مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل ٣ الدوال الخطية

فيما سبق

درست تمثيل الدوال الخطية بيانيًا.

والآن

- أكتب المعادلات الخطية بصيغها المختلفة وأُمثّلها بيانيًا.
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معلومة ويوازي / يعامد مستقيمًا معلومًا.

لماذا؟

سفر: يختلف عدد الرحلات الجوية من سنة إلى أخرى، وبناءً على البيانات السنوية لعدد الرحلات يمكن إيجاد معدل التغير السنوي لتحديد النموذج الخطي المستعمل للتنبؤ بعدد الرحلات في السنوات القادمة.

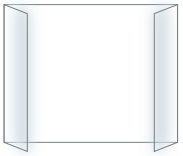
المفردات

- صيغة الميل والمقطع ص (٩٤)
- التنبؤ الخطي ص (١٠٢)
- صيغة الميل ونقطة ص (١٠٨)
- المستقيمان المتوازيان ص (١١٣)
- المستقيمان المتعامدان ص (١١٤)

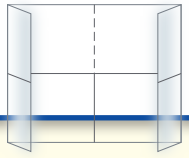
المطويات منظم أفكار

الدوال الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الدوال الخطية، مبتدئًا بورقة A3 .

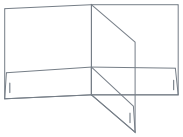
١ **اطو** الحافتين الصغيرتين من الورقة طوليًّا بمقدار ٤ سم لكل منها.



٢ **اطو** الورقة من المنتصف طوليًّا وعرضيًّا، ثم افتح الطي، وقص على طول خط الطي من الأعلى إلى المركز.



٣ **اطو** النصف العلوي للورقة إلى أسفل، ثم اطو الورقة من المنتصف إلى الخلف واقلبها لتشكل جيبًا مع الحواف السفلية.



٤ **سمّ** غلاف المطوية بعنوان الفصل.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

التهيئة للفصل ٣

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد قيمة ٣ أ^{٢} – ٢ أ ب + جـ عند القيم المعطاة: (الدرس ١-١)

١) أ = ٢، ب = ١، جـ = ٥

٢) أ = –١، ب = ٠، جـ = ١١

٣) أ = ٥، ب = –٣، جـ = –٩

٤) **استئجار سيارة:** تمثل تكلفة استئجار سيارة بالمعادلة ت = ٤٩س + ٣,٠ص ، حيث يمثل س عدد الأيام، وص عدد الكيلومترات. أوجد تكلفة استئجار السيارة مدة ٥ أيام لقطع مسافة ٤٢٥ كلم.

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي: (الدروس ١-٢، ١-٣، ١-٤)

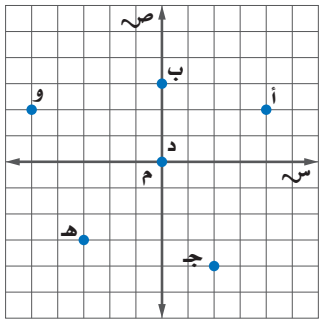
٥) س + ٣ = ٥

٦) ٢س – ٤ = ٦

٧) ٢ص – ٢ = ص + ٣

٨) **هندسة:** إذا علمت أن قانون محيط المستطيل هو مح = ٢ل + ٢ض، حيث ل = الطول، ض = العرض، فأوجد قيمة ض بدلالة كل من ل ، مح .

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل كل نقطة فيما يأتي: (الدرس ٢-١)



٩) أ

١٠) ب

١١) جـ

١٢) د

١٣) هـ

١٤) و

مراجعة سريعة

مثال ١

أوجد قيمة: ٢(م – ن)^{٢} + ٣ب عندما م = ٥، ن = ٢، ب = –٣.

مثال ٢

حُلَّ المعادلة ٥س + ١٥ = ٩

مثال ٣

اكتب الزوج المرتب الذي يمثل النقطة أ.

مجموعة رقمة الرياضيات
تطوير - إثراء - توثيق

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع بيانيًّا

فيما سبق

درست معدل التغير والميل.

والآن

- أكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، وأمثّلها بيانيًّا.
- أمثّل بيانات من واقع الحياة باستعمال معادلات مكتوبة بصيغة الميل والمقطع.

المفردات

صيغة الميل والمقطع

لماذا؟

يحفظ جميل ٥٠٠ بيت من الشعر، وعندما اشترك في نادي الشعر بدأ بحفظ ٣٠ بيتًا جديدًا كل شهر. ولمعرفة عدد الأبيات (ص) التي يحفظها بعد (س) شهرًا نكتب المعادلة:

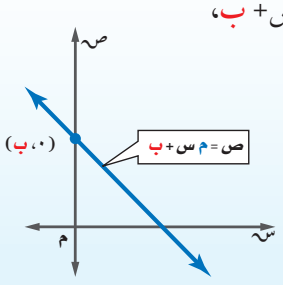
ص= ٣٠س+ ٥٠٠.

صيغة الميل والمقطع: يمكن كتابة أي معادلة خطية **بصيغة الميل والمقطع** على النحو: ص= م س+ ب حيث م الميل، ب المقطع الصادي، وأي تغيير في قيمة أي منهما يؤدي إلى تغيير التمثيل البياني للمعادلة.

مفهوم أساسي — صيغة الميل والمقطع

مطويتك

التعبير اللفظي: صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية هي: ص= م س+ ب، م = الميل، ب = المقطع الصادي.



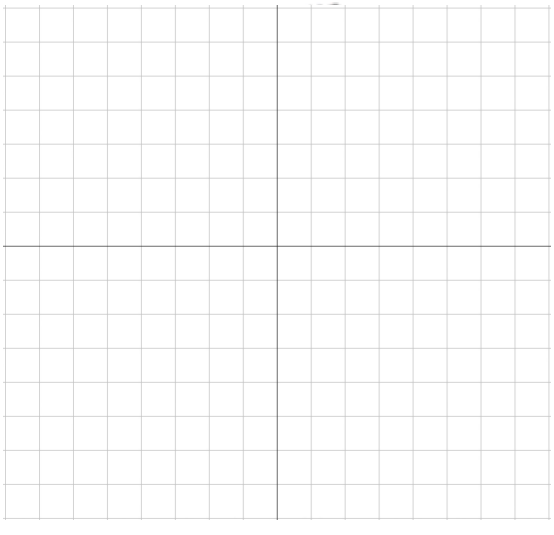
مثال: ص= م س+ ب

ص= ٢س+ ٦

الميل ← ٢، المقطع الصادي ← ٦

مثال ١ كتابة المعادلة وتمثيلها بيانيًّا

اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{٣}{٤}$، ومقطعه الصادي= −٢ بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا.



تحقق من فهمك

اكتب معادلة المستقيم في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:

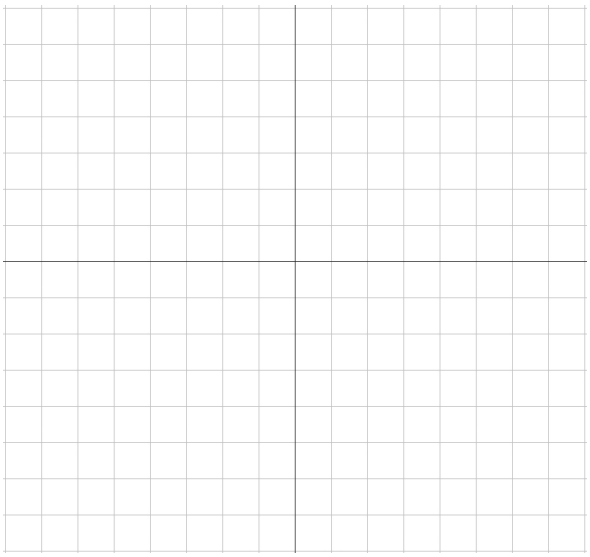
أ) الميل= $-\frac{١}{٢}$، المقطع الصادي = ٣ ب) الميل= −٣، المقطع الصادي = −٨

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

إذا لم تكن المعادلة مكتوبة بصيغة الميل والمقطع، فإن إعادة كتابتها بهذه الصيغة تسهل تمثيلها بيانيًّا.

مثال ٢ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

مثِّل المعادلة ٣س + ٢ص = ٦ بيانيًّا.



تحقق من فهمك

مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

٢أ) ٣س − ٤ص = ١٢

٢ب) −٢س + ٥ص = ١٠

إرشادات للدراسة

المتغيرات التابعة:

ص هو المتغير التابع؛ لأنه يعتمد على التغير في س.

إرشادات للدراسة

الميل والاتجاه:

لتحديد النقطة الثانية التي يمر بها المستقيم؛ انطلاقًا من النقطة التي تمثل المقطع الصادي، نستعمل الميل، فإذا كان موجبًا فتحرك إلى أعلى وإلى اليمين. وإذا كان سالبًا؛ فإما أن يكون البسط سالبًا فتتحرك إلى الأسفل، وإما أن يكون المقام سالبًا فتتحرك إلى اليسار. وفي كلتا الحالين نحصل على المستقيم نفسه.

