

التوازي والتعامد

Parallel And Perpendicular

الفصل

2

فيما سبق:

درستُ المستقيمات والزوايا
 واستعمال التبرير الاستنتاجي
 لكتابة براهين هندسية.

والآن:

- أحدد علاقات بين زوايا ناتجة عن قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين. وأبرهن توازي مستقيمين من خلال علاقات الزوايا المعطاة.
- أستعمل الميل لتحليل المستقيم وكتابة معادلته.
- أجد البعد بين نقطة ومستقيم، والبعد بين مستقيمين متوازيين.

لماذا؟

هندسة:

في تصميم المباني يعتمد المهندسون على خصائص هندسية مختلفة منها التوازي والتعامد.

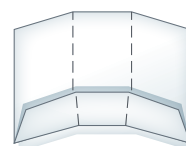
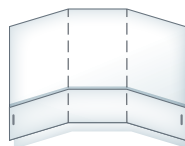
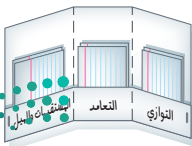


منظم أفكار

المطويات

التوازي والتعامد: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول العلاقات بين المستقيمتين، مبتدئاً بورقة A4 واحدة وست بطاقات.

- 1 اطو جانب الورقة الأطول بعرض 4 cm لعمل جيب كما في الشكل.
- 2 اطو الورقة طويلاً مرتين كما في الشكل.
- 3 افتح الورقة وثبت الحواف عند الجانبين؛ لتكون ثلاثة جيوب.
- 4 اكتب عنواناً لكل جيب كما هو موضح. وضع بطاقتين في كل جيب.





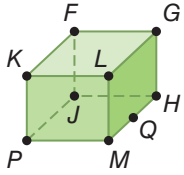
التهيئة للفصل 2

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي . انظر إلى المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال 1



استعمل الشكل المجاور .

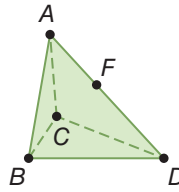
(a) كم مستوى يظهر في الشكل؟ اذكرها.

(b) سم ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.

(c) هل تقع النقاط F, K, J في المستوي نفسه؟ وضح إجابتك.

اختبار سريع

استعمل الشكل المجاور.



(1) كم مستوى يظهر في الشكل؟ اذكرها.

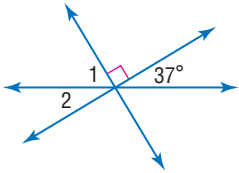
(2) سم ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.

(3) هل تقع النقاط B, C, D في المستوى نفسه؟ وضح إجابتك.

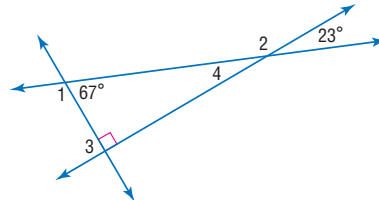
(4) أجهزة: يوضع جهاز مساحة الأراضي على حامل ثلاثي القوائم. هل تقع الرؤوس السفلية للقوائم الثلاثة في المستوى نفسه؟

مثال 2

أوجد $m\angle 1$.



أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:



(5) $\angle 1$

(6) $\angle 2$

(7) $\angle 3$

(8) $\angle 4$

مثال 3

أوجد قيمة x في المعادلة $a + 8 = b(x - 7)$ ،
إذا كان $a = 12$ ، $b = 10$.

أوجد قيمة x لقيم a, b المعطاة في كل معادلة مما يأتي:

$$a + 8 = -4(x - b), a = 8, b = 3 \quad (9)$$

$$b = 3x + 4a, a = -9, b = 12 \quad (10)$$

$$\frac{a+2}{b+13} = 5x, a = 18, b = -1 \quad (11)$$

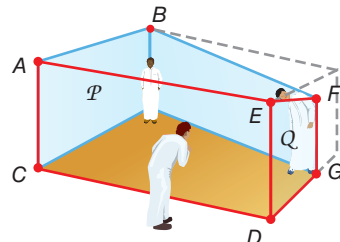
(12) معارض: يقدم معرض هدية بسعر تشجيعي قدره 15 ريالاً عند شراء بطاقتي دخول. إذا دفع أحمد وأخوه 95 ريالاً، فاكتمب معادلة تمثل ما دفعه أحمد وأخوه، ثم حلّها لإيجاد ثمن بطاقة الدخول الواحدة.

المستقيمان والقاطع Lines and Transversal

2-1

لماذا؟

تُظهر غرفة الخداع البصري أن الشخص الواقف في الزاوية اليمنى أكبر من الشخص الواقف في الزاوية اليسرى. وفي المنظر الأمامي، يبدو الحائطان الأمامي والخلفي متوازيين في حين أنهما ليسا كذلك.



ويبدو السقف والأرضية أفقيين، ولكنهما في الحقيقة ليسا أفقيين.

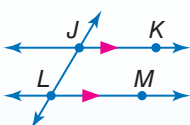
العلاقات بين المستقيمتين والمستويات: استعملت مستقيمتان متوازيتان ومتقاطعة ومتخالفة بالإضافة إلى مستويات متقاطعة وأخرى متوازية؛ لتصميم غرفة الخداع كما يتضح في الرسم السابق.

أضف إلى
مطوبتك

التوازي والتخالف

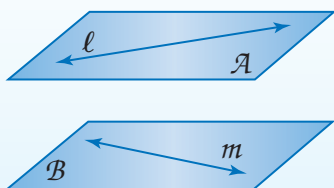
مفاهيم أساسية

تستعمل رؤوس الأسهم لتدل على توازي مستقيمين.



المستقيمان المتوازيان هما مستقيمان لا يتقاطعان أبداً ويقعان في المستوى نفسه.

مثال: $\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$



المستقيمان المتخالفان هما مستقيمان لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه.

مثال: المستقيمان l, m متخالفان.

المستويان المتوازيان هما مستويان غير متقاطعين.

مثال: المستويان A, B متوازيان.

تقرأ $\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{JK}$: المستقيم JK يوازي المستقيم LM

إذا كانت القطع المستقيمة أو أنصاف المستقيمتين أجزاءً من مستقيمتين متوازيتين أو متخالفتين، فإنها تكون متوازية أو متخالفة أيضاً.

تحديد علاقات التوازي والتخالف

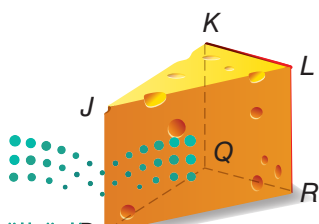
مثال 1 من واقع الحياة

حدّد كلّ مما يأتي مستعملاً قطعة الجبن في الشكل المجاور:

(a) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overleftrightarrow{JP}$.

(b) جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overleftrightarrow{KL}$.

(c) مستوى يوازي المستوى PQR .



فيما سبق:

استعملت علاقات الزوايا والقطع المستقيمة لأبرهن نظريات.

(الدروس من 1-5 إلى 1-8)

والآن:

- أتعرف العلاقات بين مستقيمين أو مستويين.
- أسمي أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين وقاطع لهما.

