مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل ٤ المتباينات الخطية

فيما سبق

درست حل المعادلات الخطية.

والآن

- أحل متباينات ذات خطوة واحدة، وأخرى متعددة الخطوات.
- أحل متباينات مركبة ، وأخرى تتضمن القيمة المطلقة.

لماذا؟

مياه: تعاني دول مجلس التعاون لدول الخليج العربي من نقص كميات الأمطار السنوية. وتشير الإحصاءات إلى أن معدل الأمطار السنوي يتراوح بين ٧٠ إلى ١٣٠ ملمترًا، باستثناء السلاسل الجبلية في الجنوب الغربي للمملكة العربية السعودية وجنوب عُمان التي قد يصل معدل الأمطار في كل منها إلى أكثر من ٥٠٠ ملم.

المفردات:

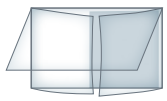
- الصفة المميزة للمجموعة ص (١٢٥)
- خاصية الضرب للمتباينات ص (١٣٠)
- خاصية القسمة للمتباينات ص (١٣٢)
- المتباينة المركبة ص (١٤٣)

المطويات منظم أفكار

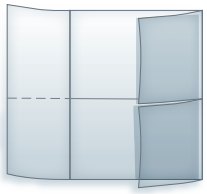
المتباينات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول المتباينات الخطية مبتدئًا بورقة A4 .

١ **اطو** جانبي الورقة طوليًّا بحيث تلتقي الحافتان في الوسط.

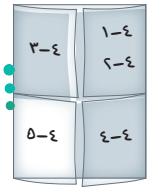
٢ **اعد** طي الورقة نصفين.



٣ **افتح** الورقة وقصّ كلًا من الطرفين على خط الطي العرضي حتى تصل إلى الخط الرأسي.



٤ **سمّ** الطيات الأربع بأرقام الدروس.



وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٤

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

أوجد قيمة كل من العبارتين الآتيتين عند القيم المعطاة بجوارهما: (مهارة سابقة)

١) ٣س + ص إذا كانت س = −٤ ، ص = ٢

٢) −٢م + ٣ك إذا كانت م = −٨ ، ك = ٣

٣) **سيارات:** تمثل العبارة $\frac{\text{ف كلم}}{\text{ل لتر}}$ معدل استهلاك الوقود في السيارة. احسب (إلى أقرب جزء من عشرة) معدل استهلاك سيارة للوقود إذا استهلكت ١٢ لترًا من البنزين عندما قطعت ٩٥ كلم.

حل كلًّا من المعادلات الآتية: (الدروس: ١-٢، ١-٣، ١-٤)

٤) س + ٨ = −٣

٥) ٤س = −١٦

٦) $\frac{\text{س}}{٣} = ٧$

٧) ٢س + ١ = ٩

٨) ٩س + ٢ = ٣س − ١٠

٩) ٣(س − ٢) = −٢(س + ١٣)

١٠) **نقود:** في حصالة صالح ٣٢٥ ريالًا، ويرغب في أن يدخر ١٠٠ ريال كل شهر. اكتب معادلة لإيجاد المبلغ (م) الذي سيصبح معه بعد (ن) شهرًا .

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين: (الدرس ١-٥)

١١) |س + ١١| = ١٨

١٢) |٣س − ٢| = ١٦

١٣) **دراسة:** في دراسة مسحية، وجد أن ٧٢٪ من الأشخاص يفضلون قراءة الكتب الدينية ، فإذا كانت نسبة الخطأ في النتائج ٢٪، فما الحدان الأدنى والأعلى للنسبة المئوية للذين يفضلون قراءة الكتب الدينية؟

مراجعة سريعة

مثال ١

أوجد قيمة −٣س^{٢} + ٤س − ٦ إذا كانت س = −٢.

مثال ٢

حل المعادلة: −٢(س − ٤) = ٧س − ١٩.

مثال ٣

حل المعادلة: |س − ٤| = ٩.

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٤-١ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

فيما سبق

درست حل معادلات خطية باستعمال الجمع والطرح.

والآن

- أحل متباينات خطية باستعمال الجمع.
- أحل متباينات خطية باستعمال الطرح.

المفردات

الصفة المميزة للمجموعة

لماذا؟

تبين المعلومات الواردة في الجدول أدناه أن المخصصات اليومية المقترحة من السعرات الحرارية للذكور الذين تتراوح أعمارهم بين ١١-١٤ سنة، تقل عن الكمية المقترحة للذين تتراوح أعمارهم بين ١٥-١٨ سنة.

السعرات الحرارية	
العمر ١١-١٤ سنة	العمر ١٥-١٨ سنة
٢٢٢٠	٢٧٥٥

المصدر: Vital Health Zone

$٢٧٥٥ > ٢٢٢٠$

إذا أكل شخص عمره ١٣ سنة وشخص عمره ١٦ سنة طعامًا يحتوي كمية من السعرات تزيد ١٥٠ سعرًا على الكمية المقترحة لكل منهما، فإن كمية السعرات الحرارية التي حصل عليها الذي عمره ١٣ سنة تبقى أقل من التي حصل عليها الذي عمره ١٦ سنة.

$٢٢٢٠ + ١٥٠ \stackrel{?}{<} ٢٧٥٥ + ١٥٠$

$٢٣٧٠ < ٢٩٠٥$

حلّ المتباينات باستعمال الجمع يوضح هذا المثال خاصية الجمع للمتباينات.

مفهوم أساسي — **خاصية الجمع للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا أضيف العدد نفسه إلى كل من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ، ب، جـ :

١) إذا كانت أ > ب، فإن أ + جـ > ب + جـ.

٢) إذا كانت أ < ب، فإن أ + جـ < ب + جـ.

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتي ≤ و ≥ .

مثال ١ — **الحل بالجمع**

حُلّ المتباينة س − ١٢ ≤ ٨ . وتحقق من صحة الحل.

تحقق من فهمك

حُلّ كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ) ٢٢ > م − ٨ ب) د − ١٤ ≤ − ١٩

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

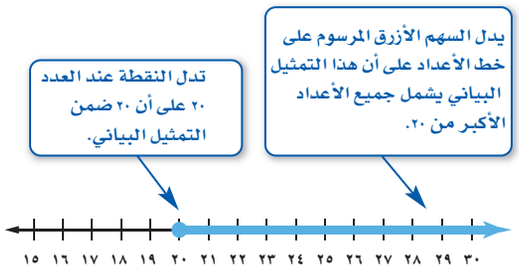
الطريقة المختصرة لكتابة مجموعة الحل هي استعمال **الصفة المميزة للمجموعة**، وتكون مجموعة الحل للمثال ١ بهذه الطريقة هي {س | س ≤ ٢٠}.

ويمكن تمثيل هذه المجموعة بيانيًّا على خط الأعداد، ويجب التحقق إن كانت نقطة طرف التمثيل البياني للمتباينة دائرة مظللة أو دائرة غير مظللة. فإذا كانت نقطة الطرف غير متضمنة في التمثيل البياني فاستعمل الدائرة غير المظللة، أما إذا كان التمثيل يتضمنها فاستعمل الدائرة المظللة.

قراءة الرياضيات

الصفة المميزة للمجموعة

تقرأ {س| س ≤ ٢٠} مجموعة كل الأعداد س، حيث س أكبر من أو تساوي ٢٠.



حلّ المتباينات باستعمال الطرح يستعمل الطرح أيضًا لحل المتباينات.

مفهوم أساسي **خاصية الطرح للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا طرح العدد نفسه من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

الرموز: العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ ، ب ، جـ .

١) إذا كانت أ > ب ، فإن أ – جـ > ب – جـ .

٢) إذا كانت أ < ب ، فإن أ – جـ < ب – جـ .

وتبقى هذه الخاصية صحيحة أيضًا في حالتي ≤ و ≥ .

إرشادات للاختبار

فصل المتغير

عند حل المتباينات يكون الهدف فصل المتغير في أحد طرفيها. وهو الهدف نفسه في حل المعادلات.

مثال ٢ **الحل بالطرح**

حُلّ المتباينة: م + ١٩ > ٥٦ .

تحقق من فهمك

٢) حُلّ المتباينة ف + ٨ ≥ ١٨ .

عند حل المتباينة لا تقتصر عملية الطرح على الثوابت فقط ، ولكن يمكن طرح المتغيرات من كلا طرفيها.

إرشادات للدراسة

كتابة المتباينات:
تبسيط المتباينة بجعل المتغير في طرفها الأيمن كما في المتباينة أ ≤ ٦، يساعد على كتابة مجموعة الحل باستعمال الصفة المميزة للمجموعة بسهولة.

مثال ٣ المتغير في طرفي المتباينة

حُلّ المتباينة: ٣ أ + ٦ ≥ ٤ أ ، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد.

تحقق من فهمك

حُلّ كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

٣أ) ٩ن – ١ < ١٠ن **٣ب)** ٥هـ ≥ ١٢ + ٤هـ

يمكنك حل المسائل اللفظية التي تحتوي عبارات مثل " أكبر من "، أو " أقل من " باستعمال المتباينات.

ملخص المفهوم العبارات التي تدل على متباينات

أضف إلى مطويتك

>	<	≥	≤
أقل من أصغر من	أكبر من أكثر من	أقل من أو يساوي، على الأكثر، لا يزيد على	أكبر من أو يساوي، على الأقل، لا يقل عن

مثال ٤ من واقع الحياة استعمال المتباينات لحل المسائل

وظائف: **اشترطت مؤسسة على أحمد ألا يقل معدل إدخاله على الحاسوب عن ٦٤ كلمة في الدقيقة ليحصل على وظيفة فيها. فإذا كان معدله الآن ٤٨ كلمة في الدقيقة، فكم يجب أن يزيد معدل الكلمات التي يدخلها حتى يحصل على الوظيفة؟**

التعبير اللفظي يجب أن يصبح معدّل إدخاله ٦٤ كلمة في الدقيقة على الأقل.

المتغير افترض أن ن = عدد الكلمات التي يجب أن يزيدها على معدله.

المتباينة ٤٨ + ن ≤ ٦٤

٤٨ + ن ≤ ٦٤	المتباينة الأصلية
٤٨ + ن – ٤٨ ≤ ٦٤ – ٤٨	اطرح ٤٨ من الطرفين
ن ≤ ١٦	بسّط

يجب أن يزيد أحمد معدل الكلمات التي يدخلها بمقدار ١٦ كلمة في الدقيقة أو أكثر.

تحقق من فهمك

٤) تسوق: يرغب خالد في إنفاق ١٩٥ ريالًا في مركز تجاري، فاشترى قميصًا بمبلغ ٧٥ ريالًا، وحزامًا بمبلغ ٤٢ ريالًا. فإذا أراد أن يشتري بنطالًا، فما المبلغ الذي يمكن أن يدفعه لذلك؟

الربط مع الحياة

من الاختراعات المؤثرة في حياة البشرية ظهور الحاسب الآلي واستخدامه في مجالات الكتابة والطباعة وغيرهما، ودوره في إنجاز الأعمال بسرعة ودقة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تأكد

المثالان ١ ، ٢ حُلَّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

١) س − ٣ > ٧

٢) ٥ ≤ ٧ + ص

٣) ق + ٦ > ٢

٤) ١١ ≥ ك + ٤

٥) ١٠ > ن − ١

٦) ٨ ن ≤ ٧ ن − ٣

المثال ٣ عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة وحلها:

٧) ناتج جمع عدد وأربعة لا يقل عن ١٠ .