بما أن ميل المستقيمات الأفقية يساوي صفرًا، لذا فمعادلات المستقيمات الأفقية يمكن أن تُكتب بصيغة الميل والمقطع في صورة: ص= ٠س+ ب، أو ص= ب. أما الخطوط المستقيمة الرأسية فليس لها ميل، لذا، لا يمكن كتابة معادلاتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

مثِّل المعادلة ص= −٣ بيانيًّا.

تحقق من فهمك

مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

٣أ) ص = ٥

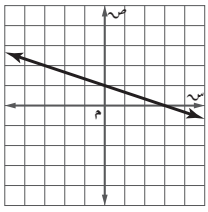
٣ب) ٢ص = ١

لاحظ أن معادلات المستقيمات الأفقية لا تتضمن المتغير س، وأن تمثيلها لا يقطع محور السينات ما عدا التمثيل البياني للمعادلة ص= ٠ الذي ينطبق على محور السينات.

قد تحتاج أحيانًا إلى كتابة معادلة عرف تمثيلها البياني. ولإجراء ذلك، عيّن المقطع الصادي، ثم استعمل الحركة أفقيًّا ورأسيًّا لإيجاد نقطة أخرى على الشكل، ثم اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٤ من اختبار

أيّ مما يأتي يمثّل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟



أ) ص = −٣س + ١

ب) ص = −٣س + ٣

جـ) ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ١

د) ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ٣

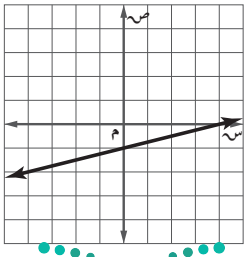
إرشادات للاختبار

حذف البدائل (الخطأ)

حلّل التمثيل البياني وأوجد الميل والمقطع الصادي، ثم احذف البدائل التي لا تتوافق مع الشكل.

تحقق من فهمك

٤) أيّ مما يأتي يمثّل معادلة المستقيم المبين في الشكل المجاور؟



أ) ص = $\frac{١}{٤}$ س − ١

ب) ص = ٤س − ١

جـ) ص = ٤س + ٤

د) ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٤

تمثيل بيانات من واقع الحياة: يمكن تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلة خطية إذا كان معدل تغيرها ثابتًا، فالمعدل الثابت للتغير يمثل الميل، والمقطع الصادي هو النقطة التي تكون عندها قيمة المتغير المستقل تساوي صفرًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ٥ من واقع الحياة — كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانيًّا

مدارس: استعمل المعلومات الواردة إلى اليمين عن عدد طالبات المرحلة الثانوية في المملكة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد طالبات المرحلة الثانوية بعد عام ١٤٠١ هـ.

عدد الطالبات يساوي معدل التغير في عدد السنوات زائد العدد في البداية

ليكن ص= عدد الطالبات، س= عدد السنوات منذ عام ١٤٠١هـ .

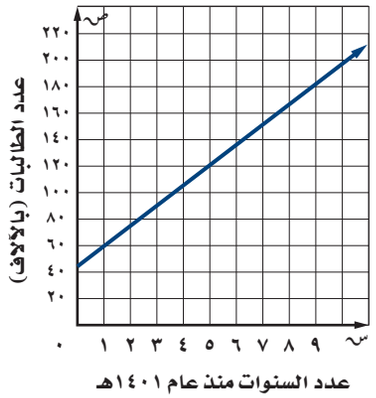
ص = ١٧ × س + ٤٢

المعادلة هي ص= ١٧ س+ ٤٢

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

المقطع الصادي هو نقطة البداية، لذا فالمستقيم يمر بالنقطة (٠، ٤٢) .

معدل التغير هو الميل، لذا فالميل يساوي ١٧



جـ) قدِّر عدد الطالبات عام ١٤٤٤ هـ .

ص = ١٧ س + ٤٢ — اكتب المعادلة

= ١٧ × (٤٣) + ٤٢ — عوّض عن س بـ (٣٦)

= ٧٧٣ — بسّط

فيكون عدد طالبات المرحلة الثانوية عام ١٤٤٤ هـ نحو ٧٧٣ ألف طالبة.

الربط مع الحياة

بلغ عدد طالبات المرحلة الثانوية لعام ١٤٠١ هـ نحو ٤٢ ألف طالبة، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ١٧ ألف طالبة تقريبًا كل سنة حيث بلغ عدد الطالبات عام ١٤٢١ هـ، ٣٨٦ ألفًا تقريبًا.

المصدر: الإحصائية الصادرة عن مركز الحاسب والمعلومات في وزارة التعليم.

٥) **مهرجان خيري:** بلغت تكلفة وجبات العشاء في مهرجان خيري ١١٦٠ ريالًا، فإذا بيعت الوجبة الواحدة بـ ٥ ريالات.

أ) فاكتب معادلة تبيِّن مقدار ربح المهرجان عند بيع (ن) وجبة.

ب) مثِّل هذه المعادلة بيانيًّا.

جـ) أوجد مقدار الربح إذا بيعت ٨٠٠ وجبة.

تأكد

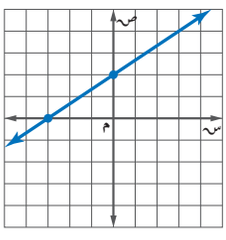
مثال ١ اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:

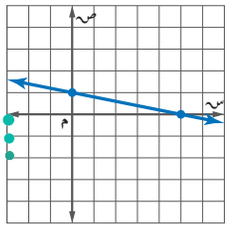
الميل: ٢، المقطع الصادي: ٤ — الميل: $\frac{٣}{٤}$، المقطع الصادي: −١ .

المثالان ٢ ، ٣ مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

−٤س + ص = ٢ — ٢س + ص = −٦

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:





وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

94-99.indd 97 04/03/2020 2:02 PM

مثال ٥ ٧) **نقود:** اشترى محمد أجهزة كهربائية بالتقسيط حيث دفع ٧٥٠ ريالًا دفعة أولى، ويدفع ١٠٠ ريال كل أسبوع.

أ) اكتب معادلة للمبلغ الكلي الذي سيدفعه بعد (س) أسبوعًا.

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

جـ) أوجد المبلغ الذي سيدفعه محمد بعد ٨ أسابيع.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ **اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع، ثم مثّلها بيانيًّا:**

٨) الميل: ٥، المقطع الصادي: ٨

٩) الميل: ٣، المقطع الصادي: −٤

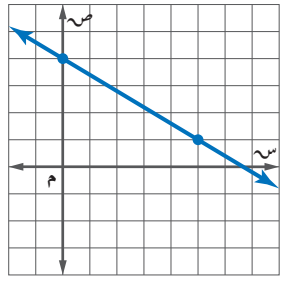
المثالان ٢ ، ٣ **مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:**

١٠) −٥س + ص = ١

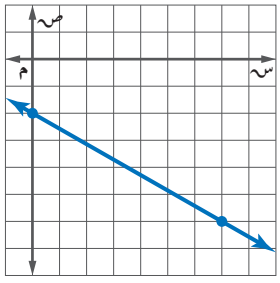
١١) ص = ٧

مثال ٤ **اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل في كل مما يأتي:**

١٢)



١٣)



مثال ٥ ١٤) **المها العربي:** المها العربي من الثدييات المعرضة للانقراض. وقد أنشأت المملكة عدة محميات للحفاظ عليها، فكان عددها عام ١٤١٧هـ، نحو ٤٠٠ رأس، وقد ازداد هذا العدد بمعدل ٥٠ رأسًا تقريبًا كل سنة.

أ) اكتب معادلة تمثل عدد المها في المملكة بعد (س) سنة منذ عام ١٤١٧هـ.

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

جـ) قدِّر عدد المها عام ١٤٤٥هـ.

١٥) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله = $-\frac{٣}{٧}$، ومقطعه الصادي: ٢

١٦) مثّل المعادلة ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٣ بيانيًّا.

اكتب معادلة كل مستقيم فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

١٧) الميل: −١، المقطع الصادي: ٠

١٨) الميل: −٥ , ١، المقطع الصادي: −٢٥ , ٠

١٩) اكتب معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل وميله ٣.

٢٠) **درّاجات:** يتقاضى محل لتأجير الدرّاجات النارية ٥ ريالات بالإضافة إلى ٢٥ ريالًا عن كل ساعة.

أ) اكتب معادلة التكلفة الكلية لاستئجار دراجة نارية مدة (س) ساعة بصيغة الميل والمقطع.

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

جـ) ما تكلفة تأجير درّاجتين مدة ٨ ساعات؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

٢١) **مجلات:** تم بيع ٥٠٠٠٠ نسخة من إحدى المجلات في سنتها الأولى، وازداد هذا العدد بعد ذلك بمعدل ٥٠٠٠ نسخة في السنة.