المفردات

المستقيمان المتوازيان
parallel lines

المستقيمان المتخالفان
skew lines

المستويان المتوازيان
parallel planes

القاطع
transversal

الزوايا الداخلية
interior angles

الزوايا الخارجية
exterior angles

الزاويتان المتتاليتان
consecutive angles

الزاويتان المتبادلتان
داخلياً

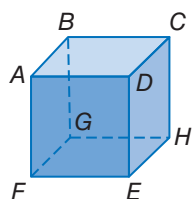
alternate interior angles

الزاويتان المتبادلتان
خارجياً

alternate exterior angles

الزاويتان المتناظرتان
corresponding angles

تحقق من فهمك



حدد كلاً مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور :

(1A) جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overleftrightarrow{BC}$.

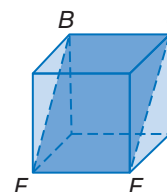
(1B) قطعة مستقيمة توازي $\overleftrightarrow{EH}$.

(1C) جميع المستويات التي توازي المستوى DCH .

تنبيه

التوازي والتخالف

في تمرين تحقق من فهمك 1A : $\overleftrightarrow{FE}$ لا يخالف $\overleftrightarrow{BC}$ بل يوازيه، وذلك لأنهما لا يتقاطعان ويقعان في المستوى BCF .



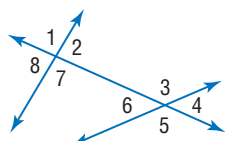
علاقات أزواج الزوايا الناتجة عن القاطع: القاطع هو المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر في المستوى نفسه وفي نقاط مختلفة. ففي الشكل أدناه، المستقيم t قاطع للمستقيمين q, r . لاحظ أن المستقيم t يشكل ثنائي زوايا مع المستقيمين q, r . وأزواج محددة من هذه الزوايا لها أسماء خاصة.

اضف إلى مطبعتك	مفاهيم أساسية	علاقات أزواج الزوايا الناتجة عن القاطع
	توجد أربع زوايا داخلية في المنطقة بين المستقيمين q, r .	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
	توجد أربع زوايا خارجية في منطقتين ليستا بين q, r .	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
	الزوايتان المتحالفتان هما زاويتان داخليتان واقعتان في جهة واحدة من القاطع t .	$\angle 6$ و $\angle 3$ ، $\angle 5$ و $\angle 4$
	الزوايتان المتبادلتان داخلياً هما زاويتان داخليتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع t .	$\angle 6$ و $\angle 4$ ، $\angle 5$ و $\angle 3$
	الزوايتان المتبادلتان خارجياً هما زاويتان خارجيتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع t .	$\angle 8$ و $\angle 2$ ، $\angle 7$ و $\angle 1$
	الزوايتان المتناظرتان هما زاويتان تقعان في جهة واحدة من القاطع t وفي الجهة نفسها من المستقيمين q, r .	$\angle 6$ و $\angle 2$ ، $\angle 5$ و $\angle 1$ ، $\angle 8$ و $\angle 4$ ، $\angle 7$ و $\angle 3$

مثال 2

تصنيف علاقات أزواج الزوايا

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين:



(b) $\angle 6$ و $\angle 7$

(a) $\angle 1$ و $\angle 5$

(d) $\angle 2$ و $\angle 6$

(c) $\angle 2$ و $\angle 4$

تحقق من فهمك

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

(2C) $\angle 8$ و $\angle 4$

(2B) $\angle 7$ و $\angle 5$

(2A) $\angle 7$ و $\angle 3$

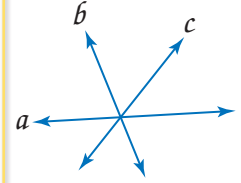
(2D) $\angle 2$ و $\angle 3$

عندما يوجد في الشكل أكثر من قاطع واحد، عيّن أولاً القاطع الذي ينتج عنه زوج الزوايا المعطاة، بتعيين المستقيم الذي يصل بين رأسيهما.

إرشادات للدراسة

القاطع

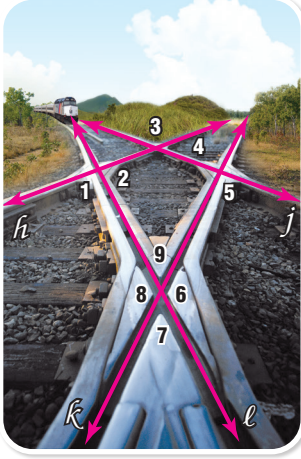
في الشكل أدناه،
المستقيم c ليس قاطعاً
للمستقيمين a, b ،
لأن المستقيم c يقطع
المستقيمين a, b في
نقطة واحدة فقط.



تحديد القاطع وتصنيف أزواج الزوايا

مثال 3

استعمل صورة تقاطع سكك القطار المجاورة؛ لتحديد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف الأزواج إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين.



(a) $\angle 1$ و $\angle 3$

(b) $\angle 5$ و $\angle 6$

(c) $\angle 2$ و $\angle 6$

تحقق من فهمك

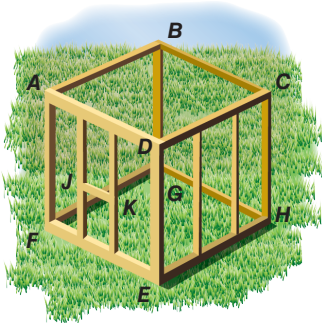
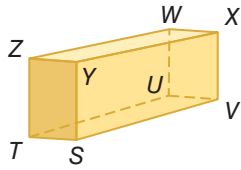
(3D) $\angle 2$ و $\angle 9$

(3C) $\angle 5$ و $\angle 7$

(3B) $\angle 2$ و $\angle 8$

(3A) $\angle 3$ و $\angle 5$

تأكد



حدد كلاً مما يأتي مستعملاً متوازي المستطيلات في الشكل المجاور :

(1) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{SV}$.

(2) مستوى يوازي المستوى ZWX .

(3) قطعة مستقيمة تخالف $\overline{TS}$ وتحتوي على النقطة W .

(4) إنشاءات: استعمل الشكل المجاور لتحديد كل مما يأتي :

(a) ثلاثة أزواج من المستويات المتوازية.

(b) ثلاث قطع مستقيمة توازي $\overline{DE}$.

(c) قطعتين مستقيمتين توازيان $\overline{FE}$.

(d) زوجين من القطع المستقيمة المتخالفة.

المثال 1



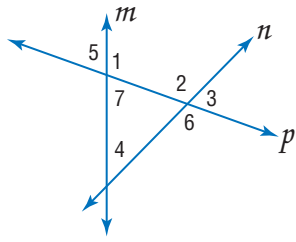
مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين.