٨) ناتج جمع عدد وثلاثة يقل عن مثليهِ.

المثال ٤ ٩) **مدينة ألعاب:** تتحرك أرجوحة إلى الأمام وإلى الخلف وترتفع قليلًا في كل مرة بحيث لا يتجاوز أقصى ارتفاع لها ١٣٧ قدمًا. فإذا كان ارتفاع الأرجوحة بعد ٣٠ ثانية هو ٤٥ قدمًا، فكم قدمًا يمكن أن يزيد ارتفاعها على ذلك؟

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حُلَّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

١٠) ف − ٦ ≤ ٣

١١) ر − ٨ ≥ ٧

١٢) ت − ٣ > −٨

١٣) ١٣ < ١٨ + ر

١٤) ٥ + جـ ≥ ١

١٥) −٢٣ ≤ ق − ٣٠

١٦) و − ٥ ≥ ٢و

١٧) ٣ص + ٦ ≥ ٢ص

١٨) −٩ + ٢ أ > ٣ أ

مثال ٣ عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها:

١٩) ناتج طرح ٨ من عدد ما أقل من ٢١.

٢٠) مِثْلا عدد ما أكبر من مجموع ذلك العدد وَ ٩.

مثال ٤ حُلَّ كلًّا من المسائل (٢١-٢٤) بتعريف متغير، وكتابة متباينة، ثم حلها:

٢١) **توفير:** يريد غانم أن يشتري سيارة ثمنها ٥٤٤٠٠ ريال على الأقل. وقد وفّر ١٣٠٠٠ ريال، فما المبلغ المتبقي عليه لشراء السيارة؟

٢٢) **تقنية:** أظهرت دراسة حديثة أن أكثر من ٢١ مليونًا ممن هم بين سن الثانية عشرة والسابعة عشرة يستعملون الإنترنت. منهم ١٦ مليونًا يستعملون الإنترنت في المدرسة، فما عدد الذين يستعملون الإنترنت خارج المدرسة؟

٢٣) **مكتبة:** أضاف أحمد ٢٠ كتابًا جديدًا إلى مكتبته فأصبح لديه أكثر من ٦١ كتابًا. فكم كتابًا كان لديه؟

٢٤) **كرة سلة:** أراد أحد اللاعبين إحراز ١٥٠ نقطة على الأقل في هذا الموسم. وسجل حتى الآن ١٢٣ نقطة، فكم نقطة بقيت عليه؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

الربط مع الحياة

يقبل الشباب على العمل التطوعي لكونه واجبًا وطنيًّا وإنسانيًّا شرعه ديننا، يقوي الترابط، ويعمق الانتماء والمسؤولية، ويستثمر أوقاتهم فيما يفيد التنمية والارتقاء بالفرد والمجتمع.

٢٥) **متطوعون:** يتطوع بعض الشباب لخدمة حجاج بيت الله الحرام في مكة المكرمة ومنى. ويقول أحدهم: إن بإمكانه أن يتطوع لمدة لا تتجاوز ٣٠ ساعة في الأسبوع. فإذا تطوع المدة المبينة في الجدول المجاور، فما المدة التي يستطيع أن يتطوع بها هذا الأسبوع؟

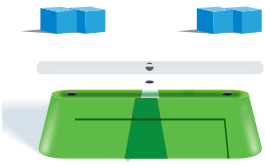
المكان	الزمن
مكة المكرمة	٥ ساعات و ٢٠ دقيقة
منى	٤ ساعات و ١٥ دقيقة

حُلَّ كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل، ثم مثِّل مجموعة الحل بيانيًّا على خط الأعداد:

٢٦) $٩,١ص + ٤,٥ > ١٠,١ص$

٢٧) $\frac{٣}{٢}د - \frac{٢}{٣} \geq \frac{٤}{٩} + \frac{١}{٢}د$

٢٨) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة عمليتي الضرب والقسمة على المتباينات.



أ) هندسيًّا: افترض وجود ١٢ كجم على الكفة اليمنى للميزان، و١٨ كجم على الكفة اليسرى. وضح بالرسم هذا الموقف.

ب) عدديًّا: اكتب متباينة تمثل هذا الموقف.

جـ) جدوليًّا: أنشئ جدولًا يبين نتيجة جعل الكتل على كلتا الكفتين: مثلين، وثلاثة أمثال، وأربعة أمثال. وأنشئ جدولًا آخر يبين نتيجة إنقاص الكتل على كلتا الكفتين بنسبة $\frac{١}{٢}$، و $\frac{١}{٣}$، و $\frac{١}{٤}$ وخصص عمودًا للمتباينة في كلا الجدولين.

د) لفظيًّا: صف تأثير ضرب أو قسمة كل من طرفي المتباينة، في العدد الموجب نفسه، على المتباينة.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **تبرير:** حدِّد أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين التمثيل البياني لكل من المتباينتين $س > ٤$ وَ $س \geq ٤$.

٣٠) **تحدٍّ:** افترض $ب > د + \frac{١}{٣}$، $جـ + ١ > أ - ٤$، $د + \frac{٥}{٨} > أ + ٢$. رتب الأعداد أ، ب، جـ، د من الأصغر إلى الأكبر.

٣١) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث متباينات خطية تكافئ $ص > -٣$.

٣٢) **اكتب:** ما خطوات حل المتباينات الخطية وتمثيل مجموعة حلها على خط الأعداد؟

تدريب على اختبار

٣٣) ما مجموعة حل المتباينة $٧ + س > ٥$؟

أ) {س | س > ٢}

جـ) {س | س > -٢}

ب) {س | س < ٢}

د) {س | س < -٢}

٣٤) كان متوسط درجات ١٠ طلاب في مادة الكيمياء ٧٨. ثم اكتشف المعلم أنه أخطأ في رصد درجة أحد هؤلاء الطلاب فكانت أقل من درجته الحقيقية بعشر درجات. فكم يصبح متوسط درجات الطلاب بعد التعديل؟

مراجعة تراكمية

٣٥) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٣، ٢) والمعامد للمستقيم $ص = -٣س + ٧$. (الدرس ٣-٢)

٣٦) أوجد قيمة الحد الثامن عشر في المتتابعة: -٩، -٧، -٥، -٣، ... (الدرس ٢-٦)

٣٧) حل المعادلة: $|٣س - ٦| = ١٢$. (الدرس ١-٥)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي:

٣٨) $٨ص = ٥٦$

٣٩) $٤س = -١٢٠$

٤٠) $\frac{٢}{٥}ل = -٤$

٤١) $-٦س = \frac{٢}{٣}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

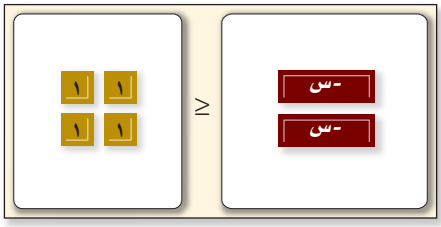
رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - تأليف

يمكن استعمال بطاقات الجبر لتمثيل حل المتباينات .

نشاط حل المتباينات

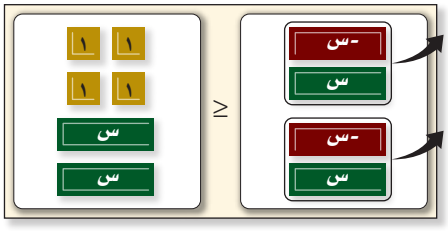
حُلّ المتباينة: $-٢س \geq ٤$.

الخطوة ١: استعمل بطاقة لاصقة لتغطي إشارة المساواة على لوحة المعادلة، واكتب على البطاقة إشارة ≥ ثم مثّل المتباينة ببطاقات الجبر.



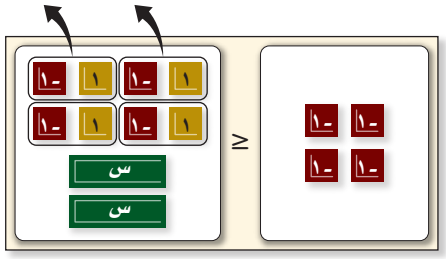
$-٢س \geq ٤$

الخطوة ٢: بما أنك لا تريد إيجاد قيم س السالبة فيجب حذف بطاقات س السالبة بإضافة بطاقتين من س الموجبة إلى كل طرف من طرفي اللوحة، وحذف الأزواج الصفرية.



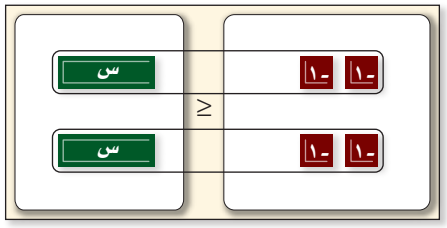
$-٢س + ٢س \geq ٤ + ٢س$

الخطوة ٣: أضف ٤ من بطاقات العدد سالب ١ إلى طرفي اللوحة، واحذف الأزواج الصفرية.



$-٤ \geq ٢س$

الخطوة ٤: افصل البطاقات إلى مجموعتين.



$-٢ \geq س$ أو $س \leq -٢$

التمثيل والتحليل

استعمل بطاقات الجبر لحل كل من المتباينات الآتية:

١) $-٣س > ٩$ ٢) $-٤س > -٤$ ٣) $-٥س \leq ١٥$ ٤) $-٦س \geq -١٢$

٥) هل معامل س موجب أم سالب في كل من المتباينات السابقة؟

٦) ماذا تلاحظ على إشارة المتباينة وموقع المتغير في الأسئلة ١-٤، وحلولها ؟

٧) مثِّل حل المتباينة: $٣س \geq ١٢$ بيانيًا. وبيِّن كيف يختلف حل هذه المتباينة عن حل المتباينة : $-٣س \geq ١٢$.

٨) اكتب قاعدة لحل متباينات تتضمن الضرب والقسمة.

(**إرشاد** : تذكّر أن القسمة على عدد تكافئ الضرب في مقلوب ذلك العدد).

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

فيما سبق

درست حل معادلات باستعمال الضرب والقسمة.

والآن

- أحل متباينات خطية باستعمال الضرب.
- أحل متباينات خطية باستعمال القسمة.

لماذا؟

حصل سعود على جائزة تسوق مقدارها ٢٥٠ ريالًا من محل لبيع العطور. فإذا كان ثمن زجاجة العطر الذي يريد شراءه ٤٥ ريالًا، فإن عدد زجاجات العطر (ك) التي يمكن أن يشتريها يمثل بالمتباينة ٤٥ك ≥ ٢٥٠.

حل المتباينات باستعمال الضرب: إذا ضربت كلًّا من طرفي متباينة في عدد موجب فستبقى المتباينة صحيحة.

٤ < ٢	المتباينة الأصلية
٤(٣) $\overset{؟}{<}$ ٢(٣)	اضرب كلًّا من الطرفين في ٣.
١٢ < ٦	بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

أما إذا ضربت طرفي المتباينة في عدد سالب فإن اتجاه إشارة المتباينة يتغير.