أ) اكتب معادلة تمثّل عدد النسخ المبيعة (ن) بعد (ص) سنة.

ب) ماذا يمثِّل الميل؟

جـ) ماذا يمثِّل المقطع الصادي؟

د) إذا بدأت المجلة سنة ١٤٢٠هـ، ففي أي سنة يصل عدد النسخ المبيعة إلى ١٥٠٠٠٠ وفق المعدل نفسه؟

الربط مع الحياة

مجلة «القافلة» من أوائل المجلات التي ظهرت في المملكة عام ١٣٧٣هـ، وكان يكتب فيها أدباء على مستوى العالم العربي.

المصدر: www.qafilah.com

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بدالة خطية، ثم اكتب هذه الدالة ومثلها بيانيًّا.

٢٣) **تبرير:** بيِّن ما إذا كان من الممكن كتابة معادلة الخط الرأسي بصيغة الميل والمقطع أم لا، وفسّر إجابتك.

٢٤) **تحدٍّ:** ما الخصائص المشتركة للتمثيلات البيانية للمعادلات الآتية:
ص= ٢س+ ٣، ص= ٤س+ ٣، ص= −س+٣، ص = − ١٠س + ٣

٢٥) **اكتب:** وضِّح كيف تجد معدل تغير معادلة خطية بالصيغة القياسية.

تدريب على اختبار

٢٦) يحتوي مخزن للإلكترونيات على س قرصًا مدمجًا، فإذا بيع منها ٣٥٠ قرصًا، وأُضيف إليها ٣ ص من الأقراص، فأي عبارة مما يأتي تمثّل عدد الأقراص التي أصبحت موجودة في المخزن؟

أ) ٣٥٠ + ٣ص − س **جـ)** س + ٣٥٠ +٣ ص

ب) س − ٣٥٠ + ٣ ص **د)** ٣ ص− ٣٥٠ − س

٢٧) تحتاج وصفة كعكة الفواكه إلى ٥٠ مللترًا من عصير البرتقال لكل ١٥٠ مللترًا من عصير الليمون، فإذا استعملت فدوى ٦٠٠ مللتر من عصير الليمون، فكم مللترًا من عصير البرتقال تم استعماله؟

أ) ١٥٠ **جـ)** ٢٠٠

ب) ٦٠٠ **د)** ٥٠

مراجعة تراكمية

٢٨) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية ٣، ٧، ١١، ١٥، ... (الدرس ٢-٦)

٢٩) أوجد الحدين الرابع والخامس للمتتابعة ٥، ١، ٦، ٢، ٧، ٣، ... (الدرس ٢-٦)

٣٠) حُلَّ المعادلة ٣ − ٢س = ٦. (الدرس ١-٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٣١) (٢، ٣)، (٧، ٩)

٣٢) (−٣، ٦)، (٢، ٤)

٣٣) (−٣، ٣)، (١، ٣)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مجموعة رفعة الرياضيات
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

٣-٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

فيما سبق

درست تمثيل مستقيم عُلم ميله ومقطعه الصادي.

والآن

- أكتب معادلة مستقيم إذا علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.
- أكتب معادلة مستقيم علمت إحداثيات نقطتين يمر بهما بصيغة الميل والمقطع.

المفردات

التنبؤ الخطي

لماذا؟

وصلت إيرادات المملكة عام ٢٠١٥م إلى ٦٠٨ مليار ريال، وفي عام ٢٠١٧م إلى ٦٩٦ مليار ريال. إن معرفة هذه المعلومات تمكنك من كتابة معادلة خطية تستطيع من خلالها التنبؤ بإيرادات المملكة في السنوات القادمة إذا افترضت أن الإيرادات تزداد بالمعدل نفسه سنويًّا.

كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع:

يبين المثال أدناه طريقة كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ١ **كتابة معادلة مستقيم علم ميله ونقطة يمر بها بصيغة الميل والمقطع**

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢، ١) وميله ٣.

تحقق من فهمك

١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٢، ٥) وميله ٤.

كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما:

يمكنك استعمال نقطتين يمر بهما خط مستقيم لإيجاد الميل أولًا، ثم اتباع الخطوات نفسها في المثال (١) لكتابة المعادلة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ٢ كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتان يمر بهما

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣، ١)، (٢، −٤):

إرشادات للدراسة

اختيار نقطة

عند إعطاء نقطتين على مستقيم، يمكنك اختيار أيّ منهما لتكون $(س_١، ص_١)$، وتأكد من اتساق اختيارك خلال حل المسألة.

تحقق من فهمك

أوجد معادلة المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية:

٢أ) (−١، ١٢)، (٤، −٨).

٢ب) (−٤، −٢)، (−٥، −٦).

مثال ٣ من واقع الحياة استعمال صيغة الميل والمقطع الصادي

رحلات جوية: يبيِّن الجدول المجاور معدل عدد الرحلات الجوية المغادرة إلى إحدى عواصم البلدان خلال سنوات معينة. اكتب معادلة يمكنك استعمالها للتنبؤ بعدد الرحلات المغادرة إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه.

السنة	عدد الرحلات
٢٠١٤م	٣٥٤
٢٠١٥م	٣٦٦
٢٠١٦م	٣٧٨
٢٠١٧م	٣٩٠

تحقق من فهمك

٣) **رواتب:** يتقاضى طلال أجرة أسبوعية قدرها ٣٥١ ريالًا مقابل ساعات عمله الأساسية مضافًا إليها ساعة عمل إضافية . فإذا عمل الأسبوع الماضي ٥ ساعات إضافية وتقاضى مبلغًا إجماليًّا قدره ٤١٥ ريالًا، فاكتب معادلة خطية لإيجاد أجرته الكلية (جـ) إذا عمل (س) ساعة إضافية.

يمكنك استعمال المعادلة الخطية لإجراء تنبؤات حول القيم التي تتجاوز مدى البيانات، وتُسمى هذه العملية **التنبؤ الخطي**.

مثال ٤ من واقع الحياة — التنبؤ باستعمال صيغة الميل والمقطع

رحلات جوية: استعمل المعادلة في المثال ٣ لتقدير عدد الرحلات الجوية عام ٢٠٢٢م.

الربط مع الحياة

تتنامى حركة النقل الجوي باطراد نتيجة الطفرات السريعة التي يشهدها هذا المجال الحيوي، وتزداد الرحلات الجوية لمواكبة كثافة المسافرين، خصوصًا في الأعياد والإجازات ومواسم الحج والعمرة.

تحقق من فهمك

٤) **رواتب:** استعمل المعادلة (الناتجة في التحقق من فهمك ٣) للتنبؤ بالمبلغ المستحق الذي يتقاضاه طلال في الأسبوع إذا عمل ٨ ساعات إضافية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تأكد

مثال ١ ١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٤، ٦) وميله -٢.

مثال ٢ ٢) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (-٧، -٣)، (-٣، ٥).

المثالان ٣ ، ٤ ٣) **سكان:** بلغ عدد سكان المملكة عام ١٤٣٨هـ نحو ٣٢,٥ مليون نسمة، ويزداد عددهم بمعدل ٠,٧٥ مليون نسمة سنويًّا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد سكان المملكة (ك) بالملايين بعد (ص) سنة منذ عام ١٤٣٨هـ.

ب) إذا استمرت الزيادة نفسها، فكم يصبح عدد سكان المملكة عام ١٤٥٠هـ؟

تدرب وحل المسائل

مثال ١ **اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي:**

٤) (٣، ١)؛ الميل = ٢.

٥) (-١، ٤)؛ الميل = -١.

٦) (١، ٠)؛ الميل = ١.

مثال ٢ **اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:**

٧) (٩، -٢)، (٤، ٣).

٨) (-٥، ٣)، (٠، -٧).

٩) (-١، -٣)، (-٢، ٣).

المثالان ٣ ، ٤ ١٠) **سيارات:** يحرك سامي سيارة لعبة باستعمال جهاز التحكم عن بعد بسرعة ثابتة. فبدأ بتحريك السيارة عندما كانت على بُعد ٥ أقدام منه، وبعد ثانيتين أصبح بُعدها ٣٥ قدمًا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد بعد السيارة (ف) عن سامي بعد (ن) ثانية.

ب) قدّر المسافة التي تقطعها السيارة بعد ١٠ ثوانٍ.

إرشادات لحل المسألة

تحديد الإجابات المعقولة

تحديد معقولية الإجابة مفيد عندما لا يكون الجواب الدقيق ضروريًّا.

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعلوم ميله في كل مما يأتي:

١١) (٤، ٢)؛ الميل = $\frac{١}{٢}$.

١٢) (٤، ٦)؛ الميل = $\frac{-٣}{٤}$.