(6) $\angle 2$ و $\angle 4$

(5) $\angle 1$ و $\angle 8$

(8) $\angle 6$ و $\angle 7$

(7) $\angle 3$ و $\angle 6$



استعمل الشكل المجاور لتحديد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف زوج الزوايا إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين:

- (9) $\angle 4$ و $\angle 2$ (10) $\angle 5$ و $\angle 6$
 (11) $\angle 4$ و $\angle 7$ (12) $\angle 2$ و $\angle 7$

المثال 3

تدرب وحل المسائل

المثال 1

حدّد كلّ مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور :

- (13) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{DM}$.
 (14) مستوى يوازي المستوى ACD .
 (15) قطعة مستقيمة تخالف $\overline{BC}$.
 (16) مستوى يتقاطع مع المستوى EDM .
 (17) جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overline{AE}$.
 (18) قطعة مستقيمة توازي $\overline{EN}$.
 (19) قطعة مستقيمة توازي $\overline{AB}$ وتمر بالنقطة J .
 (20) قطعة مستقيمة تخالف $\overline{CL}$ وتمر بالنقطة E .

المثال 2

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين.

- (21) $\angle 4$ و $\angle 9$ (22) $\angle 5$ و $\angle 7$
 (23) $\angle 3$ و $\angle 5$ (24) $\angle 10$ و $\angle 11$
 (25) $\angle 1$ و $\angle 6$ (26) $\angle 6$ و $\angle 8$
 (27) $\angle 2$ و $\angle 3$ (28) $\angle 9$ و $\angle 10$
 (29) $\angle 4$ و $\angle 11$ (30) $\angle 7$ و $\angle 11$

المثال 3



الربط مع الحياة

لا يسمح بتقاطع خطوط التوصيل بين أبراج الكهرباء، لتجنب حدوث تماس يؤدي إلى انقطاع التيار الكهربائي أو إشعال الحرائق.

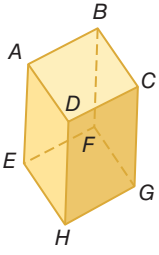


سلم طوارئ: استعمل صورة سلم الطوارئ المجاورة؛ لتحديد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف زوج الزوايا إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين:

- (31) $\angle 1$ و $\angle 3$ (32) $\angle 2$ و $\angle 4$
 (33) $\angle 4$ و $\angle 5$ (34) $\angle 5$ و $\angle 6$
 (35) $\angle 7$ و $\angle 8$ (36) $\angle 2$ و $\angle 3$

كهرباء: استعمل الصورة المجاورة في فقرة الربط مع الحياة والمعلومات أدناها للإجابة عما يأتي:

- (a) ماذا يجب أن تكون عليه العلاقة بين خطي التوصيل الكهربائي m و p ؟ وضّح إجابتك.
 (b) ما العلاقة بين ذراع الحمل q وخطي التوصيل الكهربائي m و p ؟



استعمل الشكل المجاور لتصف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة الآتية بكتابة:
متوازيان، أو متخالفتان، أو متقاطعتان:

(39) $\overline{CG}$ و $\overline{AB}$

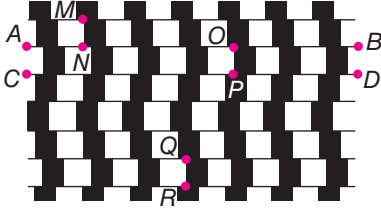
(38) $\overline{BC}$ و $\overline{FG}$

(41) $\overline{BF}$ و $\overline{DH}$

(40) $\overline{HG}$ و $\overline{DH}$

(43) $\overline{AD}$ و $\overline{CD}$

(42) $\overline{BC}$ و $\overline{EF}$

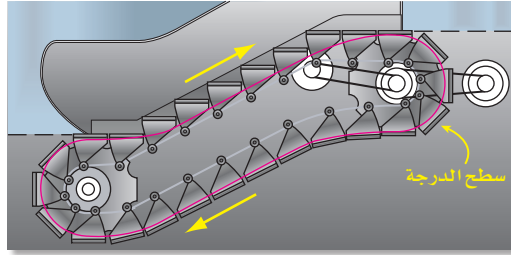


(44) **خداع بصري:** صمّم نموذج الخداع البصري المجاور باستعمال مربعات متطابقة ومستقيمات فقط.

(a) ما العلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ ؟ فسّر تبريرك.

(b) ما العلاقة بين $\overline{MN}$ و $\overline{QR}$ ؟ وما العلاقة بين القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ والقطعة المستقيمة $\overline{OP}$ ؟

(45) **سلم كهربائي:** يتكون السلم الكهربائي من درجات مثبتة على مسار متصل بمحرك، حيث تُطوى درجات أعلى السلم وأسفله؛ ليتكون سطح مستوٍ عند الدخول والخروج كما في الشكل التالي.



(a) ما العلاقة بين أسطح الدرجات الصاعدة؟

(b) ما العلاقة بين أسطح الدرجات الثلاث أعلى السلم؟

(c) ما العلاقة بين أسطح الدرجات الصاعدة وأسطح الدرجات الهابطة في مسار السلم؟

مسائل مهارات التفكير العليا

(46) **مسألة مفتوحة:** يحوي المستوى P المستقيمين المتوازيين a, b . ويقطع المستقيم c المستوى P عند النقطة J . إذا كان المستقيمان a, c متخالفين، والمستقيمان b, c غير متخالفين، فارسم شكلاً يمثل هذا الوصف.

(47) **تحديد:** افترض أن النقاط A, B, C تقع في المستوى P ، وأن النقاط D, E, F تقع في المستوى Q . وأن المستقيم m يحوي النقطتين D, F ولا يقطع المستوى P . وأن المستقيم n يحوي النقطتين A, E .

(a) ارسم شكلاً يمثل هذا الوصف.

(b) ما العلاقة بين المستويين P و Q ؟

(c) ما العلاقة بين المستقيمين m و n ؟

تبرير: المستويان X و Y متوازيان، والمستوى Z يقطع المستوى X . والمستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ يقع في المستوى X ، والمستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ يقع في المستوى Y ، والمستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ يقع في المستوى Z . حدّد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً. وضع إجابتك:

(49) $\overleftrightarrow{AB}$ يقطع $\overleftrightarrow{EF}$

(48) $\overleftrightarrow{AB}$ يخالف $\overleftrightarrow{CD}$

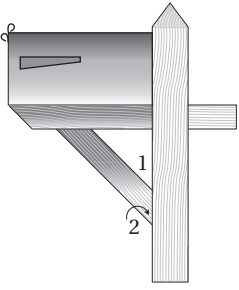
(50) **اكتب:** وضح لماذا لا يكون المستويان متخالفين أبداً.



الربط مع الحياة

السلالم الكهربائية أكثر فعالية من المصاعد في الارتفاعات القصيرة، وذلك بسبب قدرتها الاستيعابية الكبيرة، إذ يمكن لبعض السلالم الكهربائية نقل 6000 شخص خلال ساعة واحدة.