٧ > ٩	المتباينة الأصلية
٧(-٢) $\overset{؟}{<}$ ٩(-٢)	اضرب كلا الطرفين في -٢
-١٤ < -١٨	بسّط.

يوضح المثالان السابقان **خاصية الضرب للمتباينات**.

مفهوم أساسي — **خاصية الضرب للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	بالرموز	أمثلة
إذا ضُرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد موجب تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد موجب جـ إذا كان أ < ب فإن أ جـ < ب جـ، وإذا كان أ > ب فإن أ جـ > ب جـ.	٦ > ٣,٥ ٦(٢) > ٣,٥ (٢) ١٢ > ٧ و ٢,١ > ٥ (٠,٥) (٥) × (٢,١) > (٠,٥) ١,٠٥ > ٢,٥
إذا ضُرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد سالب يتعين تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد سالب جـ، إذا كان أ > ب فإن أ جـ < ب جـ، وإذا كان أ > ب فإن أ جـ < ب جـ.	٧ < ٤,٥ ٧ (-٣) < ٤,٥ (-٣) -٢١ < -١٣,٥ و ٣,١ > ٥,٢ (٣,١) (-٤) < (٥,٢) (-٤) -١٢,٤ < -٢٠,٨

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي ≤ و ≥.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ١ من واقع الحياة — كتابة المتباينات وحلها

دراسة مسحية : في استطلاع أجرته إحدى المدارس، أجاب ثُمن أفراد العينة، وعددهم أقل من ٨٤ طالبًا، بأنهم لم يتناولوا أي وجبة غداء سريعة خلال الفصل الدراسي الماضي . فما عدد أفراد العينة؟

افهم تعلم عدد الطلاب الذين لم يتناولوا أي وجبة غداء من مطاعم الوجبات السريعة ونسبتهم من عدد الطلاب الذين تم استطلاع آرائهم.

خطّط افترض أن ن= عدد أفراد العينة، ثم اكتب جملة تمثّل هذا الموقف.

التعبير اللفظي	ثمن	مضروبًا في	عدد الطلاب الذين تم استطلاع آرائهم	أقل من	٨٤
المتباينة	$\frac{١}{٨}$	×	ن	>	٨٤

حل حل المتباينة لإيجاد قيمة ن.

$\frac{١}{٨}$ ن < ٨٤ — المتباينة الأصلية

(٨) $\frac{١}{٨}$ ن < (٨) ٨٤ — اضرب كلًّا من الطرفين في ٨

ن < ٦٧٢ — بسّط

تحقق للتحقق من الإجابة عوّض بعدد أقل من ٦٧٢ في المتباينة الأصلية.
إذا كانت ن = ٨٠، فإن $\frac{١}{٨}$ (٨٠) = ١٠، والعدد ١٠ أقل من العدد ٨٤، (١٠ < ٨٤).

لذا فمجموعة الحل هي: {ن| ن< ٦٧٢}، إذن عدد أفراد العينة أقل من ٦٧٢ طالبًا.

تحقق من فهمك

١) **علم النبات:** تتركز أشجار النخيل بصفة خاصة في العالم العربي، حيث يوجد به أكثر من ٦٠ مليون شجرة تمثل نحو ثلاثة أخماس أشجار النخيل في العالم. فما عدد أشجار النخيل في العالم؟

يمكنك استعمال النظير الضربي لحل المتباينات.

مثال ٢ الحل بالضرب

حل المتباينة $-\frac{٣}{٧}$ ر > ٢١ وتحقق من صحة الحل.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢أ) $-\frac{ن}{٦} \geq ٨$

٢ب) $-\frac{٤}{٣}$ ف > −١٠

٢جـ) $\frac{١}{٥}$ م ≤ −٣

٢د) $\frac{٣}{٨}$ ت > ٥

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة الحل
يمكنك التحقق من صحة الحل في المثال١ بتعويض عدد أكبر من ٦٧٢ وإثبات أن المتباينة الناتجة غير صحيحة.

الربط مع الحياة

شجرة النخيل هي الشجرة الوحيدة التي لايسقط ورقها، وكل جزء فيها فائدته عظيمة: ثمارها، ليفها، ساقها، سعفها، جريدها، خوصها.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تنبيه!

الإشارة السالبة:
لا تتغير إشارة المتباينة إلا إذا كان معامل المتغير سالبًا فقط، أما الإشارة السالبة مع الثوابت فإن وجودها لا يؤثر على إشارة المتباينة، فعند حل المتباينة $\frac{س}{٣} > -٥$ لا يتغير اتجاه إشارة المتباينة.

حل المتباينات بالقسمة: إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد موجب، تبقى المتباينة الناتجة صحيحة.

$-١٠ > -٥$ المتباينة الأصلية.

$\frac{-١٠}{٥} \overset{؟}{>} \frac{-٥}{٥}$ اقسم كلا الطرفين على ٥.

$-٢ > -١$ بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة بقي كما هو.

إذا قسمت كل طرف من طرفي المتباينة على عدد سالب، يتغير اتجاه إشارة المتباينة الناتجة لتكون صحيحة.

$١٥ > ١٨$ المتباينة الأصلية

$\frac{١٥}{-٣} \overset{؟}{>} \frac{١٨}{-٣}$ اقسم كلا الطرفين على -٣.

$-٥ < -٦$ بسّط.

لاحظ أن اتجاه إشارة المتباينة يتغير عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب.

يوضح هذان المثالان **خاصية القسمة للمتباينات.**

مفهوم أساسي — **خاصية القسمة للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي	بالرموز	أمثلة
إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب، تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي موجب جـ إذا كان أ > ب فإن $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$. وإذا كان أ < ب فإن $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$.	$٤,٥ > ٢,١$ و $\frac{٤,٥}{٣} > \frac{٢,١}{٣}$ $١,٥ < ٠,٧$ و $\frac{١,٥}{٠,٥} < \frac{٥}{٠,٥}$ $٥ > ١,٥$ $١٠ > ٣$
إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد سالب، يجب تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة.	لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي سالب جـ إذا كان أ > ب، فإن $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$. وإذا كان أ < ب، فإن $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$.	$٦ > ٢,٤$ و $\frac{٦}{-٦} < \frac{٢,٤}{-٦}$ $-١ > -٠,٤$ و $\frac{٣,٦}{-٩} < \frac{-١,٨}{-٩}$ $-١,٨ > ٣,٦$ $٠,٢ < -٠,٤$

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي ≤ و ≥

مثال ٣ [الحل بالقسمة]

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

أ) $٦٠ت > ٨$

ب) $-٧د \geq ١٤٧$

تحقق من فهمك

٣أ) $٨ف \geq ٥٨$ ٣ب) $-٤٢ \leq ٦ر$ ٣جـ) $-١٢هـ > ١٥$ ٣د) $-\frac{١}{٢}ن > ٦$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تأكد

مثال ١

١) **كتب:** جمعت دار نشر أكثر من ٥٥٠٠ ريال من بيع كتاب جديد، ثمن النسخة الواحدة ١٥ ريالًا. عرّف متغيرًا، واكتب متباينة تمثل عدد الكتب المبيعة، ثم حلها وفسّر الحل.

المثالان ٢، ٣ حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢) $\frac{١}{٢}$ ن < ٣٠ ٣) ٩ل > ١٠٨ ٤) $-\frac{جـ}{٦} \leq ٧$ ٥) $-٨٤ > ٧$م

تدرب وحل المسائل

مثال ١ عرّف متغيرًا في كل من السؤالين ٦ ، ٧ واكتب متباينة، وحلها، ثم فسر الحل:

٦) **هاتف نقال:** اشترى سعد بطاقة هاتف بمبلغ ٥٠ ريالًا، فإذا كان سعر الدقيقة ٠,٢٤ ريال، فكم دقيقة يمكنه أن يتكلم بهذه البطاقة؟

٧) **نقود:** يحتاج رائد إلى ٥٦٠ ريالًا على الأقل لتغطية نفقات رحلته. وقد بدأ بتوفير ٢٥ ريالًا من مصروفه كل أسبوع. فبعد كم أسبوع يمكنه القيام بالرحلة؟

المثالان ٢، ٣ حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٨) $\frac{١}{٤}$ م ≥ −١٧ ٩) $\frac{جـ}{١١} - < -١١$ ١٠) $\frac{س}{٢-} \geq -١٠$

١١) $\frac{ف}{٦-} > -٧٢$ ١٢) $\frac{٢}{٣}$ هـ < ١٤ ١٣) $-\frac{١}{٦}$ ن ≥ −١٨

١٤) ٦ص ≥ ٩٦ ١٥) ٤س > ٦٤ ١٦) ٣٢ < −٢ع

١٧) −٦ط > −٧٢ ١٨) −٣٣ ≤ −٣س ١٩) −٧ف > ٥

٢٠) **دورات تدريبية:** من متطلبات الحصول على شهادة في إحدى الدورات حضور المشترك $\frac{٣}{٥}$ أيام التدريب على الأقل. فإذا حقق سالم هذا الشرط بحضوره ١٥ يومًا تدريبيًّا. فما الحد الأعلى لعدد أيام التدريب في هذه الدورة؟

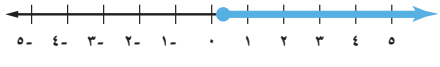
٢١) **متحف:** أراد مدرس التاريخ في مدرسة متوسطة اصطحاب طلابه لزيارة متحف. فإذا كان سعر بطاقة دخول المتحف للفرد ٨ ريالات. فما عدد الطلاب الذين يمكن أن يزوروا المتحف بمبلغ ٢٦٠ ريالًا؟

٢٢) **بنزين:** إذا كان سعر لتر البنزين لا يقل عن ١,٣٧ ريال، فكم لترًا من البنزين (لأقرب جزء من عشرة) يمكن أن يشتري خالد بمبلغ ٧٥ ريالًا؟

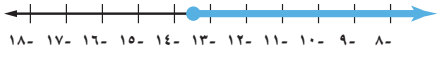
اكتب أمام كل متباينة رمز التمثيل البياني لحلها:

٢٣) $-\frac{٢}{٣}$ هـ ≥ ٩ ٢٤) ٢٥ ك ≤ ٨ ٢٥) ٣,٦س > −٤,٥ ٢٦) ٢,٣ > −٥ت

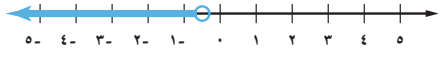
أ)



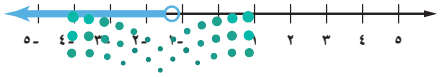
ب)



جـ)



د)



٢٧) **حلوى:** أشار ثلثا طلاب الصف الثالث في مدرسة متوسطة، وعددهم أقل من ٣٦ طالبًا، إلى أنهم يفضلون الشوكولاتة على غيرها من الحلوى. فما عدد طلاب الصف؟

تاريخ الرياضيات

أول من ابتكر الكسور العشرية هو العالم الرياضي المسلم غياث الدين الكاشي.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

٢٨) **تمثيلات متعددة:** حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ مساحة قاعدته × الارتفاع.