١٣) (-٤، -٢)؛ الميل = $\frac{-٣}{٥}$.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

١٤) **طلاب:** قدّر عدد خريجي الجامعات من حملة البكالوريوس في المملكة عام ١٤٣٠هـ بنحو ١١٥ ألف طالب وطالبة، ووصل عام ١٤٣٦هـ إلى ١٧١ ألف طالب وطالبة.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الخريجين من حملة البكالوريوس (ك) بعد (ع) سنة من العام ١٤٣٠هـ، حيث ع = (صفر) في العام ١٤٢٠هـ.

ب) مثّل المعادلة بيانيًّا.

جـ) قدّر عدد الخريجين عام ١٤٥٠هـ.

١٥) **نادٍ رياضي:** يقدم نادٍ رياضي عرضًا للعضوية مقابل ٢٦٥ ريالًا، ودروسًا في التمارين الرياضية بمبلغ إضافي مقداره ٥ ريالات لكل درس.

أ) اكتب معادلة تمثّل التكلفة الكلية لعضو حضر س درسًا.

ب) إذا كان المبلغ الذي دفعه مالك ٥٠٠ ريال في إحدى السنوات، فما عدد دروس التمارين الرياضية التي حضرها؟

اكتب معادلة المستقيم المار بكل نقطتين فيما يأتي:

١٦) $(\frac{٥}{٤}، ١)، (-\frac{١}{٤}، \frac{٣}{٤})$.

١٧) $(\frac{٥}{١٢}، -١)، (\frac{-٣}{٤}، \frac{١}{٦})$.

بيّن هل تقع النقطة على المستقيم المُعطاة معادلته؟ وبيّن سبب ذلك.

١٨) (٣، −١)، ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٥

١٩) (٦، −٢)، ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٥

٢٠) **بيئة:** طبّق مصنع برنامجًا لتقليل النفايات، ففي عام ٢٠١٠م كانت كمية النفايات ٩٥٢ طنًّا، ثم بدأت تتناقص بعد ذلك بمعدل ٢٨ طنًّا سنويًّا.

أ) كم طنًّا تصل كمية النفايات عام ٢٠٢٥م؟

ب) في أيّ عام يصبح الاستمرار في هذا الاتجاه مستحيلًا؟ وضح إجابتك.

٢١) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال، العلاقة بين ميلي المستقيمين المتعامدين.

أ) بيانيًّا: مثّل المستقيم ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ١ على ورقة رسم بياني.

ب) شكليًّا: ارسم مستقيمًا يعامد المستقيم المرسوم باستعمال مسطرة غير مدرجة ومنقلة.

جـ) جبريًّا: أوجد معادلة المستقيم الذي يتعامد مع المستقيم الأصلي، وصف الطريقة التي استعملتها لكتابة المعادلة.

د) تحليليًّا: قارن ميلي المستقيمين، وصف العلاقة بينهما.

الربط مع الحياة

يدعو ديننا الإسلامي الحنيف إلى المحافظة على نظافة البيئة، وتحريم تلويثها وإفسادها؛ حتى لا تتأثر صحة الإنسان وسائر المخلوقات سلبًا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٢) **اكتشف الخطأ:** كتب كل من أحمد وسمير معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣، -٢)، (٦، ٤). فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح السبب.

أحمد

$$م = \frac{٤ - (-٢)}{٦ - ٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

ص = م س + ب

-٢ = ٢(٣) + ب

-٢ = ٦ + ب

-٨ = ب

ص = ٢س - ٨

سمير

$$م = \frac{٤ - (-٢)}{٦ - ٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

ص = م س + ب

٦ = ٢(٤) + ب

٦ = ٨ + ب

-٢ = ب

ص = ٢س - ٢

٢٣) **تحدّ:** إذا كانت النقاط (٣، ٧)، (-٦، ١)، (٩، هـ) تقع على المستقيم نفسه، فأوجد قيمة هـ، وبيّن خطوات الحل.

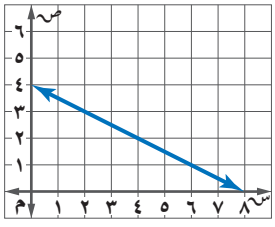
٢٤) **تبرير:** تعلم أن الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: أ س + ب ص = جـ .

أ) أعد كتابة هذه المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

ب) ما ميل المستقيم ؟

جـ) ما قيمة المقطع الصادي؟

٢٥) **مسألة مفتوحة:** اكتب مسألة من واقع الحياة تناسب التمثيل المجاور، ثم عرّف المتغيرين، وصِف العلاقة بينهما، واكتب معادلة تمثل هذه العلاقة، وصف معنى كل من الميل والمقطع الصادي.



٢٦) **اكتب:** ما المعلومات الضرورية لكتابة معادلة مستقيم؟ وضح إجابتك.

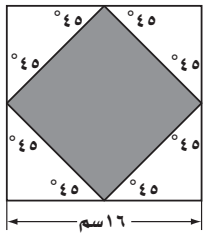
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تدريب على اختبار

٢٧) يحصل ماجد على خصم نسبته ١٢٪، فإذا اشترى سلعة بمبلغ ٣٥٥ ريالًا، فما مقدار الخصم على هذا المبلغ إلى أقرب ريالٍ؟

أ) ١٢ ريالًا
ب) ٣٠ ريالًا
جـ) ٣٦ ريالًا
د) ٤٣ ريالًا

٢٨) هندسة: في الشكل أدناه، تم توصيل منتصفات أضلاع المربع للحصول على مربع أصغر. فما مساحة المربع المظلل؟



أ) ٦٤ سم^{٢}
ب) ١٢٨ سم^{٢}
جـ) ٢٤٨ سم^{٢}
د) ٢٥٦ سم^{٢}

مراجعة تراكمية

٢٩) مثّل المعادلة: ص= ٣س+٢ بيانيًّا. (الدرس ٢-٣)

٣٠) أرصاد جوية: يُعبّر عن المسافة (ف) بالأميال التي يقطعها صوت الرعد (ن) بالثواني بالمعادلة: ف = ٠,٢١ ن (الدرس ٢-٣)

أ) مثّل المعادلة بيانيًّا.

ب) استعمل التمثيل البياني لتقدير الزمن المستغرق بين حدوث الرعد وسماع صوته من مسافة ٣ أميال.

٣١) حُلَّ المعادلة: $\frac{ن}{٩}$ − ١٤− = ٩ ، وتحقق من صحة الحل. (الدرس ١-٣)

٣٢) حُلَّ المعادلة: ٣س = س + ١. (الدرس ١-٤)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

أوجد قيمة (ر) التي تجعل ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية كما هو معطى:

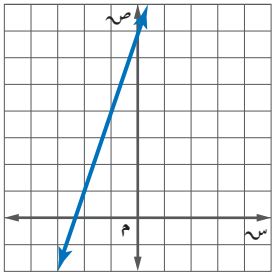
٣٣) (٦ ، −٢) ، (ر ، −٦) ، م = ٤

٣٤) (٥ ، ر) ، (٢ ، −٣) ، م = $\frac{٤}{٣}$

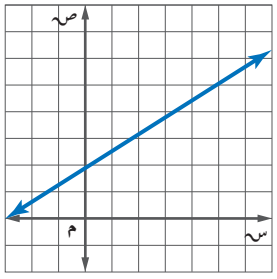
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثَّل في كل مما يأتي: (الدرس ٣-١)

١)



٢)



مثِّل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا: (الدرس ٣-١)

٣) ص = ٢س + ٣

٤) ص = $\frac{١}{٣}$ س − ٢

٥) **خدمة توصيل:** طلب مجموعة موظفين عددًا من الوجبات من مطعم، فإذا كان ثمن الوجبة الواحدة ٢٥ ريالًا، وأجر خدمة التوصيل ١٠ ريالات، فاكتب معادلة لإيجاد المبلغ الذي يجب دفعه للمطعم. (الدرس ٣-٢)

اكتب معادلة المستقيم في كلٍّ من الحالات التالية: (الدرس ٣-٢)

٦) يمر بالنقطة (٢ ، ٥)، وميله يساوي ٣

٧) يمر بالنقطة (−٣ ، −١)، وميله يساوي $\frac{١}{٢}$

٨) يمر بالنقطتين (−٣ ، ٤)، (١ ، ١٢).

٩) يمر بالنقطتين (−١ ، ٦)، (٢ ، ٤).

١٠) يمر بالنقطة (٢ ، ١)، وميله يساوي صفرًا.

١١) **اختيار من متعدد:** اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، ٠) وميله يساوي −٤ (الدرس ٣-٢)

أ) ص = س − ٤

ب) ص = س + ٤

جـ) ص = −٤س

د) ص = ٤ − س

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مجموعة رقمة الرياضيات
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

٣-٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل ونقطة

فيما سبق
درست كتابة المعادلات الخطية إذا عُلم الميل ونقطة، أو علمت نقطتان.

والآن
- أكتب معادلات خطية بصيغة الميل ونقطة.
- أكتب معادلات خطية بصيغ مختلفة.