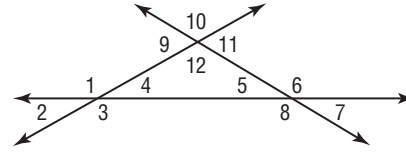
تدريب على اختبار



(52) يمثل الشكل المجاور صندوق بريد. أي مما يأتي يصف $\angle 1$ و $\angle 2$ ؟

- A زاويتان متبادلتان خارجياً
- B زاويتان متبادلتان داخلياً
- C زاويتان متحالفتان
- D زاويتان متناظرتان

(51) أي مما يأتي يمثل زاويتين متبادلتين خارجياً؟



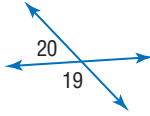
- A $\angle 1$ و $\angle 5$
- B $\angle 2$ و $\angle 6$
- C $\angle 10$ و $\angle 2$
- D $\angle 9$ و $\angle 5$

مراجعة تراكمية

أوجد قياسات الزوايا المرقمة في كل مما يأتي: (الدرس 1-8)

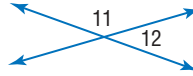
(55) $m\angle 19 = (100 + 20x)^\circ$,

$m\angle 20 = (20x)^\circ$



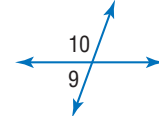
(54) $m\angle 11 = (4x)^\circ$,

$m\angle 12 = (2x - 6)^\circ$

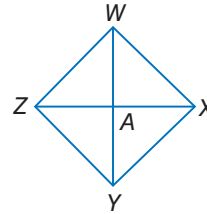


(53) $m\angle 9 = (2x - 4)^\circ$,

$m\angle 10 = (2x + 4)^\circ$



(56) برهان: أكمل البرهان الآتي: (الدرس 1-7)

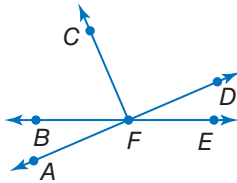


المعطيات: $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$
A نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{ZX}$.

المطلوب: $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$

(57) استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارتين الآتيتين، واذكر القانون الذي استعملته، وإذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة، فاكتب "لا نتيجة صائبة". (الدرس 1-4)

- A إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فإنهما ليستا متجاورتين على مستقيم.
- B إذا تجاورت زاويتان على مستقيم، فإنهما غير متطابقتين.



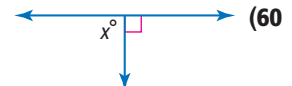
جبر: في الشكل المجاور: $\overline{FC} \perp \overline{AD}$. (مهارة سابقة)

(58) إذا كان $m\angle CFD = (12a + 45)^\circ$ ، فأوجد قيمة a .

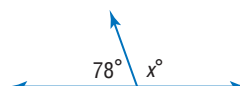
(59) إذا كان $m\angle AFB = (8x - 6)^\circ$ و $m\angle BFC = (14x + 8)^\circ$ ، فأوجد قيمة x .

استعد للدرس اللاحق

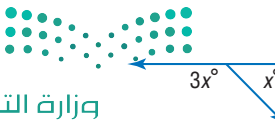
أوجد قيمة x في كل مما يأتي:



(61)



(62)



حلّ النتائج:

(1) سجّل القياسات من الخطوة 4 في جدول يشبه الجدول المجاور. أي الزوايا لها القياس نفسه؟

الزوايا	$\angle JBD$	$\angle KBD$	$\angle ABK$	$\angle JBA$	$\angle FAB$	$\angle GAB$	$\angle CAG$	$\angle FAC$
القياس الأول								

(2) اسحب النقطة C أو D لتحرك القاطع $\overleftrightarrow{AB}$ ، بحيث يقطع المستقيمين المتوازيين بزواوية مختلفة. أضف صفًا بعنوان القياس الثاني إلى جدولك، ثم سجّل القياسات الجديدة. كرر هذه الخطوات، بإضافة صفوف أخرى عناوينها: القياس الثالث، القياس الرابع، ...

(3) باستعمال الزوايا المدوّنة في الجدول، عيّّن أزواج الزوايا التي لها الأسماء الخاصة الآتية، وصِف العلاقة بين قياساتها، ثم اكتب تخمينًا على صورة (إذا... فإن...) حول قياس كل زوج من الزوايا الناتجة عن مستقيمين متوازيين وقاطع لهما.

(a) متناظران (b) متبادلتان داخليًا (c) متبادلتان خارجيًا (d) متحالفتان

(4) اسحب النقطة C أو D ، بحيث يكون قياس أيٍّ من الزوايا 90°

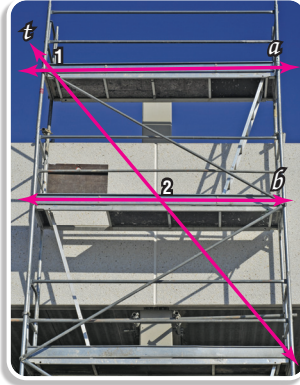
(a) ماذا تلاحظ حول قياسات الزوايا الأخرى؟

(b) كوّن تخمينًا حول القاطع الذي يكون عموديًا على أحد المستقيمين المتوازيين.



الزوايا والمستقيمات المتوازية Angles and Parallel Lines

2-2



لماذا؟

تستعمل طريقة السقالات كثيراً في أعمال البناء، وتتكون من أذرع معدنية موصولة بطريقة هندسية توفر مساحات عمل أفقية عند ارتفاعات مختلفة وبطريقة آمنة. فالقاطع t المبين في الصورة يوفر دعامة لمساحتي العمل المتوازيين.

المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا: في الصورة المجاورة: المستقيم t قاطع للمستقيمين a, b ؛ إذن $\angle 1$ و $\angle 2$ متناظران. وبما أن a, b متوازيان؛ لذا فإن هناك علاقة خاصة بين $\angle 1$ و $\angle 2$.

فيما سبق:

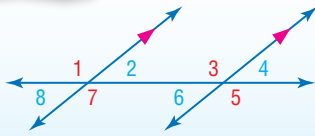
درسنا تسمية أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين وقاطع لهما.

(الدرس 2-1)

والآن:

- أستعمل نظريات المستقيمين المتوازيين لتحديد العلاقات بين أزواج محددة من الزوايا.
- أستعمل الجبر لأجد قياسات الزوايا.

أضف إلى
مطوياتك



مسألة 2.1

إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.

أمثلة: $\angle 1 \cong \angle 3, \angle 2 \cong \angle 4, \angle 5 \cong \angle 7, \angle 6 \cong \angle 8$

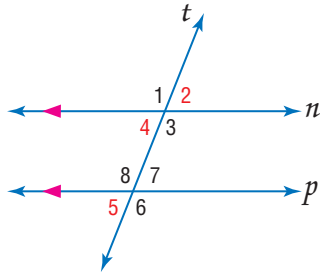
استعمال مسألة الزاويتين المتناظرتين

مثال 1

في الشكل المجاور: $m\angle 5 = 72^\circ$. أوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.

$\angle 4$ (a)

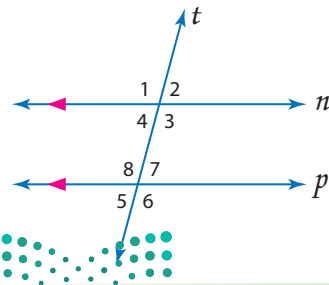
$\angle 2$ (b)



تحقق من فهمك

في الشكل المجاور: $m\angle 8 = 105^\circ$. أوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.