أ) **هندسيًا:** ارسم هرمًا قاعدته مربعة طول ضلعها ل سم وارتفاعه ع سم.

ب) **عدديًا:** إذا كان حجم الهرم ٧٢ سم^{٣}، فاكتب معادلة لإيجاد ارتفاعه.

جـ) **جدوليًا:** أنشئ جدولاً يبين قيم ع عندما ل = ١، ٣، ٦، ٩، ١٢

د) **عدديًا:** اكتب متباينة لقيم ل الممكنة على أن يكون ل > ع، واكتب متباينة أخرى لقيم ع الممكنة على أن يكون ل > ع.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٩) **اكتشف الخطأ:** حل كل من طلال وجمال المتباينة ٦ د ≤ −٨٤. فأيّهما كانت إجابته صحيحة؟ اشرح تبريرك.

طلال

$٦د \leq -٨٤$

$\frac{٦د}{٦} \leq \frac{-٨٤}{٦}$

$د \leq -١٤$

جمال

$٦د \leq -٨٤$

$\frac{٦د}{٦} \geq \frac{-٨٤}{٦}$

$د \geq -١٤$

٣٠) **تحدٍّ:** حدِّد إذا كانت المتباينتان س^{٢} > ١، س > ١ متكافئتين أم لا، وفسِّر إجابتك.

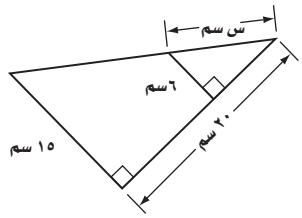
٣١) **تبرير:** وضِّح إذا كانت العبارة "إذا كان أ > ب فإن $\frac{١}{أ} > \frac{١}{ب}$" صحيحة أحيانًا، أم دائمًا، أم غير صحيحة أبدًا "، وفسِّر إجابتك.

٣٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب موقفًا من واقع الحياة يمثل المتباينة $-\frac{٥}{٨} \leq$ س.

٣٣) **اكتب:** ما الحالات التي يتغير فيها اتجاه إشارة المتباينة؟ وأعط أمثلة تؤيد ذلك.

تدريب على اختبار

٣٤) **إجابة قصيرة:** أوجد قيمة س في الشكل الآتي.



٣٥) ما حلُّ المعادلة : ٤ س−٣ = −٢س؟

أ) −٢

ب) $-\frac{١}{٢}$

جـ) $\frac{١}{٢}$

د) ٢

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل، ثم مثّله على خط الأعداد: (الدرس ٤-١)

٣٦) −٨ + ٤أ > ٥أ

٣٧) ص + ١١ ≤ −٢٤

٣٨) ٧ − ٢ب > − ب

٣٩) مثل المعادلة ك= ٧٥ + ٥, ١٦س بيانيًّا، ثم أوجد قيمة ك عندما س = ٨ . (الدرس ٢-٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

٤٠) ٤ص + ١١ = ١٩

٤١) ٢س − ٧ = ٩ + ٤س

٤٢) $\frac{١}{٤}$ + ٢س = ٤س − ٨

٤٣) $\frac{١}{٣}$ (٦ل − ٣) = ٣ل + ١٢

٤٤) $\frac{٧ر + ٥}{٢} = ١٣$

٤٥) $\frac{١}{٢}ب = \frac{ب - ٣}{٤}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٤-٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

لماذا؟

يحصل مندوب مبيعات على راتب شهري يضاف إليه عمولة تبعًا لمبيعاته. ويمكن استعمال متباينة متعددة الخطوات لإيجاد قيمة المبيعات التي تحقق للمندوب دخلًا شهريًّا يلبي طموحه.

حل المتباينات المتعددة الخطوات: يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات.

فيما سبق

درست حل معادلات متعددة الخطوات.

والآن

- أحل مُتباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة.
- أحل متباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع.

مثال ١ من واقع الحياة — حل المتباينة المتعددة الخطوات

مبيعات: **يعمل عبد المجيد مندوب مبيعات براتب شهري قدره ٦٠٠٠ ريال وعمولة مقدارها ١٠ ٪ من مبيعاته، فإذا كان هدفه أن يكسب ١٢٠٠٠ ريال شهريًّا على الأقل. فاكتب متباينة وحلها لإيجاد قيمة المبيعات اللازمة لتحقيق هدفه؟**

الراتب الأساسي + (العمولة × المبيعات) ≥ الدخل المطلوب

٦٠٠٠ + ٠,١٠س ≥ ١٢٠٠٠ — بالتعويض

٠,١٠س ≥ ٦٠٠٠ — اطرح ٦٠٠٠ من كلا الطرفين

س ≥ ٦٠٠٠٠ — اقسم كلا الطرفين على ٠,١٠

لذا، يجب ألا تقل مبيعاته عن ٦٠٠٠٠ ريال ليحقق هدفه.

تحقق من فهمك

١) **نقود:** أعلنت إحدى المطابع عن عرض خاص لطباعة ٤٠٠ نسخة من نشرة إعلانية بأقل من ١٣٣,٥٠ ريالًا. فإذا علمت أن سعر الطباعة يشمل رسومًا مقدارها ١٣,٥٠ ريالًا، فما سعر طباعة النسخة الواحدة من النشرة الإعلانية؟

عند ضرب المتباينة في عدد سالب أو قسمتها عليه يتغير اتجاه إشارة المتباينة، وتنطبق هذه الخاصية على المتباينات المتعددة الخطوات.

مثال ٢ متباينة تتضمن معاملًا سالبًا

حل المتباينة: −١١ص − ١٣ > ٤٢.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين:

٢أ) ٢٣ ≤ ١٠ − ٢ك

٢ب) ٤٣ > −٤ص + ١١

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

يمكن تحويل الجمل الرياضية إلى متباينات متعددة الخطوات، ثم حلها باستعمال خصائص المتباينات.

مثال ٣ كتابة المتباينة وحلها

عرِّف المتغير، واكتب المتباينة، ثم حلها.

تحقق من فهمك

٣) نصف عدد زائد اثنين أكبر من سبعة وعشرين.

حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع عند حل متباينات تحتوي على أقواس استعمل أولًا خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس، ثم استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة الناتجة.

مراجعة المفردات

ترتيب العمليات

١) احسب قيمة العبارات داخل الأقواس.
٢) احسب قيمة كل القوى.
٣) اضرب و/ أو اقسم من اليمين إلى اليسار.
٤) اجمع و/ أو اطرح من اليمين إلى اليسار.

مثال ٤ خاصية التوزيع

حل المتباينة: ٤(٣ت − ٥) + ٧ ≤ ٨ت + ٣.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ٤) ٦(ع − ٣) ≥ ٤٢ **ب٤)** ٢ (هـ + ٦) > −٣ (٨ − هـ)

تنبيه!

خاصية التوزيع

إذا ضرب عدد سالب في مجموع حدين أو الفرق بينهما، فتذكّر أن توزع العدد مع إشارته السالبة على كل حد من الحدين بين القوسين.

إذا كانت نتيجة حل المتباينة عبارة صحيحة دائمًا، فإن مجموعة حل المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقية، وتكتب على الصورة {س | س عدد حقيقي}. أمّا إذا كانت نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبدًا، فإن مجموعة الحل هي المجموعة الخالية وهي المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر ويعبر عنها بالرمز ∅.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ٥ المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقية

إرشادات للدراسة

المجموعة الخالية

لا تستعمل الصيغة المميزة للمجموعة عندما تكون مجموعة حل المتباينة هي المجموعة الخالية. وبدلًا من ذلك يعبّر عن مجموعة الحل بالرمز ∅ .

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ) ٩ت − ٥(ت − ٥) ≥ ٤(ت − ٣)

ب) ٣(٤م + ٦) ≥ ٤٢ + ٦(٢م − ٤)

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٥أ) ١٨ − ٣(٨جـ + ٤) ≤ −٦(٤جـ − ١) **٥ب)** ٤٦ ≥ ٨م − ٤(٢م + ٥)

تأكد

مثال ١

١) **قوارب:** إذا أراد أربعة أشخاص ركوب قارب ومعهم حمولة مقدارها ٤٠ كجم، فاكتب متباينة لإيجاد معدل الكتلة المسموح بها للشخص الواحد (ن)، وحلها، علمًا بأن حمولة القارب ٤٠٠ كجم.

مثال ٢

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٢) −٣س + ٧ < ٤٣ ٣) ٤م − ١٧ > ٦م + ٢٥

مثال ٣

عرف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

٤) أربعة أمثال عدد ناقص ٦ أكبر من ٨ مضافًا إليها مِثْلا ذلك العدد.

المثالان ٤ ، ٥

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٥) −٦ ≥ ٣(٥ص − ٢) ٦) −٥(ق + ٤) > ٣(ق − ٤) ٧) ٣ − ٨س ≤ ٩ + ٢(١ − ٤س)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ١

٨) **تسوق:** يريد سليمان شراء حاسوب ثمنه ٢١٩٥ ريالًا وعدد من البرمجيات التعليمية ثمن الواحدة ٥٠ ريالًا. فإذا كان معه ٢٥٠٠ ريال، فاكتب متباينة لإيجاد أكبر عدد من البرمجيات يمكن أن يشتريها، ثم حلها، وفسِّر إجابتك.

مثال ٢

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٩) $٣٧ < ٧ - ١٠د$

١٠) $-\frac{٥}{٤}ص + ٦ > ١٢$

مثال ٣

عرِّف المتغير، واكتب المتباينه وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

١١) ثلاثة أرباع عدد ناقص تسعة يساوي على الأقل اثنين وأربعين.

١٢) عشرة لا تزيد على ٤ أمثال مجموع مثلي عدد مع ثلاثة.

١٣) ثلاثة أمثال مجموع عدد مع سبعة أكبر من خمسة أمثال ذلك العدد ناقص ثلاثة عشر.

المثالان ٤ ، ٥

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

١٤) $-٣(٧ن + ٣) > ٦ن$.

١٥) $٣(٢ - ب) > ١٠ - ٣(ب - ٦)$.

١٦) حل المتباينة: $٦(م - ٣) > ٥(٢م + ٤)$، موضحًا كل خطوة مع التبرير.

الربط مع الحياة

تحرك الجمال رجليها الواقعتين على أحد جانبي جسمها معًا عندما تمشي، بعكس معظم الحيوانات الأخرى.

١٧) **علوم:** درجة حرارة جسم الجمل الطبيعية ٩٧,٧° ف في الصباح. وإذا لم يشرب ماءً حتى الظهر ترتفع درجة حرارته إلى أكثر من ١٠٤° ف. اكتب متباينة تمثل درجة حرارة جسم الجمل عند الظهر إذا لم يشرب ماء بكل من درجتي الحرارة الفهرنهايتية (ف)، والسيليزية (س)، علمًا بأن $ف = \frac{٩}{٥}س + ٣٢$

١٨) **هدايا:** يريد حسن أن يشتري هدية لوالدته بمبلغ لا يقل عن ٥٠٠ ريال. ويملك الآن ٣٨٠ ريالًا، ويمكنه توفير ١٠ ريالات يوميًّا.

أ) اكتب متباينة لإيجاد عدد الأيام اللازمة ليحقق هدفه، ثم حلها.