المفردات
صيغة الميل ونقطة

لماذا؟

تهدف مسابقة الملك عبدالعزيز الدولية لحفظ القرآن الكريم وتفسيره إلى التآخي والمحبة بين المتسابقين من شتى دول العالم الإسلامي، وقد رصدت لذلك مكافآت مجزية. وقد بدأت هذه المسابقة عام ١٣٩٩هـ بِـ ٥٥ مشاركًا، وتزايد العدد خلال ثلاثين عامًا بمعدل ١٥٦ مشاركًا سنويًّا.

يمكنك التعبير عن عدد المشاركين في المسابقة سنويًّا بالمعادلة: ص = ١٥٦س + ٥٥، حيث تمثل س عدد السنوات بعد عام ١٣٩٩هـ، ص عدد المشاركين.

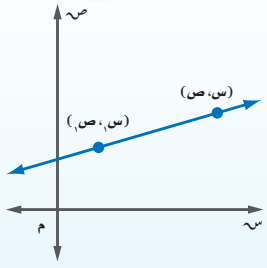
صيغة الميل ونقطة: يمكنك كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة إذا علمت إحداثيات نقطة يمر بها وميله.

مفهوم أساسي — صيغة الميل ونقطة

مطويتك

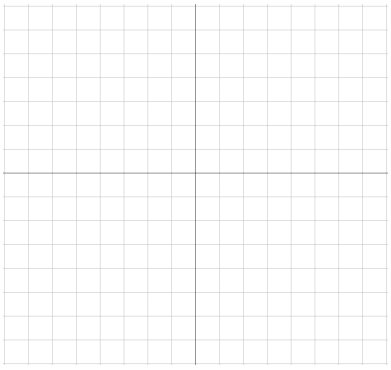
التعبير اللفظي: تعبر المعادلة الخطية ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$) عن معادلة المستقيم غير الرأسي بصيغة الميل ونقطة، حيث (س$_١$، ص$_١$) نقطة معطاة تقع على المستقيم، م ميل هذا المستقيم.

الرموز: ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$)



مثال ١ — كتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة وتمثيلها بيانيًّا

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، −٢) وميله $\frac{١}{٤}$ بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا.



تحقق من فهمك

١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٢، ١) وميله −٦ بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

صيغ المعادلات الخطية : إذا عُلم ميل المستقيم وإحداثيا نقطة أو عُلمت نقطتان، فيمكنك كتابة المعادلة الخطية بإحدى الطرائق الآتية:

إرشادات للدراسة

الميل :
يظل الميل ثابتًا عند أي نقطتين على المستقيم، ويمكن تسمية أي منهما $(س_١ ، ص_١)$ والأخرى $(س_٢ ، ص_٢)$.

ملخص المفهوم

كتابة المعادلات

مطويتك

المعطى: الميل ونقطة

الخطوة ١ : عوّض عن قيم م ، $س_١$ ، $ص_١$ في المعادلة:
ص – $ص_١$ = م (س – $س_١$)، أو
عوّض عن قيم م، س، ص في صيغة الميل والمقطع وحلها لإيجاد قيمة ب.

الخطوة ٢ : أعد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة.

المعطى: نقطتان

الخطوة ١ : أوجد الميل.

الخطوة ٢ : اختر إحدى النقطتين.

الخطوة ٣ : اتبع الخطوات نفسها الواردة في كتابة معادلة المستقيم إذا عُلم الميل ونقطة.

مراجعة المفردات

الصورة القياسية للمعادلة الخطية
هي أ س + ب ص = جـ ، أ ≥ ٠، أ، ب لا تساوي صفرًا معًا، أ، ب، جـ أعداد صحيحة، العامل المشترك الأكبر لها يساوي ١ (الدرس ٢-٣)

مثال ٢ الصورة القياسية لمعادلة مستقيم

اكتب المعادلة ص – ١ = $-\frac{٢}{٣}$ (س – ٥) بالصورة القياسية.

تحقق من فهمك

٢) اكتب المعادلة ص – ١ = ٧ (س + ٥) بالصورة القياسية.

لإيجاد المقطع الصادي لمعادلة، أعد كتابتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال ٣ صيغة الميل والمقطع

اكتب المعادلة ص + ٣ = $\frac{٣}{٢}$ (س + ١) بصيغة الميل والمقطع.

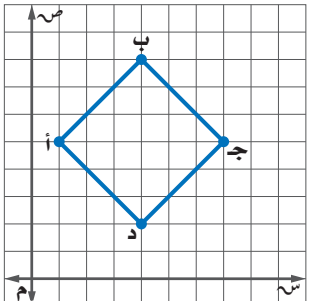
تحقق من فهمك

٣) اكتب المعادلة ص + ٦ = -٣ (س – ٤) بصيغة الميل والمقطع.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

ويفيد استعمال الصيغ المختلفة للمعادلات الخطية في موضوعات أخرى.

مثال ٤ صيغة الميل ونقطة والصورة القياسية



هندسة: يبيِّن الشكل المجاور المربع أ ب جـ د.

أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن $\overline{\text{جـ د}}$ بصيغة الميل ونقطة.

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

إرشادات للدراسة

الميل في المربع

الأضلاع المتقابلة وغير الرأسية في المربع لها الميل نفسه. وإذا كانت إحداثيات أحد الرؤوس غير معطاة، فاستعمل ميل الضلع المقابل لإيجادها.

تحقق من فهمك

٤أ) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$ بصيغة الميل ونقطة.

٤ب) اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{\text{ب جـ}}$ بالصورة القياسية.

تأكد

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّلها بيانيًّا:

١) يمر بالنقطة (−٢، ٥)، وميله −٦

٢) يمر بالنقطة (−٢، −٨)، وميله $\frac{٥}{٦}$

مثال ٢ اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

٣) ص + ٢ = $\frac{٧}{٨}$ (س − ٣)

٤) ص + ٧ = −٥ (س + ٣)

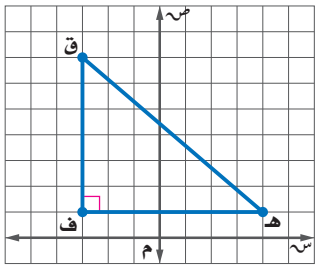
٥) ص + ٢ = $\frac{٥}{٣}$ (س + ١)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ٣ اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

٦) ص − ١٠ = ٤(س + ٦) ٧) ص − ٧ = $-\frac{٣}{٤}$(س + ٥) ٨) ص − ٩ = س + ٤

مثال ٤ ٩) **هندسة:** استعمل المثلث القائم ف ق هـ للإجابة عما يأتي:



أ) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{ق هـ}$.

ب) اكتب معادلة المستقيم نفسه بالصورة القياسية.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم في كل حالة مما يأتي بصيغة الميل ونقطة، ثم مثّله بيانيًّا:

١٠) يمر بالنقطة (٥، ٣)؛ وميله ٧ ١١) يمر بالنقطة (٢، −١)؛ وميله −٣

١٢) اكتب معادلة المستقيم الأفقي المار بالنقطة (−٦، ٠) بصيغة الميل ونقطة.

مثال ٢ اكتب كل معادلة فيما يأتي بالصورة القياسية:

١٣) ص − ١٠ = ٢(س − ٨) ١٤) ص − ٦ = −٣(س + ٢) ١٥) ص + ٤ = $\frac{٢}{٣}$(س + ٧)

مثال ٣ اكتب كل معادلة فيما يأتي بصيغة الميل والمقطع :

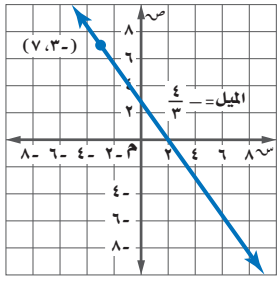
١٦) ص − ٦ = −٢(س − ٧) ١٧) ص + ٥ = ٦(س + ٧) ١٨) ص + ٢ = $\frac{١}{٦}$(س − ٤)

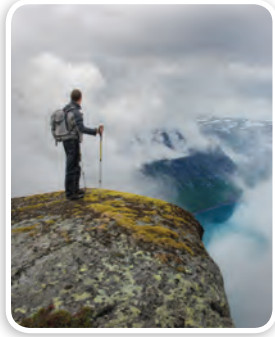
مثال ٤ ١٩) معتمدًا على الشكل الوارد في مثال ٤. اكتب معادلة المستقيم الذي يتضمن الضلع $\overline{أد}$ بصيغة الميل ونقطة، ثم بالصورة القياسية.

اكتب معادلة المستقيم في كل من السؤالين الآتيين بالصورة القياسية:

٢٠) ص + ٨ = $-\frac{١١}{١٢}$(س − ١٤) ٢١) ص − ٣ = ٢,٥ (س + ١)

٢٢) اكتب معادلة المستقيم الممثل في الشكل المجاور بصيغة الميل ونقطة.





الربط مع الحياة

ينخفض الضغط الجوي وتقل كمية الأكسجين كلما ارتفعنا إلى أعلى، ويسبّب التعرض للضغط الجوي المنخفض لفترات طويلة أمراضًا معينة.