$\angle 3$ (1C) $\angle 2$ (1B) $\angle 1$ (1A)

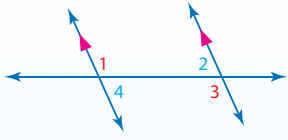


في المثال 1، الزاويتان المتبادلتان خارجياً 2, 5 متطابقتان، ويقود هذا المثال إلى النظريات الآتية حول العلاقة بين أزواج أخرى من الزوايا الناتجة عن مستقيمين متوازيين وقاطع لهما.

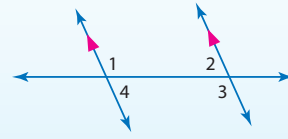
أضف إلى
مطوبتك

المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا

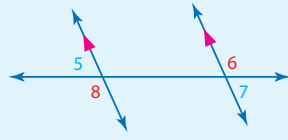
نظريات



2.1 نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان.
أمثلة: $\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$



2.2 نظرية الزاويتين المتحالفتين: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
أمثلة: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
 $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.



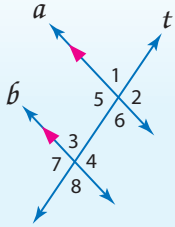
2.3 نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين خارجياً متطابقتان.
أمثلة: $\angle 5 \cong \angle 7$ و $\angle 6 \cong \angle 8$

ستبرهن النظريتين 2.2 و 2.3 في السؤالين 28 و 33 على الترتيب

بما أن المسلّمات تُقبل دون برهان، فيمكنك استعمال مسلّمة الزاويتين المتناظرتين لإثبات كلّ من النظريات السابقة.

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

برهان



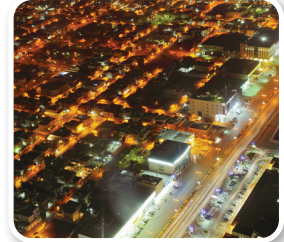
المعطيات: $a \parallel b$

قاطع t للمستقيمين a, b .

المطلوب: $\angle 4 \cong \angle 5$ ، $\angle 3 \cong \angle 6$

برهان حر:

لدينا من المعطيات $a \parallel b$ ، والمستقيم t قاطع لهما. ومن مسلّمة الزاويتين المتناظرتين $\angle 2 \cong \angle 4$ و $\angle 6 \cong \angle 8$. وكذلك $\angle 5 \cong \angle 2$ و $\angle 8 \cong \angle 3$ ؛ لأن الزاويتين المتقابلتين بالرأس متطابقتان؛ لذا فإن $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 6 \cong \angle 3$ بحسب خاصية التعدي للتطابق.



الربط مع الحياة

عند تخطيط الأحياء الجديدة في بعض المدن، يُشترط ألا يقل قياس زوايا تقاطعات شوارعها عن 60° .

استعمال نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا

مثال 2 من واقع الحياة



تخطيط المدن: شارع A وشارع B متوازيان ويقطعهما شارع C.

فإذا كان $m\angle 1 = 118^\circ$ ، فأوجد $m\angle 2$ ، واذكر المسلّمات أو النظريات التي استعملتها.

تحقق من فهمك

تخطيط المدن: استعمل الشكل أعلاه للإجابة عن السؤالين الآتيين، واذكر المسلّمات أو النظريات التي استعملتها:

(2A) إذا كان $m\angle 1 = 100^\circ$ ، فأوجد $m\angle 4$.

(2B) إذا كان $m\angle 3 = 70^\circ$ ، فأوجد $m\angle 4$.

وزارة التعليم

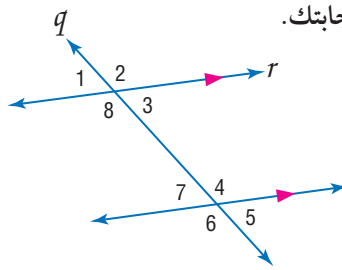
Ministry of Education

2021 - 1443

الجبر وقياسات الزوايا: يمكنك استعمال العلاقات الخاصة بين الزوايا الناتجة عن مستقيمين متوازيين وقاطع لهما لإيجاد القيم المجهولة.

مثال 3

إيجاد قيم المتغيرات



جبر: استعمل الشكل المجاور لإيجاد المتغير في كل مما يأتي. برّر إجابتك.

(a) إذا كان $m\angle 1 = 85^\circ$, $m\angle 4 = (2x - 17)^\circ$, فأوجد قيمة x .

(b) إذا كان $m\angle 7 = (7y + 6)^\circ$, $m\angle 3 = (4y + 30)^\circ$, فأوجد قيمة y .

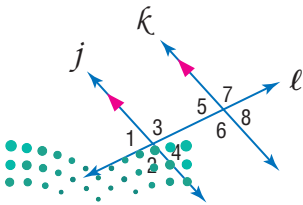
إرشادات للدراسة

تطبيق المسلمات

والنظريات

طبّق مسلمات ونظريات هذا الدرس على المستقيمات المتوازية التي يقطعها قاطع فقط؛ لذا لا تفترض توازي مستقيمين إلا إذا ورد ذلك في النص، أو وجدت أسهم على المستقيمات تُشير إلى توازيها.

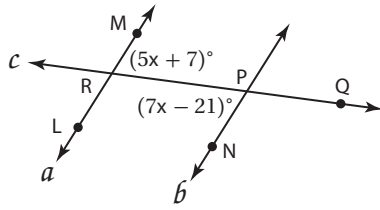
تحقق من فهمك



(3A) إذا كان $m\angle 2 = (4x + 7)^\circ$, $m\angle 7 = (5x - 13)^\circ$, فأوجد قيمة x .

(3B) إذا كان $m\angle 5 = 68^\circ$, $m\angle 3 = (3y - 2)^\circ$, فأوجد قيمة y .

مثال 4 من الاختبار

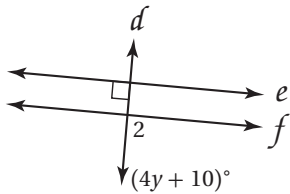


مسألة مفتوحة: إذا كان $a \parallel b$ فأوجد $m\angle MRQ$. وبيّن خطوات الحل.

إرشادات للاختبار

تحديد المطلوب

أعد قراءة سؤال الاختبار بدقة لتحديد المطلوب. ففي المثال 4: يقع بعض الطلاب في خطأ شائع هو التوقف بعد إيجاد قيمة x ، والقول إن إجابة هذا السؤال هي 14.



تحقق من فهمك

(4) إذا كان $e \parallel f$ ، فأوجد قيمة y مبيناً خطوات الحل.

تنتج علاقة خاصة عندما يكون القاطع لمستقيمين متوازيين عمودياً عليهما.

نظرية 2.4

نظرية القاطع العمودي

إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين في مستوى، فإنه يكون عمودياً على المستقيم الآخر.