ب) مثِّل مجموعة الحل بيانيًّا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

١٩) **تمثيلات متعددة:** سوف تحل في هذه المسألة المتباينات المركّبة، مثل التي يكون فيها العدد س أكبر من ٤، وأقل من ٩.

أ) عدديًا: اكتب متباينتين منفصلتين لهذه العبارة.

ب) بيانيًا: مثّل مجموعة حل المتباينة الأولى باللون الأحمر، ومجموعة حل المتباينة الثانية باللون الأزرق، وظلّل بالقلم الفسفوري جزء التمثيل البياني الذي يتداخل فيه اللونان.

جـ) جدوليًا: أنشئ جدولًا باستعمال عشر نقاط من خط الأعداد الذي مثّلته متضمنة أعدادًا من الجزأين. استعمل عمودًا لكل متباينة وعمودًا ثالثًا بعنوان «حل مشترك»، واملأ الجدول بكتابة «صح» أو «خطأ».

د) لفظيًا: صف العلاقة بين الأجزاء الملونة في التمثيل البياني والجدول.

هـ) منطقيًا: ماذا تتوقع أن يكون التمثيل البياني للمتباينة ٤ < س < ٩؟

عرف المتغير في المسألة الآتية، واكتب المتباينة، ثم حلها، وفسّر إجابتك:

٢٠) **حيوانات:** كتلة حصان ٤١٤ كجم، وكتلته الطبيعية أقل من ٣٩٠ كجم، ويمكن أن يفقد من كتلته ٣ كجم في الأسبوع باستعمال برنامج غذائي معين. فكم أسبوعًا يلزم ليصل إلى كتلته الطبيعية؟

٢١) **نظرية الأعداد:** أوجد جميع المجموعات المكونة من ثلاثة أعداد صحيحة زوجية موجبة متتالية لا يزيد مجموعها على ٣٦.

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢٢) ٢(س − ٤) ≥ ٢ + ٣(س − ٦)

٢٣) ١٣س − ١١ ≥ ٧س + ٣٧

٢٤) ٥,٦ع + ١,٥ > ٢,٥ع − ٤,٧

٢٥) $٢س - \frac{٢}{٣} \leq س - ٢٢$

الربط مع الحياة

يعتني الطبيب البيطري بالحيوانات المصابة أو المريضة. ويمكن أن يعمل في أماكن كثيرة مثل حديقة الحيوان ومراكز الأبحاث أو في عيادة خاصة.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٦) **تبرير:** اشرح كيف يمكن أن تحل المتباينة: −٣ف + ٧ ≤ −٢ دون أن تضرب كلا الطرفين في عدد سالب أو تقسمهما عليه.

٢٧) **تحدٍّ:** إذا كان للمتباينة أس+ب < أ س+جـ عدد لا نهائي من الحلول، فما مجموعة حل المتباينة أس+ ب > أ س + جـ؟ وضح الطريقة التي عرفت بها الإجابة.

٢٨) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينتين مختلفتين تحلان بخطوات متعددة ولهما التمثيل البياني نفسه.

٢٩) حدِّد المتباينة التي تختلف عن المتباينات الثلاث الأخرى. وفسِّر إجابتك.

٤ص + ٩ > −٣	٣ص − ٤ < ٥	−٢ص + ١ < −٥	−٥ص + ٢ > −١٣

٣٠) **اكتب:** اشرح متى تكون مجموعة حل المتباينة المجموعة الخالية أو مجموعة كل الأعداد الحقيقية، وأعط مثالًا على كل حالة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تدريب على اختبار

٣١) ما مجموعة حل المتباينة:
٤ت+٢ > ٨ ت – (٦ت – ١٠)؟

أ) { ت|ت < –٦,٥}
ب) { ت|ت > –٦,٥}
جـ) { ت|ت <٤}
د) { ت|ت > ٤}

٣٢) إجابة قصيرة: تلقى ماجد ٧٢ ريالًا مقابل ٤ ساعات عمل. فكم ساعة يعمل بهذا المعدل، حتى يحصل على ١١٧٠ ريالاً؟

مراجعة تراكمية

٣٣) حل المتباينة: $\frac{ص}{٢} \geq -٥$ وتحقق من صحة الحل. (الدرس ٤-٢)

٣٤) حل المتباينة: ف – ٩ > ٢ وتحقق من صحة الحل ومثِّله على خط الأعداد. (الدرس ٤-١)

٣٥) حل المعادلة : ٢(س – ٣) = ٥س + ١٢ بيانيًّا، وتحقق من صحة الحل جبريًّا. (الدرس ٢-٤)

إذا كان ق(س) = ٤س – ٣ ، هـ (س) = ٢س^{٢} + ٥، فأوجد كلًّا مما يأتي: (الدرس ٢-٢)

٣٦) ق(–٢)
٣٧) هـ(٢) – ٥
٣٨) ق(جـ + ٣)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حدِّد على خط الأعداد جميع الأعداد المعطاة في كلٍّ مما يأتي:

٣٩) {–٤، –٢، ٢، ٤}
٤٠) {–٣، ٠، ١، ٥}
٤١) {الأعداد الصحيحة الأصغر من ٣}
٤٢) {الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوي –٢}
٤٣) {الأعداد الصحيحة الأصغر من –١}
٤٤) {الأعداد الصحيحة الواقعة بين –٣،٤}

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

حل كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد. (الدرس ٤-١)

١) س − ٨ < ٤

٢) م + ٢ ≤ ٦

٣) ب − ٤ > −٧

٤) ١٢ ≥ ق − ٩

٥) **مدينة الألعاب:** مع حمزة ٦٠ ريالًا، دفع منها ١٠ ريالات ثمن تذكرة دخول مدينة الألعاب.

أ) اكتب متباينة تبين المبلغ (س) الذي يمكن لحمزة إنفاقه داخل مدينة الألعاب، وحلها.

ب) إذا أنفق حمزة ٢٠ ريالًا ثمن وجبة الغداء، فاكتب متباينة تبين المبلغ الذي يمكن لحمزة إنفاقه، بعد دفع ثمن تذكرة الدخول وثمن وجبة الغداء. وحلها.

عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها: (الدرس ٤-٢)

٦) ناتج جمع عدد وَ −٢ لا يزيد على ٦ .

٧) ناتج طرح ٨ من عدد ما أكبر من −١ .

٨) العدد ٣ مضافًا إلى مثلي عدد أصغر من ذلك العدد.

٩) **اختيار من متعدد:** وفّرت عزيزة ٥٢ ريالًا، لشراء كتاب يزيد ثمنه على ٩٠ ريالًا، ما المبلغ الإضافي الذي يجب أن توفره عزيزة لشراء الكتاب؟ (الدرس ٤-١)

أ) ٣٨ ريالًا.

ب) أكثر من ٣٨ ريالًا.

جـ) ليس أكثر من ٣٨ ريالًا.

د) ٣٨ ريالًا على الأكثر.

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٢)

١٠) $\frac{١}{٣}$ ص ≤ ٥

١١) $\frac{جـ}{٥}$ > ٤

١٢) −٨س < ٢٤

١٣) ٢م ≥ −١٠

١٤) $\frac{س}{٢} > \frac{٥}{٨}$

١٥) −٩ ر ≤ −٤٥

١٦) $\frac{و}{٦}$ < −٣

١٧) $\frac{ف}{٧}$ > −٢

حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٤-٣)

١٨) ٤ أ − ٢ < ١٤

١٩) ٢س + ١١ ≥ ٥س − ١٠

٢٠) −ب + ٤ > −٩

٢١) $\frac{د}{٤}$ + ١ ≤ −٣

٢٢) −٢ (٤ب + ١) > −٣ب + ٨

عرِّف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل.

(الدرس ٤-٣)

٢٣) ثلاثة أمثال عدد مضافًا إليه ٨ لا يزيد على العدد مطروحًا منه ٤

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

قراءة العبارات المركبة

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

تتألف العبارة المركبة من عبارتين بسيطتين مربوطتين بأحد الحرفين و، أو، وقبل أن تتمكن من تحديد هل العبارة المركبة صحيحة أم خطأ ينبغي أن تعرف معنى الحرفين (و)، (أو).

للعنكبوت ثماني أرجل و للحصان خمس أرجل.

حتى تكون العبارة المركبة التي تتضمن أداة الربط (و) صحيحة، يجب أن تكون كلتا العبارتين البسيطتين صحيحتين.

للعنكبوت ثماني أرجل. ← صحيحة

للحصان خمس أرجل. ← خطأ

وبما أن إحدى العبارتين خطأ، فإن العبارة المركبة خطأ.

أما أداة الربط (أو) في العبارة المركبة فتعني في اللغة أحد الأمرين لا كليهما.

فعلى سبيل المثال: في العبارة "يمكنك أن تدرس في جامعة الملك فهد أو في جامعة الملك سعود" تعني: أن تدرس في إحدى الجامعتين وليس في كليهما.

ولكنها في الرياضيات تعني أحد الأمرين أو كليهما.

وحتى تكون العبارة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة، يجب أن تكون واحدة على الأقل من العبارتين البسيطتين صحيحة؛ فالعبارة « للعنكبوت ثماني أرجل، أو للحصان خمس أرجل» صحيحة؛ لأن العبارة البسيطة «للعنكبوت ثماني أرجل» صحيحة.

تمارين:

حدِّد ما إذا كانت كل من العبارات المركبة الآتية صحيحة أم لا، وفسِّر إجابتك:

١) العدد ٥ أولي أو العدد ٢ فردي.

٢) للمثلث ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا.

٣) $١١ > ٥$ أو $٩ > ٧$

٤) $-٢ > ٠$ و $٣ > ٧$

٥) $٨ \neq ٨$ أو $-٢ > -٥$

٦) $٥ > ١٠$ و $٤ > -٢$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٤-٤ حل المتباينات المركبة

لماذا؟

كانت درجة الحرارة السيليزية العظمى في مدينة الرياض في أحد أيام شهر صفر ٢٧°، ودرجة الحرارة السيليزية الصغرى ١٣°. فإذا مثل الرمز (ح) درجة الحرارة فيمكن أن تكتب متباينتين لتمثيل هذا الموقف.

لا تقل درجة الحرارة عن ١٣° ولا تزيد على ٢٧°

ح ≤ ١٣° ، ح ≥ ٢٧°

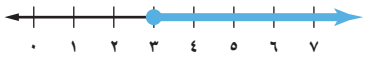
ويمكن دمج المتباينتين ح ≤ ١٣° وَ ح ≥ ٢٧° معًا دون استعمال أداة الربط (و) في متباينة واحدة كما يأتي:

١٣° ≥ ح ≥ ٢٧°

المتباينات التي تحتوي أداة الربط (و): تشكّل المتباينتان ح ≤ ١٣° وَ ح ≥ ٢٧° معًا **متباينة مركبة**، وتكون صحيحة فقط إذا كانت المتباينتان المكونتان لها صحيحتين. ويتكون تمثيلها البياني من منطقة تداخل التمثيلين البيانيين للمتباينتين، ويُسمى هذا **تقاطع** التمثيلين البيانيين.