٢٣) **طقس:** الضغط الجوي هو دالة خطية في الارتفاع. فالضغط الجوي يساوي ٥٩٨ ملمتر زئبق عند ارتفاع ١,٨ كيلومتر، ويساوي ٥٧٧ ملمتر زئبق عند ارتفاع ٢,١ كيلومتر.

أ) اكتب صيغة الضغط الجوي على صورة دالة في الارتفاع.

ب) ما الارتفاع بالكيلومترات الذي تساوي عنده قيمة الضغط الجوي ٦٥٧ ملمتر زئبق؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٤) **اكتشف الخطأ:** يكتب كل من أنس وأيمن معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (٣، −٧)، (−٦، ٤) بصيغة الميل ونقطة. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

أنس	أيمن
ص − ٧ = −$\frac{١١}{٩}$ (س + ٣)	ص − ٤ = −$\frac{١١}{٩}$ (س + ٦)

٢٥) **تبرير:** اكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (−٤، ٨)، (٣، −٧). وما ميله؟ وأين يقطع كلًّا من محوري السينات والصادات؟

٢٦) **تحدٍّ:** اكتب معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (ف ، جـ)، (هـ ، ي) بصيغة الميل ونقطة.

٢٧) **مسألة مفتوحة:** صف موقفًا من واقع الحياة يتضمن معدلًا ثابتًا للتغير وقيمة للمتغير ص تقابل قيمة محددة للمتغير س ، ومثّل هذا الموقف باستعمال معادلة خط مستقيم بصيغة الميل ونقطة، وبصيغة الميل والمقطع.

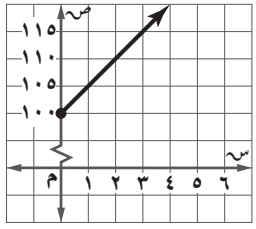
٢٨) **اكتب:** وَضِّح كيف يمكنك استعمال صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة مستقيم بصيغة الميل ونقطة.

تدريب على اختبار

٢٩) **قسائم مشتريات:** يقدم متجر قسيمة مشتريات لعملائه بقيمة ٥ ريالات عن كل ٧٥ ريالًا من المشتريات. إذا أراد عميل أن يحصل على قسيمة شرائية بقيمة ٣٥ ريالًا، فكم ريالًا عليه أن يدفع؟

أ) ٣٧٥ ريالًا
جـ) ٥٢٥ ريالًا
ب) ١٠٥ ريالات
د) ٢٦٢٥ ريالًا

٣٠) أي العبارات الآتية يمثلها الشكل أدناه؟



أ) لديك ١٠٠ ريال، وتصرف منها ٥ ريالات أسبوعيًّا.
جـ) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز، وتوفر ٥ ريالات أسبوعيًّا.
ب) لديك ١٠٠ ريال، وتوفر ٥ ريالات أخرى أسبوعيًّا.
د) تحتاج ١٠٠ ريال لشراء جهاز، وتصرف ٥ ريالات أسبوعيًّا.

مراجعة تراكمية

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٢)، (−٢، −٤) بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ٣-٢)

٣٢) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله −٢، ومقطعه الصادي ٦ بصيغة الميل والمقطع. (الدرس ٣-١)

٣٣) **مسرح مدرسي:** يحتوي مسرح على ٧ صفوف من المقاعد المرتبة على شكل متتابعة حسابية، كما في الجدول المجاور. فإذا حضر الحفل ٣٨٦ شخصًا، فهل يكون المسرح قد تجاوز ما يستوعبه؟ (الدرس ٢-٦)

الصف	عدد المقاعد
السابع	٧٦
السادس	٦٨
الخامس	٦٠

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٣٤) ص = ٣ص + ٦

٣٥) ٤ب − ٥ = −ب + ٢

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

فيما سبق

درست كتابة المعادلات الخطية بصيغة الميل ونقطة.

والآن

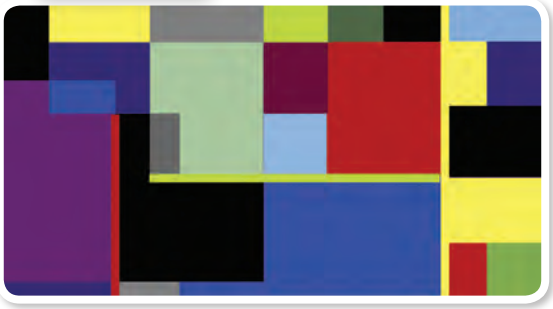
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا.
- أكتب معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا.

المفردات

المستقيمان المتوازيان

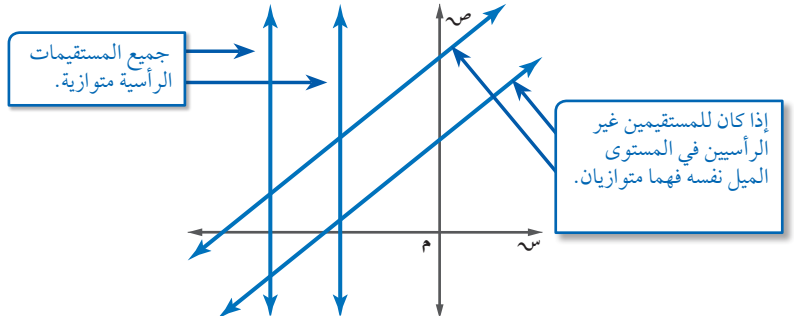
المستقيمان المتعامدان

لماذا؟



عند النظر إلى المربعات والمستطيلات والمستقيمات في اللوحة الفنية المجاورة، تجد أن بعض الخطوط المستقيمة تتقاطع لتكوّن زوايا قائمة، وبعضها الآخر لا يتقاطع أبدًا.

المستقيمان المتوازيان: المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر، يسميان **مستقيمين متوازيين**، ويكون لهما الميل نفسه.



ولكتابة معادلة مستقيم علمت إحدى نقاطه ومعادلة مستقيم آخر يوازيه، أوجد أولًا ميل المستقيم المعلوم، ثم عوض عن الميل والنقطة المعطاة في المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

مثال ١ المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٣، ٥) والموازي للمستقيم ص= ٢س - ٤ .

تحقق من فهمك

١) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، -١) والموازي للمستقيم ص= $\frac{١}{٤}$ س+ ٧ .

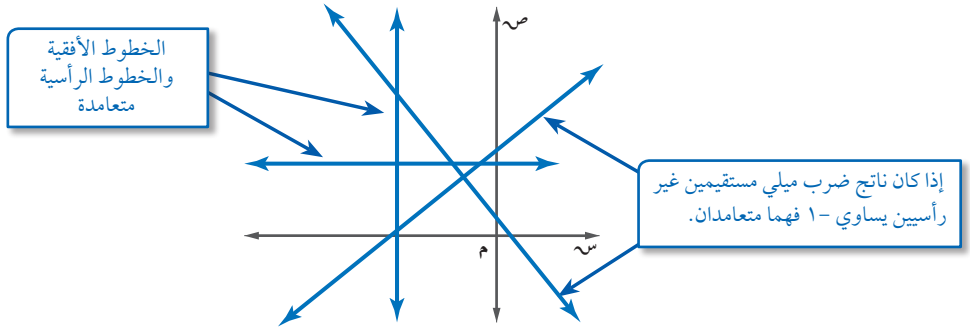
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

المستقيمان المتعامدان: المستقيمان اللذان يتقاطعان مكوّنيْن زوايا قائمة يسميان **مستقيمين متعامدين**، ويكون ميل كل منهما معكوس مقلوب الآخر. فمثلًا إذا كان ميل أحدهما ٤، فإن ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $-\frac{١}{٤}$.

مراجعة المفردات

معكوس المقلوب

معكوس مقلوب العدد $\frac{أ}{ب}$ هو $-\frac{ب}{أ}$.

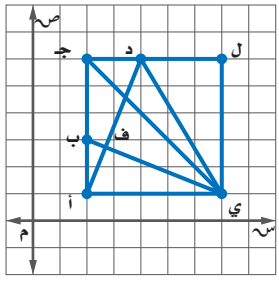


باستعمال الميل يمكنك تحديد هل المستقيمان متعامدان أم لا.

مثال ٢ من واقع الحياة — ميلا المستقيمين المتعامدين

تصميم: يبيِّن الشكل الآتي مخططًا لشعار إحدى الشركات ممثلًا على المستوى الإحداثي:

أ) هل ∠ د ف ي قائمة؟



ب) هل كل ضلعين متقابلين في الشكل أ جـ ل ي متوازيان؟

تحقق من فهمك

٢) إنشاءات: تظهر على واجهة منزل عارضتان خشبيتان، مُثّلت إحداهما بالقطعة المستقيمة $\overline{ك ر}$ التي طرفاها ك (−٦، ٢)، ر (−١، ٨)، ومُثّلت العارضة المتصلة بها بالقطعة المستقيمة $\overline{س ت}$ التي طرفاها س (−٣، ٦)، ت (−٨، ٥). فهل هاتان العارضتان متعامدتان؟ وضح إجابتك.