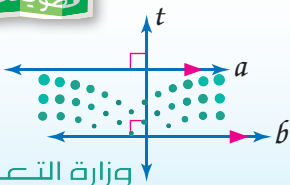
مثال: إذا كان $a \parallel b$ ، و $t \perp a$ ، فإن $t \perp b$.

قراءة الرياضيات

العمودي تذكر

أن الرمز $t \perp b$ يقرأ على النحو الآتي: المستقيم b عمودي على المستقيم t .

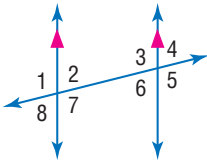
أضف إلى
مطوياتك



وزارة التعليم
Ministry of Education

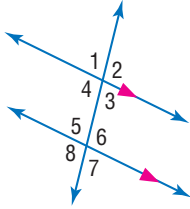
2021 - 1443

ستبرهن النظرية 2.4 في السؤال 34



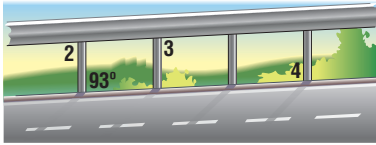
في الشكل المجاور: $m\angle 1 = 94^\circ$. أوجد قياس كل من الزوايا الآتية،
واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:

- (1) $\angle 3$ (2) $\angle 5$ (3) $\angle 4$



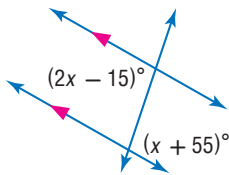
في الشكل المجاور: $m\angle 4 = 101^\circ$. أوجد قياس كل من الزوايا الآتية،
واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:

- (4) $\angle 6$ (5) $\angle 7$ (6) $\angle 5$

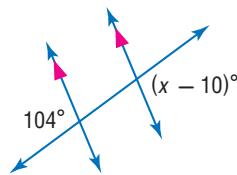


(7) **طرق:** حاجز الحماية في الشكل المجاور يوازي سطح الطريق، والدعامات الرأسية يوازي بعضها بعضاً.
أوجد قياسات الزوايا 2, 3, 4.

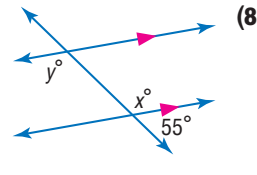
المثال 3 أوجد قيمة كل متغير في الأشكال الآتية. برّر إجابتك:



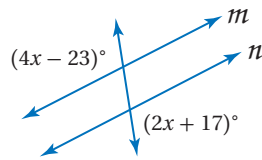
(10)



(9)

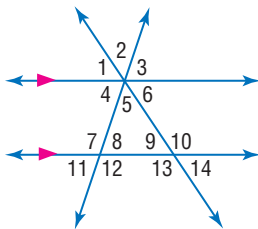


(8)



المثال 4 (11) **إجابة قصيرة:** إذا كان $m \parallel n$ ، فأوجد قيمة x .
بيّن خطوات حلك.

تدرب وحل المسائل

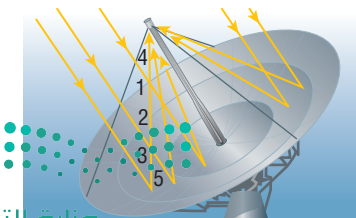


في الشكل المجاور: $m\angle 11 = 22^\circ$ و $m\angle 14 = 18^\circ$ ، أوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:

- (12) $\angle 4$ (13) $\angle 3$ (14) $\angle 2$
(15) $\angle 10$ (16) $\angle 5$ (17) $\angle 1$

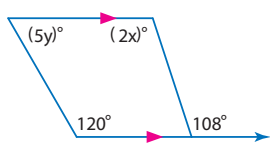
طاقة شمسية: يجمع الطبق الشمسي الطاقة بتوجيه أشعة الشمس نحو مستقبل يقع في بؤرة الطبق. مفترضاً أن أشعة الشمس متوازية، حدّد العلاقة بين أزواج الزوايا الآتية. برّر إجابتك:

- (18) $\angle 1$ و $\angle 2$ (19) $\angle 1$ و $\angle 3$
(20) $\angle 4$ و $\angle 5$ (21) $\angle 3$ و $\angle 4$

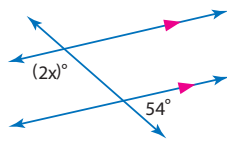


المثال 3

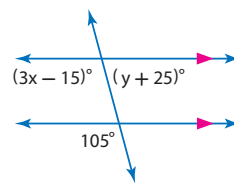
أوجد قيمة كل متغير في الأشكال الآتية. برّر إجابتك:



(24)

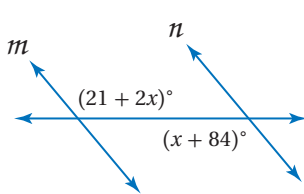


(23)

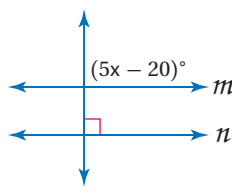


(22)

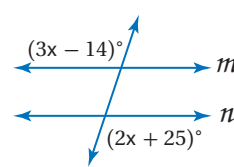
إذا كان $m \parallel n$ ، فأوجد قيمة x في كل مما يأتي، وحدّد المسلّمة أو النظرية التي استعملتها:



(27)



(26)

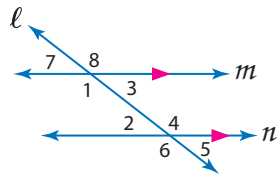


(25)

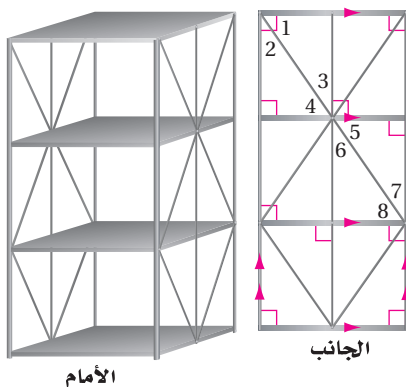
المثال 4

(28) **برهان:** أكمل برهان النظرية 2.2.

المعطيات: $m \parallel n$ ، ℓ قاطع للمستقيمين m, n .
المطلوب: $\angle 1$, $\angle 2$ متكاملتان، $\angle 3$, $\angle 4$ متكاملتان.
البرهان:



المبررات	العبارات
(a) مُعطى	(a) ؟
(b) ؟	(b) $\angle 1, \angle 3$ متجاورتان على مستقيم
(c) نظرية الزاويتين المتكاملتين.	$\angle 2, \angle 4$ متجاورتان على مستقيم
(d) ؟	(c) ؟
(e) تعريف تطابق الزوايا.	(d) $\angle 1 \cong \angle 4, \angle 2 \cong \angle 3$
(f) ؟	(e) $m\angle 1 = m\angle 4, m\angle 2 = m\angle 3$
	(f) ؟



تخزين: عند تركيب الرفوف، تُضاف دعائم جانبية متقاطعة. حدّد العلاقة بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي. برّر إجابتك:

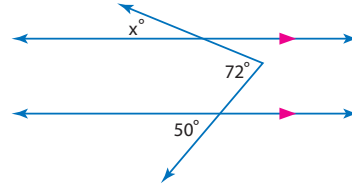
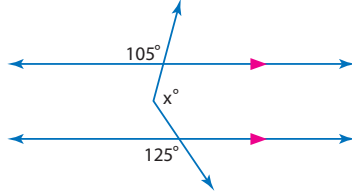
(29) $\angle 1$ و $\angle 8$ (30) $\angle 1$ و $\angle 5$

(31) $\angle 3$ و $\angle 6$ (32) $\angle 1$ و $\angle 2$

(33) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين لنظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا. (نظرية 2.3).