يمكن إيجاد التقاطع بتمثيل كل متباينة، ثم بتحديد منطقة التقاطع

س ≤ ٣



س > ٧

س ≤ ٣ و س > ٧

٣ ≥ س > ٧

تُقرأ العبارة ٣ ≥ س > ٧ على النحو الآتي: س أكبر من أو تساوي ٣ وأقل من ٧، أو تقع س بين ٣ و ٧ مع تضمين العدد ٣.

مثال ١ حل المتباينة المركبة وتمثيل التقاطع

حل المتباينة: −٢ ≤ س −٣ < ٤، ثم مثِّل مجموعة الحل بيانيًّا.

فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن

- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و)، وأمثّل مجموعة حلها بيانيًّا.
- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو)، وأمثّل مجموعة حلها بيانيًّا.

المفردات

المتباينة المركبة

التقاطع

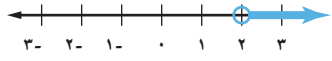
الاتحاد

تحقق من فهمك

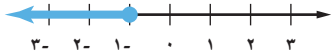
١) حل المتباينة ٦ ≥ ر+٧ > ١٠، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

المتباينات التي تحتوي أداة الربط (أو): يحتوي نوع آخرُ من المتباينات المركبة كلمة (أو). وتكون المتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) صحيحة إذا كانت إحدى المتباينتين المكونتين لها على الأقل صحيحة. ويتكون تمثيلها البياني من **اتحاد** تمثيل المتباينتين.

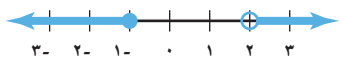
س > ٢



س ≥ -١



س > ٢ أو س ≥ -١



عند حل مسائل لفظية على المتباينات استعمل إحدى الإشارتين ≤ أو ≥، عند وجود كلمات تدل على تضمين طرف المتباينة في الحل مثل على الأكثر، على الأقل. واستعمل إحدى الإشارتين > أو< عند ورود كلمات مثل بين، أقل من، أكثر من.

قراءة الرياضيات

على الأكثر

عبارة على الأكثر تعني ≥، وتقرأ:

أصغر من أو يساوي

ويمكن أن تقرأ:

ليس أكثر من.

مثال ٢ من واقع الحياة — كتابة متباينة مركبة وتمثيلها بيانيًّا

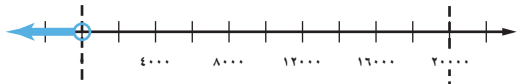
صوت: **يمكن أن تسمع أُذن الإنسان الأصوات التي لا يقل ترددها عن ٢٠ هرتز ولايزيد على ٢٠٠٠٠ هرتز. اكتب المتباينة المركّبة التي تمثّل الترددات التي لا يسمعها البشر، ومثّلها بيانيًّا.**

تبين هذه المسألة الترددات التي يسمعها البشر، وعلينا أن نجد الترددات التي لا يسمعها البشر.

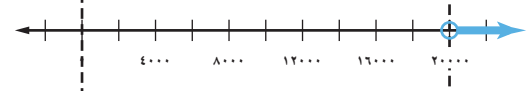
التعبير اللفظي	التردد	أقل من	٢٠ هرتز	أو التردد أكثر من ٢٠٠٠٠ هرتز
الرموز	افترض أن ل تمثل التردد			
المتباينة	ل	>	٢٠	أو ل > ٢٠٠٠٠

ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

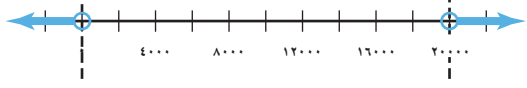
تمثيل ل < ٢٠



تمثيل ل > ٢٠٠٠٠



إيجاد الاتحاد



لاحظ أن التمثيلين لا يتقاطعان. لا يستطيع البشر سماع الأصوات التي ترددها أقل من ٢٠ هرتز، أو التي ترددها أكبر من ٢٠٠٠٠ هرتز. والمتباينة المركبة هي:

{ ل|ل < ٢٠ أو ل >٢٠٠٠٠ }

تحقق من فهمك

٢) **صناعة:** تنتج شركة جهازًا لا يقل طوله عن ١١,٢سم، ولا يزيد على ١١,٤ سم. اكتب متباينة مركبة تصف الأطوال الممكنة لهذا الجهاز، ومثّلها بيانيًّا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ٣ حل المتباينة وتمثيل الاتحاد

حل المتباينة $-٢م + ٧ \geq ١٣$ أو $٥م + ١٢ > ٣٧$، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

إرشادات للدراسة

التقاطع والاتحاد

في المتباينات المركبة حرف (أو) يعني الاتحاد وحرف (و) يعني التقاطع.

تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين المركّبتين الآتيتين، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٣أ) $أ + ١ > ٤$ أو $أ - ١ \leq ٣$

٣ب) $س \geq ٩$ أو $٢ + ٤س > ١٠$

تأكد

المثالان ١، ٣ حل كلاً من المتباينات المركبة الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

١) $٤ \geq ف - ٨$ وَ $ف - ١٤ \geq ٢$

٢) $ر + ٦ > -٨$ أو $ر - ٣ > -١٠$

٣) $٤أ + ٧ \leq ٣١$ أو $أ > ٥$

٤) $٢ \geq ق + ٤ > ٧$

مثال ٢

٥) **درّاجات:** ينصح صانعو الدراجات الجبلية ألا يقل ضغط الهواء في الإطارات عن ١٦ كجم للبوصة المربعة الواحدة ولا يزيد على ٣٦ كجم.
فإذا كان ضغط الهواء في إطارات دراجة ١١ كجم للبوصة المربعة الواحدة، فما مدى الضغط الذي ينصح بإضافته إلى الإطارات؟

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٣ حل كلاً من المتباينات المركبة الآتية، ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

٦) $ن + ٢ \geq -٥$ وَ $ن + ٦ \leq -٦$

٧) $ص - ١ \leq ٧$ أو $ص + ٣ > -١$

٨) $-٥ > ٣ب + ٧ \geq ٢٢$

٩) $-٣ \geq ٧م + ٤ > ١٨$

مثال ٢

١٠) **سرعة:** تبين اللوحتان المجاورتان أقصى سرعة وأدنى سرعة على طريق. عبّر عن ذلك بمتباينة، ومثّلها بيانيًّا.

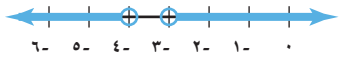
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

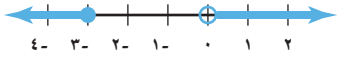
١١) **نظرية الأعداد:** أوجد جميع المجموعات التي يتكون كل منها من عددين صحيحين فرديين موجبين متتاليين مجموعهما على الأقل ٨ ويقل عن ٢٤.

اكتب متباينة مركّبة تعبر عن كل تمثيل بياني فيما يأتي:

١٢)

١٣)


١٤)

١٥)


حل كلًّا من المتباينتين المركبتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٦) $٣ب + ٢ > ٥ب - ٦ \geq ٢ب + ٩$

١٧) $٥ن - ١ < -١٦$ أو $-٣ن - ١ > ٨$

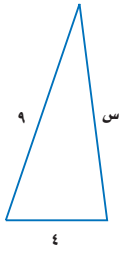
١٨) **أفاعٍ:** تعيش معظم الأفاعي في المناطق التي تتراوح درجة الحرارة فيها من ٢٤° سيليزية إلى ٣٣° سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات حرارة المناطق التي لا تعيش فيها الأفاعي.

الربط مع الحياة

تراقب إحدى المنظمات مواقع السلاحف البحرية. حيث تساعد البيانات التي جمعها العلماء على تتبع أنماط هجرتها.

١٩) **سلاحف:** نادرًا ما تفقس بيوض السلاحف البحرية في درجة حرارة أقل من ٢٣° أو فوق ٣٣° سيليزية. اكتب متباينة تمثل درجات الحرارة التي يجب أن تحضن فيها البيوض كي تفقس.

٢٠) **هندسة:** تنص متباينة المثلث على أن مجموع طولي أي ضلعين في المثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



أ) اكتب ثلاث متباينات تعبّر عن العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث المجاور، وحلها.

ب) أعطِ أربعة أطوال ممكنة للضلع الثالث في هذا المثلث.

جـ) اكتب متباينة مركبة تمثل قيم س الممكنة.

٢١) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة: **الخطأ المطلق** للقياس الذي يساوي نصف وحدة القياس، **والخطأ النسبي** وهو نسبة الخطأ المطلق إلى القياس نفسه.

أ) **جدوليًّا:** انقل الجدول الآتي وأكمله:

القياس	الخطأ المطلق	الخطأ النسبي = الخطأ المطلق / القياس
١٤,٣ سم	$\frac{١}{٢}$ (٠,١) = ٠,٠٥ سم	$\frac{٠,٠٥ \text{ سم}}{١٤,٣ \text{ سم}} \approx ٠,٠٠٣٥$ أو ٠,٤٪
١,٨٥ سم		
٦١,٢ سم		
٢٣٧ سم		

ب) **تحليليًّا:** إذا كان طول قطعة مستقيمة ٨ , ١٢ سم، فاحسب الخطأ المطلق، ثم اكتب مدى الأطوال الممكنة.

جـ) **منطقيًّا:** إلى أيّ حد تقيس دقة الطول بالسنتمترات لكي يكون الخطأ المطلق أقل من ٠,٥ سم؟

عرِّف متغيرًا في كل من الأسئلة (٢٢ - ٢٤)، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل:

٢٢) عدد ناقص ثمانية لا يزيد على ١٤ ولا يقل عن ٥.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

الربط مع الحياة

تحدث معظم الأعاصير في المناطق المدارية. وقد ضربت الولايات المتحدة ٤ أعاصير بين العامين ٢٠٠١م، ٢٠٠٤م، صنفت ثلاثة منها من الفئات ٣، ٤، ٥.

٢٣) ناتج جمع ثلاثة أمثال عدد مع أربعة يقع بين −٨ و ١٠.

٢٤) ناتج ضرب عدد في −٥ يزيد على ٣٥ أو يقل عن ١٠.

٢٥) **أعاصير:** تصنف قوة الأعاصير في ٥ فئات تبعًا لسرعة رياحها كما في الجدول المجاور:

الفئة	سرعة الرياح ميل / ساعة
١	٧٤–٩٥
٢	٩٦–١١٠
٣	١١١–١٣٠
٤	١٣١–١٥٥
٥	> ١٥٥

أ) اكتب متباينة مركبة تعبر عن سرعة الرياح في إعصار من الفئة ٣، ثم في إعصار من الفئة ٤.

ب) ما تقاطع التمثيلين البيانيين للمتباينتين اللتين كتبتهما في الفرع أ؟

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٦) **اكتشف الخطأ:** حلَّ كل من سعد ومسفر المتباينة ٣ > ٢ س − ٥ > ٧. فأيهما إجابته صحيحة؟ وضح تبريرك.

سعد	مسفر
٣ > ٢س − ٥ > ٧	٣ > ٢س − ٥ > ٧
٨ > ٢س > ١٢	٣ > ٢س > ١٢
٤ > س > ٦	$\frac{٣}{٢}$ > س > ٦

٢٧) **تبرير:** اكتب متباينة مركبة يكون تمثيلها البياني المجموعة الخالية، ومتباينة أخرى يكون تمثيلها البياني مجموعة جميع الأعداد الحقيقية.