يمكنك أن تحدد ما إذا كان المستقيمان الممثلان بيانيًّا متوازيين أم متعامدين بمقارنة ميليهما.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

قراءة الرياضيات

التوازي والتعامد

يستعمل الرمز || للدلالة على التوازي، والرمز ⊥ للدلالة على التعامد.

مثال ٣ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:

ص= ٥، س= ٣، ص= −٢س+ ١

تحقق من فهمك

٣) حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:
٦س− ٢ص= −٢، ص= ٣ س− ٤، ص= ٤.

يمكنك كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا آخر علمت معادلته.

إرشادات للدراسة

تمثيل المسألة بيانيًا

مثّل معادلة المستقيم المعلوم على ورقة رسم بياني، ثم عيِّن النقطة المعطاة ، واستعمل مسطرة لرسم المستقيم العمودي المار بالنقطة المعطاة.

مثال ٤ المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٤، ٦)، والمعامد للمستقيم ٢س+ ٣ص= ١٢ بصيغة الميل والمقطع.

تحقق من فهمك

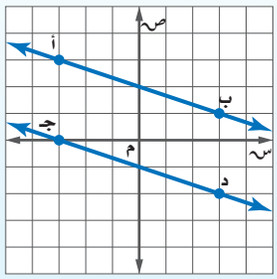
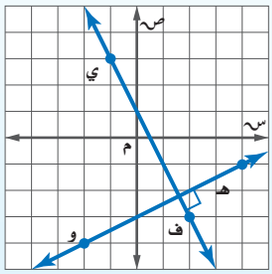
٤) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، ٧) والمعامد للمستقيم ص = $\frac{٤}{٥}$ س − ١ بصيغة الميل والمقطع.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

النوع	المستقيمات المتوازية	المستقيمات المتعامدة
التعبير اللفظي:	يكون المستقيمان غير الرأسيين متوازيين إذا تساوى ميلاهما.	يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي −١.
التعبير بالرموز:	$\overline{أب} \parallel \overline{جـ د}$	$\overline{هـ و} \perp \overline{ف ي}$
نماذج:		

تأكد

مثال ١ اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

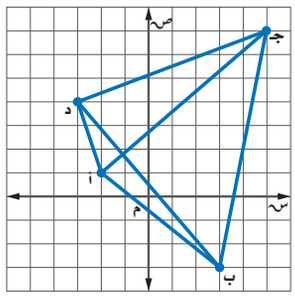
١) (−١، ٢)، ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٣

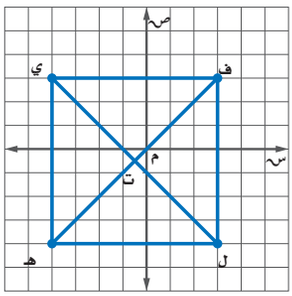
٢) (٠، ٤)، ص = −٤س + ٥

مثال ٢

٣) **حدائق:** حديقة على شكل مضلع رباعي رؤوسه: أ (−٢، ١)، ب (٣، −٣)، $\overline{جـ}$ (٥، ٧)، د (−٣، ٤)، يقطعها الممران أ $\overline{جـ}$، ب د. فهل هذان الممران متعامدان؟ فسِّر إجابتك.

٤) **هندسة:** المربع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، وكل ضلعين متجاورين متعامدان، وقطراه متعامدان أيضًا. حدِّد إذا كان الشكل الرباعي ف ي هـ ل مربعًا أم لا، وفسِّر إجابتك.





مثال ٣ حدِّد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ٥، ٦ متوازية أم متعامدة، وفسِّر إجابتك.

٥) ص = −٢س، ٢ص = س، ٤ص = ٢س + ٤

٦) ص = $\frac{١}{٢}$ س، ٣ص = س، ص = − $\frac{١}{٢}$ س

مثال ٤ اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

٧) (−٢، ٣)، ص = −$\frac{١}{٢}$ س − ٤

٨) (−١، ٤)، ص = ٣ س + ٥

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تدرب وحل المسائل

مثال ١

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

٩) (٤، −٣)، ص = ٣ س − ٥

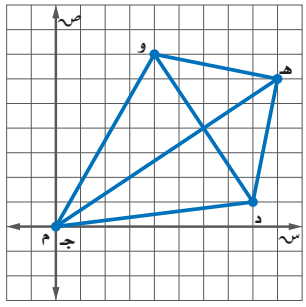
١٠) (٠، ٢)، ص = −٥ س + ٨

١١) (−٢، ٣)، ص = $-\frac{٣}{٤}$ س + ٤

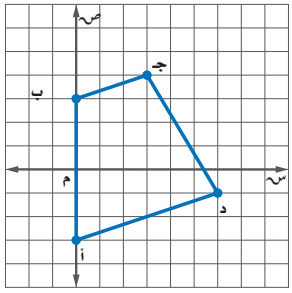
١٢) (٩، ١٢)، ص = ١٣ س − ٤

مثال ٢

١٣) **هندسة:** يمثل الشكل جـ د هـ و طائرة ورقية. هل قطراها متعامدان؟ فسر إجابتك.



١٤) **هندسة:** شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان فقط. فهل الشكل أ ب جـ د شبه منحرف؟ فسر إجابتك.



١٥) حدِّد ما إذا كان المستقيمان ص = −٦س + ٤، ص = $\frac{١}{٦}$ س، متعامدين أم لا، وفسِّر إجابتك.

مثال ٣

حدِّد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ١٦، ١٧ متوازية أم متعامدة، وفسِّر إجابتك:

١٦) ٢س − ٨ص = −٢٤ ، ٤س + ص = −٢، س − ٤ص = ٤

١٧) ٣س − ٩ص = ٩ ، ٣ص = س + ١٢ ، ٢س − ٦ص = ١٢

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٨) (−٣، −٢)، ص = −٢س + ٤ ١٩) (−٥، ٢)، ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٣ ٢٠) (−٤، ٥)، ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٦

مثال ٤

٢١) اكتب معادلة المستقيم المعامد للمستقيم ص = $-\frac{١}{٢}$ س − ٤ والمار بمقطعه السيني بصيغة الميل والمقطع.

حدِّد ما إذا كان المستقيمان في كل مما يأتي متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك:

٢٢) ص = ٤س + ٣ ، ٤س + ص = ٣

٢٣) ص = −٢س ، ٢س + ص = ٣

٢٤) ٣س + ٥ص = ١٠ ، ٥س − ٣ص = −٦

٢٥) اكتب معادلة المستقيم الموازي للمستقيم ص = ٧س − ٣ والمار بنقطة الأصل.

٢٦) **علم الآثار:** وجد عالم آثار في منطقة ما قطعة فخارية عند النقطة (٢، ٦) ، وقطعة معدنية عند النقطة (٤، −١)، فهل يتعامد المستقيم المار بكل من القطعة الفخارية والقطعة المعدنية مع المستقيم المار بالنقطتين (٧، ١٠) ، (١٤، ١٢)؟ فسِّر إجابتك.

الربط مع الحياة

يجمع علماء الآثار القطع الأثرية ويحللونها للحصول على معلومات عن الحضارات القديمة. ويتميزون بالكفاءة والدقة والقدرة على الربط بين الآثار وصولًا إلى النظريات والحقائق العلمية.

٢٧) **تصميم:** أنشأ عبدالله تصميمًا باستعمال برنامج حاسوبي، حيث رسم قطعة مستقيمة تمر بالنقطتين (−٢، ١)، (٤، ٣)، ثم قطعة أخرى تمر بالنقطتين (٢، −٧)، (٨، −٣)، فهل تصلح هذه النقاط لتكون رؤوسًا لمستطيل؟ فسِّر إجابتك.

٢٨) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذه المسألة المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

أ) **بيانيًا:** مثِّل النقاط أ(−٣، ٣)، ب(٣، ٥)، جـ(−٤، ٠) على المستوى الإحداثي.

ب) **تحليليًا:** حدِّد إحداثيات النقطة الرابعة د ليتشكل متوازي أضلاع من النقاط الأربع، وفسِّر إجابتك.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **تحدٍّ:** إذا وازى المستقيمُ المار بالنقطتين (−٢، ٤)، (٥، د) المستقيمَ ص = ٣س + ٤، فما قيمة د؟

٣٠) **تبرير:** هل المستقيم الأفقي يعامد المستقيم الرأسي أحيانًا أم دائمًا أم لا يعامده أبدًا؟ فسِّر إجابتك.

٣١) **مسألة مفتوحة:** مثِّل بيانيًّا مستقيمًا يوازي المستقيم ص = ٢س − ١، ومستقيمًا آخر يعامده.