(34) **برهان:** أثبت أنه إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين في مستوي، فإنه يكون عمودياً على الآخر. (نظرية 2.4).

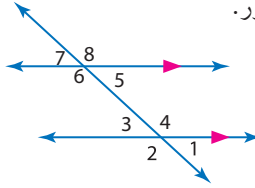
أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين: (إرشاد: ارسم مستقيماً مساعداً)



(36)

(35)

(37) **احتمالات:** افترض أنك اخترت عشوائياً زوجاً من الزوايا في الشكل المجاور.



(a) ما عدد الطرق الممكنة لاختيار زوج الزوايا؟ برّر إجابتك.

(b) صف العلاقات الممكنة بين زاويتي كل زوج. برّر إجابتك.

(c) أوجد احتمال اختيار زوج من الزوايا المتطابقة. برّر إجابتك.

(38) **تمثيلات متعددة:** ستبحث في هذه المسألة العلاقة بين الزوايا الخارجية الواقعة في الجهة نفسها.

(a) هندسياً: ارسم خمسة أزواج من المستقيمات المتوازية m و n ، و a و b ، و r و s ، و k و j ، و x و y يقطع كلاً منها قاطع t ، ثم قس جميع الزوايا الناتجة. (يمكنك استخدام الآلة البيانية في هذا التمرين)

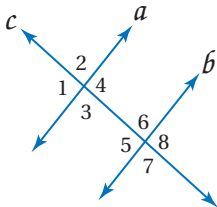
(b) جدولياً: دوّن بياناتك في جدول.

(c) لفظياً: ضع تخميناً حول العلاقة بين الزاويتين الخارجيتين الواقعتين في جهة واحدة من القاطع.

(d) منطقياً: ما نوع التبرير الذي استعملته لوضع تخمينك؟ برّر إجابتك.

(e) برهان: برهن تخمينك.

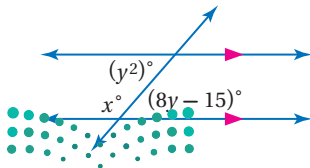
مسائل مهارات التفكير العليا



(39) **اكتب:** إذا كان المستقيم a يوازي المستقيم b ، و $\angle 1 \cong \angle 2$.

فصف العلاقة بين المستقيمين b و c . وبرّر إجابتك.

(40) **اكتب:** حدّد أوجه الشبه والاختلاف بين نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، ونظرية الزاويتين المتحالفتين.



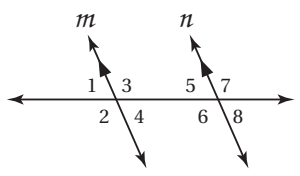
(41) **تحّد:** أوجد جميع قيم x ، y في الشكل المجاور.

(42) **تبرير:** ما أقل عدد من قياسات الزوايا التي يجب معرفتها حتى يكون

بمقدورك تحديد قياسات جميع الزوايا الناتجة عن مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع؟ وضح إجابتك.

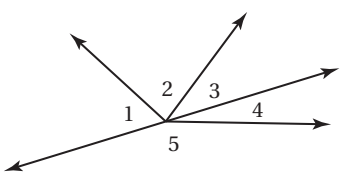
تدريب على اختبار

(44) إجابة قصيرة: إذا كان $m \parallel n$ ،
حدّد أي العبارات الآتية
صحيحة، وأيها خاطئة. وبرّر
إجابتك؟



(1) $\angle 3, \angle 6$ متبادلتان داخليًا.
(2) $\angle 4, \angle 6$ متحالفتان.
(3) $\angle 1, \angle 7$ متبادلتان خارجيًا.

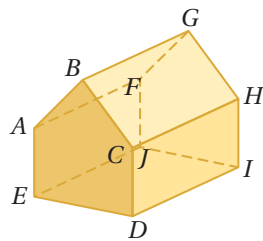
(43) افترض أن $\angle 4, \angle 5$ متجاورتان على مستقيم، إذا كان
 $m\angle 1 = (2x)^\circ, m\angle 2 = (3x - 20)^\circ, m\angle 3 = (x - 4)^\circ$
فما قيمة $m\angle 3$ ؟



A 26°
B 28°
C 30°
D 32°

مراجعة تراكمية

حدّد كلّ مما يأتي مستعملًا الشكل المجاور: **(الدرس 1-2)**



(45) جميع القطع المستقيمة التي توازي AB .

(46) جميع القطع المستقيمة التي تخالف CH .

(47) جميع المستويات التي توازي AEF .

(50) إذا كان $m\angle 4 = 32^\circ$ ،

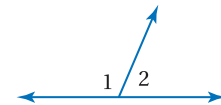
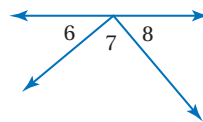
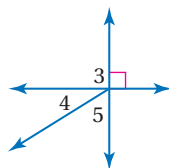
فأوجد $m\angle 5, m\angle 3$.

(49) إذا كانت $\angle 6, \angle 8$ متتامتين،

و $m\angle 8 = 47^\circ$ ، فأوجد $m\angle 6, m\angle 7$.

(48) إذا كانت $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على

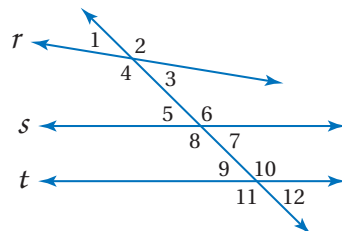
مستقيم، و $m\angle 2 = 67^\circ$ ، فأوجد $m\angle 1$.



(51) قطارات: وضع مهندس مخططًا لشبكة سكك حديدية تصل بين المدن A, B, C, D, E, F ، فرسم قطعة مستقيمة بين كل مدينتين على الخريطة، ولاحظ أن أي ثلاث مدن منها لا تقع على استقامة واحدة. ما عدد القطع المستقيمة التي رسمها المهندس؟ **(الدرس 5-1)**

استعد للدرس اللاحق

حدّد العلاقة بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي :



(52) $\angle 1, \angle 12$

(53) $\angle 7, \angle 10$

(54) $\angle 4, \angle 8$

(55) $\angle 2, \angle 11$





إثبات توازي مستقيمين

Proving Lines Parallel

2-3



لماذا؟

عندما تنظر إلى سكة القطار، تجد أن البعد بين خطيها ثابت دائماً حتى عند المنحنيات والمنعطفات. فقد صُممت السكك بدقة، بحيث يكون خطاها متوازيين عند جميع النقاط ليسير عليها القطار بأمان.