٢٨) **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثالًا لمتباينة مركبة تحتوي (أو) وحلولها كثيرة وغير منتهية.

٢٩) **اكتب:** أعطِ مثالًا من واقع الحياة يمكن تمثيله بمتباينة مركبة، ثم حلها.

تدريب على اختبار

٣٠) ما مجموعة حل المتباينة: −٧ < س + ٢ < ٤؟

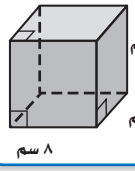
أ) {س| −٥ < س<٦}

ب) {س|−٥ <س<٢}

جـ) {س|−٩ <س<٢}

د) {س|−٩ <س<٦}

٣١) **هندسة:** ما مساحة سطح المنشور الرباعي المجاور؟



أ) ٢٤٩,٦ سم^٢

ب) ٢٧٨,٤ سم^٢

جـ) ٣١٣,٦ سم^٢

د) ٣٧١,٢ سم^٢

مراجعة تراكمية

٣٢) يتقاضى عامل في مصنع أجرًا شهريًّا مقداره ٣٠٠٠ ريال بالإضافة إلى ٢٠ ريالًا عن كل ساعة عمل إضافية. فإذا أراد الحصول في هذا الشهر على ٣٤٣٠ ريالًا على الأقل، فما عدد الساعات الإضافية التي يجب أن يعملها؟ (الدرس ٤-٣)

٣٣) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وميله $\frac{٣}{٢}$. (الدرس ٣-٣)

٣٤) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٦)، (٦ ، ١). (الدرس ٢-٥)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حل كل معادلة فيما يأتي:

٣٥) ٤ب − ٢ = −٦

٣٦) ١٨ = ٥س + ٣

٣٧) $\frac{م}{٧}$ + ١ = ٩

٣٨) ١,٥س − ٨ = ١١

٣٩) $\frac{ب + ٤}{-٢}$ = −١٧

٤٠) $\frac{ن - ٣}{٨}$ = ٢٠

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

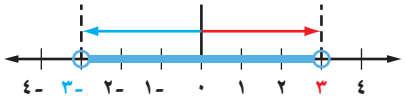
٤ ـ ٥

حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

لماذا؟

تستعمل بعض الشركات متباينات القيمة المطلقة لضبط جودة منتجاتها. فلعمل قطع جزر صغيرة تستعمل آلة لتقطيع حبات الجزر الطويلة إلى شرائح بطول ٣ سنتمترات. فإذا تراوحت دقة الآلة ضمن $\frac{١}{٨}$ سنتمتر، فإن أطوال الشرائح تتراوح بين $\frac{٧}{٨}$ ٢ سنتمتر و $\frac{١}{٨}$ ٣ سنتمترات.

متباينات القيمة المطلقة (>): المتباينة |س| > ٣ تعني أن المسافة بين س وَ ٠ أقل من ٣.



إذن س > −٣ و س < ٣. ومجموعة الحل هي: {س|−٣ < س < ٣}.

وعند حل متباينات القيمة المطلقة، تؤخذ الحالتان الآتيتان بعين الاعتبار:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

وتكون مجموعة الحل هي تقاطع حلّ هاتين الحالتين.

فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

والآن

- أحل متباينات القيمة المطلقة (>) وأمثلها بيانيًا.
- أحل متباينات القيمة المطلقة (<) وأمثلها بيانيًا.

مثال ١ حل متباينات القيمة المطلقة (>)

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

أ) |م + ٢| > ١١

ب) |ص − ١| > −٢

تحقق من فهمك

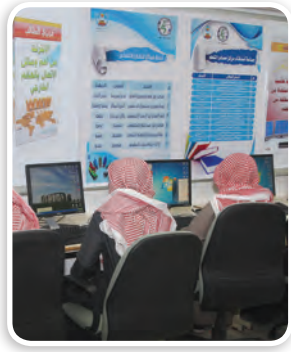
١أ) |ن − ٨| ≥ ٢

١ب) |٢جـ − ٥| > −٣

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مثال ٢ من واقع الحياة
استعمال متباينات القيمة المطلقة

إنترنت: أظهرت دراسة مسحية حديثة أن ٩٠ ٪ من الشباب يستعملون الإنترنت. فإذا كان هامش الخطأ ضمن ٣ نقاط مئوية، فأوجد مدى النسبة المئوية للشباب الذين يستعملون الإنترنت.



الربط مع الحياة

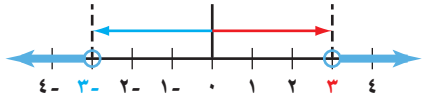
وافق مجلس الوزراء الموقر على إدخال الإنترنت للمملكة رسميًّا عام ١٤١٧هـ، وقد بدأت خدمة الإنترنت فعليًّا في المملكة عام ١٤١٩هـ.

المصدر: وحدة خدمات الإنترنت بمدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية.

تحقق من فهمك

٢) **كيمياء:** درجة انصهار الجليد هي ٠ °سيليزية. لكن خالدًا لاحظ في أثناء إجراء تجربة أن درجة انصهار الجليد تتغير ضمن ١ °سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي لاحظها خالد.

متباينات القيمة المطلقة (<): إن المتباينة |س| < ٣ تعني أن المسافة بين س و ٠ أكبر من ٣.



إذن س < -٣ أو س > ٣. وتكون مجموعة الحل هي: {س|س < -٣ أو س > ٣}.

وكما هو الحال في المثال السابق يجب أن نأخذ الحالتين الآتيتين في الحسبان:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

مثال ٣
حل متباينات القيمة المطلقة (<)

حل المتباينة |٣ن + ٦| ≤ ١٢، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا.

إرشادات للدراسة

القيمة المطلقة

إن مجموعة حل المتباينة |أ| ≤ ب حيث أ عبارة خطية بمتغير واحد، ب عدد سالب، هي دائمًا مجموعة الأعداد الحقيقية؛ لأن |أ| أكبر أو يساوي صفرًا دائمًا، وبذلك يكون |أ| دائمًا أكبر من ب.

تحقق من فهمك

٣) حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

٣أ) |ر - ٦| ≤ -٥ ٣ب) |٢ك + ١| ≤ ٧

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

تأكد

المثالان ١ ، ٣ حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١) $|\text{ي} + ٣| > ٧$ ٢) $|\text{ت} + ٤| \geq -٢$ ٣) $|\text{جـ} + ٢| > -٢$

٤) $|\text{ب} - ٢| \leq ٨$ ٥) $|\text{ن} + ٥| \leq ٣$ ٦) $|\text{ك} - ٥| > ٣$

مثال ٢ ٧) **أسهم:** بلغ سعر سهم إحدى الشركات ٧٠,٨٥ ريالًا. وقد تذبذب هذا السعر ضمن ٠,٧٥ ريال في اليوم. أوجد مدى سعر التداول لهذا السهم.

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٣ حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

٨) $|٢\text{جـ} - ١| \geq ٧$ ٩) $|\text{و} + ٥| > -٨$ ١٠) $|\text{ر} + ٢| > ٦$

١١) $|\text{ك} - ٤| > ٣$ ١٢) $|٢\text{هـ} - ٣| \leq ٩$ ١٣) $|٥\text{ل} + ٣| > -٩$

١٤) $|-٢\text{س} - ٣| > -٤$ ١٥) $|\text{ن} + ٨| > ١٦$ ١٦) $|\text{ر} + ١| \geq ٢$

مثال ٢ ١٧) **غوص:** يجب أن يبقى ضغط أسطوانة الغوص ١١٣٦ كجم لكل بوصة مربعة، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٢٢٧ كجم. اكتب مدى الضغط المثالي لأسطوانة الغوص.

حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٨) $|٤\text{ن} + ٣| \leq ١٨$ ١٩) $\left|\frac{٣\text{هـ} + ١}{٢}\right| > ٨$

٢٠) $\left|\frac{٢\text{ب} - ٨}{٤}\right| \leq ٩$ ٢١) $\left|\frac{٧\text{جـ} + ٣}{٢}\right| \geq -٥$

٢٢) $\left|\frac{٢\text{ق} + ٣}{٢}\right| < -٧$ ٢٣) $|-\text{هـ} + ١,٥| > ٣$

٢٤) $|٥\text{ت} - ٢| \geq ٦$ ٢٥) $|-٣\text{ل} - ٧| > ٥$

٢٦) **ادّخار:** يدّخر سعد في العادة ٥٠٠ ريال شهريًّا، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٦٠ ريالًا.

أ) اكتب مدى المبلغ الذي يدخره سعد شهريًّا.

ب) مثّل هذا المدى بيانيًّا.

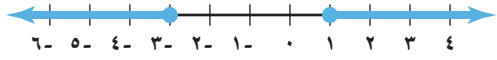
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

٢٧) **كيمياء:** يوجد الماء في حالات ثلاث: صلبة وسائلة وغازية. ويتجمد عند درجة ٠° سيليزية، ويتبخر عند درجة ١٠٠° سيليزية. اكتب مدى درجات الحرارة التي **لا** يكون فيها الماء سائلاً.

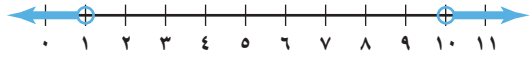
اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:

٢٨)

٢٩)



٣٠)



الربط مع الحياة

تمثِّل الأغنام والماعز عصب الثروة الحيوانية في الوطن العربي؛ حيث قُدِّر عدد الأغنام والماعز في الوطن العربي عام ١٩٩٧م بحوالي ١٨٥ مليون رأس.

٣١) **حيوانات:** تبلغ درجة الحرارة الطبيعية لجسم الشاة السليمة ٣٩° سيليزية، وقد تزيد أو تقل عن ذلك بمقدار ١° سيليزية. فما مدى درجة حرارة جسم الشاة السليمة؟

عبّر عن كل من العبارتين الآتيتين باستعمال متباينة تتضمن قيمة مطلقة:

٣٢) تبلغ درجة الحرارة المثلى داخل الثلاجة ٣٨° ف بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ١,٥° ف.

٣٣) يحفظ مثبت السرعة سرعة السيارة عند ٨٨ كيلومترًا/ ساعة بزيادة أو نقصان مقداره ٥ كيلومترات/ ساعة.

٣٤) يجب أن تبقى درجة حموضة بركة السباحة ٧,٥ بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٠,٣، اكتب مدى درجة الحموضة المثالية للبركة.

٣٥) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة التمثيل البياني لمتباينات القيمة المطلقة في المستوى الإحداثي.

أ) **جدوليًّا:** انقل الجدول الآتي وأكمله، وعوّض في المتباينة قيم س وقيم د (س) لكل نقطة، ثم بين هل العبارة الناتجة صحيحة أم خاطئة:

النقطة	د(س) ≤ | س − ١ |	صحيحة / خاطئة	د(س) ≥ | س − ١ |	صحيحة / خاطئة
(٢، −٤)				
(٢، −٢)				
(٢، ٠)				
(٢، ٢)				
(٢، ٤)				

ب) **بيانيًّا:** مثِّل الدالة د(س) = \| س − ١ \| بيانيًّا.