٣٢) **اكتشف الخطأ:** يحاول فيصل وأسامة إيجاد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ والمار بالنقطة (−٣، ٥). فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.

فيصل

ص − ٥ = −٣ [س − (−٣)]
ص − ٥ = −٣(س + ٣)
ص = −٣س − ٩ + ٥
ص = −٣س − ٤

أسامة

ص − ٥ = ٣ [س − (−٣)]
ص − ٥ = ٣(س + ٣)
ص = ٣س + ٩ + ٥
ص = −٣س + ١٤

٣٣) **اكتب:** وضِّح كيف يمكنك أن تحدد ما إذا كان مستقيمان معطيان متوازيين أم متعامدين.

تدريب على اختبار

٣٤) أي نقطتين فيما يأتي يمر بهما مستقيم يوازي مستقيمًا ميله $\frac{٣}{٤}$ ؟

أ) (٠، ٥)، (−٤، ٢)
ب) (٠، ٢)، (−٤، ١)
جـ) (٠، ٠)، (٠، −٢)
د) (٠، −٢)، (−٤، −٢)

٣٥) **إجابة قصيرة:** يملأ خالد بركة ماء سعتها ٦٠٠٠ جالون بمعدل ثابت، وبعد ٤ ساعات كان في البركة ٨٠٠ جالون. فما عدد الساعات اللازمة لملء البركة كاملة؟

مراجعة تراكمية

اكتب كل معادلة مما يأتي بالصورة القياسية: (الدرس ٣-٣)

٣٦) ص − ١٣ = ٤(س − ٢)
٣٧) ص − ٥ = −٢(س + ٢)
٣٨) ص + ٣ = −٥(س + ١)

٣٩) **تأجير قوارب:** استأجر محمود ورفاقه قاربًا لمدة ٣ ساعات مقابل ٩٠ ريالًا حسب القاعدة المجاورة. (الدرس ٣-٢)

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الكلية (ك) لاستئجار القارب مدة (هـ) ساعة.

ب) كم ريالًا يكلف استئجار القارب مدة ٨ ساعات؟

٤٠) مثِّل المستقيم ص = ٣س − ٢ بيانيًّا. (الدرس ٣-١)

٤١) أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم ص + ٢س = ٨ (الدرس ٢-٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٤٢) ١٠٤ = ل − ٦٧
٤٣) ٤ − س = −٧
٤٤) $\frac{٢}{٣}$ ص = ١٤
٤٥) $\frac{٩}{س}$ = −٢٧

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

١) مثِّل المعادلة ص = ٢س – ٣ بيانيًّا.

٢) **اختيار من متعدد:** اشترى أسامة فطيرة بيتزا بـ٢٨ ريالًا وعددًا س من علب العصير، ما المعادلة التي تعبّر عن المبلغ الإجمالي (ت) الذي دفعه أسامة، إذا كان ثمن علبة العصير ١,٥ ريال؟

أ) ت = ٢٨س + ١,٥

ب) ت = ٢٩,٥ س

جـ) ت = ٢٨ + ١,٥ س

د) ت = ١,٥ س – ٢٨

٣) **قوارب:** اكتب بصيغة الميل والمقطع المعادلة التي تمثل تكلفة استئجار قارب (ص) واستعماله مدة (ن) ساعة.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كلٍّ من الحالات الآتية:

٤) يمر بالنقطة (–٤، ٢)، وميله يساوي –٣

٥) يمر بالنقطة (٣، –٥)، وميله يساوي $-\frac{٢}{٣}$

٦) يمر بالنقطتين (١، ٤)، (٣، ١٠)

٧) يمر بالنقطتين (٠، ٤)، (–٣، ٠)

٨) يمر بالنقطتين (٢، ٥)، (–٢، ٨)

٩) اكتب المعادلة ص + ٣ = $\frac{١}{٢}$ (س – ٥) في الصورة القياسية.

اكتب بصيغة الميل والمقطع كل معادلة فيما يأتي:

١٠) ص – ٣ = ٤(س + ٣)

١١) ص + ١ = $\frac{١}{٢}$ (س – ٨)

١٢) ص + ٤ = –٧ (س – ٣)

١٣) بيِّن ما إذا كان المستقيمان:
ص = –٦س + ٨ ، ٣س + $\frac{١}{٢}$ ص = –٣ متوازيين، أم متعامدين، أم غير ذلك. وفسِّر إجابتك.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٤) (٣، –٤)، ص = –١ –٣س – ٥

١٥) (٠، –٣)، ص = –٢س + ٤

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

١٦) (–٤، –٥)، –٤س + ٥ص = –٦

١٧) (–١، –٤)، –س – ٢ص = ٠

١٨) **اختيار من متعدد:** ثمن وجبة الطعام في أحد المطاعم ١٢ ريالًا مضافًا إليها ٢,٥٠ ريال لكل نوع إضافي من المقبلات. أي المعادلات الآتية تمثل ثمن وجبة طعام مع العدد(ت) من المقبلات؟

أ) ص = ١٢ت + ٢,٥

ب) ص = ١٤,٥٠ ت

جـ) ص = ١٢ + ٢,٥ ت

د) ص = ٢,٥٠ت – ١٢

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) إذا كان للمستقيم ميل موجب ومقطع صادي سالب، فماذا يحدث للمقطع السيني إذا زاد كلٌّ من الميل والمقطع الصادي إلى مثليه؟

أ) يصبح المقطع السيني أربعة أمثال الأصلي.

ب) يصبح المقطع السيني مثلي الأصلي.

جـ) يصبح المقطع السيني $\frac{١}{٤}$ الأصلي.

د) يبقى المقطع السيني كما هو.

٢) يبيِّن الجدول أدناه العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية والفهرنهايتية. فأي المعادلات الخطية الآتية تمثل هذه العلاقة؟

الدرجات السيليزية (س)	الدرجات الفهرنهايتية (ف)
١٠°	٥٠°
١٥°	٥٩°
٢٠°	٦٨°
٢٥°	٧٧°
٣٠°	٨٦°

أ) ف = $\frac{٨}{٥}$ س + ٣٥

ب) ف = $\frac{٤}{٥}$ س + ٤٢

جـ) ف = $\frac{٩}{٥}$ س + ٣٢

د) ف = $\frac{١٢}{٥}$ س + ٢٦

٣) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٠، ٥)، (٦، ٢) يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$

ب) $-\frac{١}{٢}$

جـ) ٢

د) -٢

٤) حل المعادلة: $\frac{س}{١٢}$ = ٥ هو:

أ) $\frac{١٢}{٥}$

ب) $\frac{٥}{١٢}$

جـ) ١٧

د) ٦٠

٥) حل المعادلة: -٩ = ٣ت + ٦ هو:

أ) -١٥

ب) -٣

جـ) -٥

د) ٥

٦) حل المعادلة: ٣ (ب + ٤) = ٣٣ هو:

أ) ٧

ب) ١١

جـ) ١٥

د) ٢٦

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) مثِّل الدالة ص= ٢س + ٣ بيانيًّا.

٨) وضِّح كيف تحدد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم متعامدين.

٩) حُلَّ المعادلة ٢(س-١) =٨ إذا كانت مجموعة التعويض هي:
{ ١، ٣، ٥، ٧، ٩ } .

١٠) اكتب كلًّا من مجال ومدى العلاقة:
{ (١، ٣) ، (٢، ٤) ، (٣، ٥) ، (٤، ٦) }.

١١) حدِّد ما إذا كانت العلاقة الآتية دالة أم لا، وفسِّر إجابتك:
{ (٨، ٤) ، (٦، ٣) ، (٤، ٢) ، (٢، ١) ، (٠، ٠) }

١٢) حُلَّ المعادلة: |س - ٦| = ١١ .

١٣) حُلَّ المعادلة: ٢٥س - ٢٢٠ = ٥س

١٤) اكتب المعادلة: ٢٥ س - ٣٥ = ٥ ص بالصورة القياسية.

إجابة مطولة

أجب عن كلِّ سؤالٍ موضحًا خطوات الحل:

١٥) اشترى مروان سيارةً بمبلغ ٧٥٠٠٠ ريالٍ، إذا كانت قيمة السيارة تتناقص بمعدل ٥٠٠٠ ريالٍ سنويًّا.

أ) كوِّن جدولًا يبين قيمة السيارة بعد عام، وعامين، و٣ أعوام، و٤ أعوام من شرائها.

ب) لتكن (ن) عدد السنوات منذ شراء السيارة، اكتب معادلة يمكن استعمالها لإيجاد (ق) قيمة السيارة بعد (ن) سنةً.

جـ) استعمل المعادلة التي كتبتها، وأوجد قيمة السيارة بعد ٨ سنواتٍ من تاريخ شرائها.

للمساعدة ..															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس ..	٣-٢	٣-٢	٢-٥	١-٢	١-٣	١-٣	٢-٣	٣-٤	١-١	٢-١	٢-٢	١-٥	٤-١	٣-٣	٢-٦

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443