢ر هـ^{٣}}$

.....

.....

.....

.....

SLIDESMANIA.COM

تأكد

١٣) **إنترنت:** ارتفع عدد مستعملي الإنترنت في المملكة من ١١٠٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣١ هـ إلى ٢٤٠٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣٨ هـ. حدّد نسبة عدد مستعملي الإنترنت عام ١٤٣٨ هـ إلى مستعمليه عام ١٤٣١ هـ باستعمال رتبة المقدار للعامين.

.....

.....

.....

.....

.....

SLIDESMANIA.COM

مهارات التفكير العليا

٢٨) **تبرير:** هل المعادلة "$س^{ص} \times س^{ع} = س^{ص ع}$" صحيحة أحيانًا أم صحيحة دائمًا أم غير صحيحة أبدًا ؟ فسّر إجابتك.

.....

.....

.....

.....

.....

SLIDESMANIA.COM

الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم

أ . عثمان الربيعي

@uthman20191

موقع رفعة التعليمية