جـ) **بيانيًّا:** عيِّن في المستوى الإحداثي جميع النقاط التي تجعل د(س) ≤ \| س − ١ \| عبارة صحيحة بلون أحمر، وعيّن جميع النقاط التي تجعل د(س) ≥ \| س − ١ \| صحيحة باللون الأزرق.

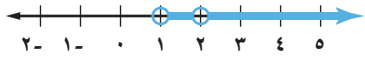
د) **منطقيًّا:** كوِّن تخمينًا حول شكل التمثيل البياني للمتباينتين د(س) ≤ \| س − ١ \| ، د(س) ≥ \| س − ١ \| ، وأضف إلى الجدول نقاطًا جديدة للتحقق من صحة تخمينك.

هـ) **بيانيًّا:** استعمل ما اكتشفته في هذه المسألة لتمثيل المتباينة د(س) ≤ \| س − ٣ \| بيانيًّا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٦) **اكتشف الخطأ:** مثّل أحمد حل المتباينة |٢أ - ٣| > ١.
كما في الشكل المجاور. فهل كان على صواب؟ فسّر إجابتك.



٣٧) **تبرير:** هل يتكون التمثيل البياني لمتباينة القيمة المطلقة من اتحاد تمثيلين أحيانًا أم دائمًا، أم أنه لا يكون كذلك أبدًا؟ اشرح إجابتك.

٣٨) **تحدٍّ:** بيِّن لماذا لا يكون حل المتباينة |ت| > صفر مجموعة الأعداد الحقيقية جميعها.

٣٩) **مسألة مفتوحة:** اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثِّل موقفًا من واقع الحياة، وحلها، ثم فسِّر الحل.

٤٠) **اكتب:** اشرح كيف تحدِّد ما إذا كانت متباينة القيمة المطلقة تتحول إلى متباينة مركبة تحتوي (و)، أو متباينة مركبة تحتوي (أو).

تدريب على اختبار

٤١) **إجابة قصيرة:** سحبت بطاقة عشوائيًّا من كيس يحتوي ٩ بطاقات مرقمة بأرقام مختلفة من ١-٩.
ما احتمال أن يكون الرقم المسحوب فرديًّا؟

٤٢) مجموعة حل المعادلة |٢ن -٣| = ٥ هي:

أ) {-٤ ، -١}
ب) {-١ ، ٤}
جـ) {١ ، ١}
د) {٤ ، ٤}

مراجعة تراكمية

٤٣) حُلّ المتباينة: ٦ ≤ ٢ت - ٤ ≤ ٨ ، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا. (الدرس ٤-٤)

٤٤) حدِّد ما إذا كان المستقيمان ص= ٢س+٨ ، س+ص= ٤ متعامدين أم لا، وفسِّر إجابتك. (الدرس ٣-٤)

٤٥) **هندسة:** يزيد قياس إحدى زوايا مثلث ١٠° عن قياس الزاوية الثانية، وقياس الزاوية الثالثة يساوي مثلي مجموع قياسي الزاويتين الأولى والثانية. أوجد قياس كل من زوايا المثلث. (الدرس ١-٣)

٤٦) حُلّ المعادلة: $\frac{ت}{٥}$ = ٢٠ ، ثم تحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٢)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

مثِّل كل معادلة مما يأتي بيانيًّا:

٤٧) ص = ٥
٤٨) س = ٣
٤٩) ص = ٢س + ٣
٥٠) ٢س + ص = ٤

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

حُلَّ كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ومثِّل مجموعة حلها على خط الأعداد:

١) س − ٩ > −٤

٢) ٦ب ≤ ٥ب − ٣

٣) **اختيار من متعدد:** لدى سعد ٣١ كتابًا ولدى خالد ٥٨ كتابًا. فكم كتابًا يجب أن يضيف سعد إلى مجموعته ليصبح لديه عدد من الكتب أكبر مما لدى خالد؟

أ) ٢١ على الأكثر

ب) ٢٧

جـ) ٢٨ على الأقل

د) أكثر من ٣٠

حُلَّ كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة حلها:

٤) $\frac{١}{٥}$ هـ < ٣

٥) ٧ع ≥ −٤٢

٦) −٩م > −٣٦

٧) $\frac{ق}{٤}$ + ٣ ≥ −٩

٨) −٢(س − ٤) > ٥س − ١٣

٩) **مدينة الألعاب:** زار أحمد مدينة الألعاب خلال عيد الأضحى المبارك. وقرَّر أن يصرف مبلغًا لا يزيد على ٤٠ ريالًا. إذا كانت أجرة اللعبة الواحدة تكلِّف ٧ ريالات، فاكتب متباينة تمثل هذا الموقف.

حُلَّ كلًّا من المتباينتين المركبتين الآتيتين، ومثِّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٠) ص − ٨ < −٣ أو ص + ٥ > ١٩

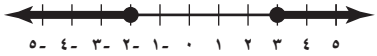
١١) −١١ ≤ ٢هـ − ٥ ≤ ١٣

عرِّف المتغير في كل مما يأتي، واكتب المتباينة، ثم حلها، وتحقق من صحة الحل:

١٢) عدد ناقص ٤ لا يزيد على ٨.

١٣) تسعة أمثال عدد ناقص أربعة يساوي ثلاثة وعشرين على الأقل.

١٤) **اختيار من متعدد:** أي المتباينات المركبة الآتية حلها ممثَّل على خط الأعداد أدناه؟



أ) −٢ ≥ س > ٣

ب) س ≥ −٢ أو س ≤ ٣

جـ) س > −٢ أو س ≤ ٣

د) −٢ > س ≥ ٣

حُلّ كلاًّ من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٥) |ب − ٥| > ٣

١٦) |٢ف + ٧| ≤ ٢١

١٧) |−٤م + ٣| ≥ ١٥

١٨) $\left|\frac{س - ٣}{٤}\right|$ > ٥

١٩) **بيع بالتجزئة:** عرض أحد المتاجر خصمًا قدره ١٥ ريالًا على أي زوج من الأحذية.

أ) إذا كان أعلى ثمن لزوج من الأحذية ١٤٩,٩٥ ريالًا، وأقل ثمن ٨٤,٩٥ ريالاً. فما مدى أثمان الأحذية بعد الخصم؟

ب) إذا خيِّر شخص عند شراء زوج من الأحذية ثمنه ١٠٩,٩٥ ريالات بين أن يحصل على خصم مقداره ١٥ ريالًا أو خصم بنسبة ١٥٪، فأي العرضين أفضل له؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

اختيار من متعدد

١) مع يزيد ١٠٠ ريال دفع منها ٣٨ ريالًا ثمنًا لوجبة الغداء، واشترى عددًا من الهدايا لأصدقائه، عبر عن المتباينة التي تمثِّل عدد الهدايا التي اشتراها يزيد، إذا كان ثمن الهدية الواحدة ١٢ ريالًا.

أ) ن ≥ ٦ جـ) ن ≤ ٥

ب) ن > ٥ د) ن ≥ ٥

٢) يتقاضى موظف أجرًا عن كل ساعة عمل بحسب الجدول أدناه.

الشرط	الأجر عن كل ساعة (ريال)
أول ٤٠ ساعة	١٢٨
بعد ٤٠ ساعة	١٩٢

إذا كان هدف الموظف جمع مبلغ ٦٠٠٠ ريال خلال الأسبوع القادم، فما أقل عدد من الساعات يمكن أن يعمله الموظف؟

أ) ٤٣ ساعة جـ) ٤٤ ساعة

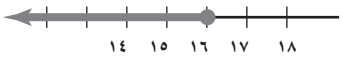
ب) ٤٥ ساعة د) ٤٦ ساعة

٣) اكتب معادلة المستقيم الذي ميله $-\frac{٢}{٣}$، ومقطعه الصادي يساوي ٦ .

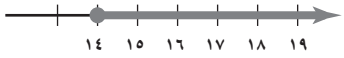
أ) ص = ٦س + $\frac{٢}{٣}$ جـ) ص = $-\frac{٢}{٣}$س + ٦

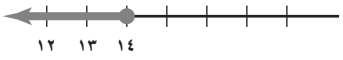
ب) ص = $-\frac{٢}{٣}$س − ٦ د) ص = ٦س − $\frac{٢}{٣}$

٤) قرأت مها في اليوم الأول ١٤ صفحة من قصة، إذا كان مجموع ما قرأته مها في اليومين الأول والثاني على الأقل ٣٠ صفحة، فأيُّ من التمثيلات التالية يعبِّر عما قرأته مها في اليوم الثاني؟

أ)


ب)

جـ)


د)


٥) أيُّ المستقيمات التالية ميلها غير معرّف؟

أ) س = ٥ جـ) ٢س + ٣ص = ١

ب) ص = ٥ د) ٢س + ٣ص = ٠

تنبيه للاختبار

سؤال ٢ : يمكن أن تتحقق من إجابتك من خلال حساب الأجر الذي يتقاضاه الموظف حسب عدد ساعات العمل.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

إجابة قصيرة

٦) حُلَّ المتباينة: ٢٣ ≤ ٣س + ٨ < -٤

٧) **جوال:** يريد مسعود شراء جوال ثمنه ٧٥٠ ريالًا على الأقل، إذا وفَّر مسعود ٥٠ ريالًا كل أسبوع، فاكتب المتباينة التي تعبِّر عن عدد الأسابيع التي يحتاج إليها مسعود ليوفِّر ثمن الجوال، وحلّها.

٨) حُلَّ المتباينة: |س - ٤| > ٢

٩) مثِّل بيانيًّا حلَّ المتباينة ٣س - ٦ ≥ ٤س - ٤ ≥ ٣س + ١

١٠) حدِّد ما إذا كانت الدالة التالية خطية أم لا، وفسّر إجابتك.

س	ص
٣	١٢,٥
٤	١٦
٥	١٩,٥
٦	٢٣
٧	٢٦,٥

١١) **مدينة ألعاب:** دفعت هند ١٠ ريالات رسوم دخول مدينة الألعاب وَ ٥ ريالات لاستعمال كل لعبة مرة. اكتب معادلة خطية باستعمال الميل والمقطع الصادي تعبِّر عن المبلغ الذي أنفقته هند في مدينة الألعاب.

إجابة مطولة

١٢) يخطِّط مروان للذهاب لرحلة عمرة في إجازته على نفقته الخاصة. إذا كانت تكلفة رحلة العمرة ٦٤٠ ريالًا، وقرَّر مروان أن يوفِّر كل أسبوع ٣٥ ريالًا.

أ) فاكتب متباينة تعبر عن الموقف لمعرفة عدد الأسابيع ن التي يحتاج إليها مروان لتوفير المبلغ.

ب) حُلَّ المتباينة في الفقرة أ، وأوجد أقل عدد ممكن من الأسابيع يحتاج إليه مروان.

جـ) إذا وفّر مروان ٤٥ ريالًا كل أسبوع، فما أقل عدد من الأسابيع يحتاج إليه لتوفير المبلغ؟

للمساعدة ..												
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
فراجع الدرس ..	٣-٤	٢-٤	١-٣	١-٤	٥-٢	٤-٤	٣-٤	٥-٤	٤-٤	٥-٢	٢-٣	٢-٤

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443