تحديد المستقيمين المتوازيين: خطاً سكة

القطار متوازيان، وكذلك جميع الخطوط العرضية في السكة متوازية أيضاً، والزوايا المتكوّنة بين خطي السكة والخطوط العرضية للسكة المتوازية متناظرة. درست سابقاً أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما يكون المستقيمان متوازيين. وعكس هذه العلاقة صحيح أيضاً.

فيما سبق:

درست استعمال خصائص المستقيمتين المتوازيين لتحديد الزوايا المتطابقة. (الدرس 2-2)

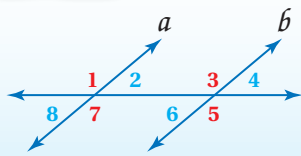
والآن:

- أميز المستقيمتين المتوازيين بناءً على علاقات بين أزواج من الزوايا الناتجة عن مستقيم قاطع.
- أبرهن توازي مستقيمين باستعمال العلاقات بين أزواج الزوايا.

أضف إلى

مطويتك

مسألة 2.2 عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين



إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونُتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.

أمثلة: إذا كانت: $\angle 6 \cong \angle 8$ أو $\angle 5 \cong \angle 7$ أو $\angle 2 \cong \angle 4$ أو $\angle 1 \cong \angle 3$ ، فإن $a \parallel b$.

يمكنك استعمال عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين لرسم مستقيمين متوازيين.

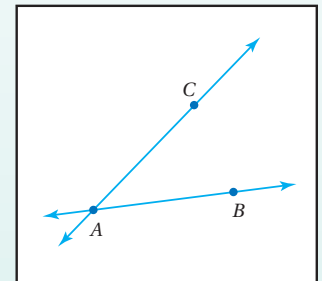
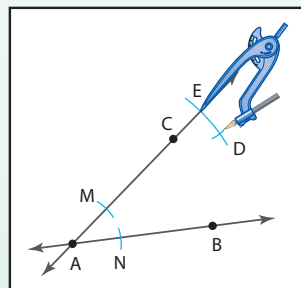
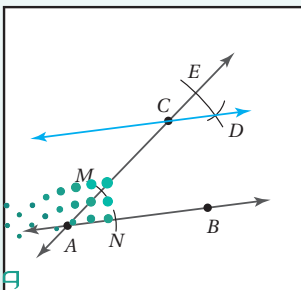
إنشاءات هندسية

رسم مستقيم مواز لمستقيم معلوم ويمر بنقطة لا تقع عليه

الخطوة 3: ارسم $\overleftrightarrow{CD}$. بما أن $\angle ECD \cong \angle CAB$ الإنشاء، وهما متناظرتان فإن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.

- الخطوة 2:** استعمل فرجاراً لنقل $\angle CAB$ ، بحيث تكون النقطة C رأس الزاوية الجديدة، وذلك من خلال الخطوات الآتية:
- ضع رأس الفرجار عند النقطة A ، وارسم قوسين يقطعان $\overleftrightarrow{AC}$ و $\overleftrightarrow{AB}$ في النقطتين M و N .
 - بفتحة الفرجار نفسها، ارسم قوساً مركزه C يقطع $\overleftrightarrow{AC}$ في النقطة E .
 - ارجع للنقطة M وافتح الفرجار بنفس طول $\overline{MN}$.
 - بفتحة الفرجار نفسها، ارسم قوساً مركزه E ، ويقطع القوس السابق في D كما في الشكل.

الخطوة 1: استعمل مسطرة لرسم $\overleftrightarrow{AB}$ ، وعين نقطة C لا تقع على $\overleftrightarrow{AB}$ ، وارسم $\overleftrightarrow{CA}$.



يبين الإنشاء السابق أنه يوجد على الأقل مستقيم واحد يمر بالنقطة C ويوازي $\overleftrightarrow{AB}$. والمسئلة الآتية تؤكد أن هذا المستقيم وحيد.

إرشادات للدراسة

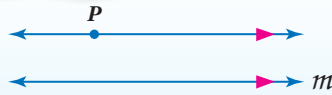
مسلمات إقليدس

أدرك مؤسس الهندسة الحديثة إقليدس أن عددًا قليلًا من المسلمات ضروري لبرهنة النظريات في زمانه. المسئلة 2.3 هي واحدة من مسلمات إقليدس الخمس الأساسية. وكذلك المسئلة 1.1 والنظرية 1.10 التي عدها مسئلة.

مسئلة 2.3

مسئلة التوازي

إذا عُلِّمَ مستقيم ونقطة لا تقع عليه، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعلوم.



ينتج عن المستقيمين المتوازيين وقاطع لهما أزواج من الزوايا المتطابقة. ويمكن أن تحدد أزواج الزوايا هذه ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا.

نظريات

أضف إلى مطويتك

إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 3$، فإن $p \parallel q$	2.5 عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.
إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، فإن $p \parallel q$	2.6 عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان، فإن المستقيمين متوازيان.
إذا كانت $\angle 6 \cong \angle 8$، فإن $p \parallel q$	2.7 عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.
إذا كان $r \perp q$ و $r \perp p$، فإن $p \parallel q$	2.8 عكس نظرية القاطع العمودي: إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، وكان عمودياً على كل منهما، فإن المستقيمين متوازيان.

ستبرهن النظريات 2.5, 2.6, 2.7, 2.8 في المسائل 5, 14, 17, 18

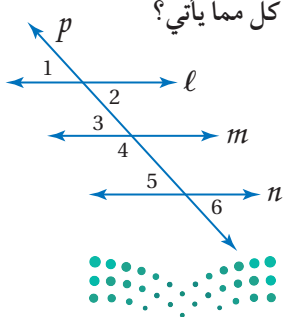
مثال 1

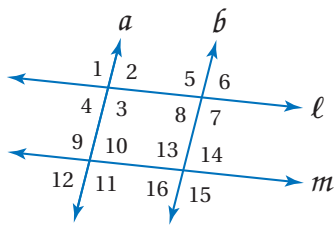
تعيين المستقيمات المتوازية

هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتماداً على المعطيات في كلٍّ مما يأتي؟ وإذا كان أيٌّ منها متوازيًا، فاذكر المسئلة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.

$$\angle 1 \cong \angle 6 \quad (a)$$

$$\angle 2 \cong \angle 3 \quad (b)$$





تحقق من فهمك

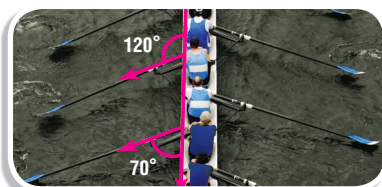
$$\begin{aligned} \angle 3 &\cong \angle 11 \quad (1B) & \angle 2 &\cong \angle 8 \quad (1A) \\ \angle 1 &\cong \angle 15 \quad (1D) & \angle 12 &\cong \angle 14 \quad (1C) \\ \angle 8 &\cong \angle 6 \quad (1F) & m\angle 8 + m\angle 13 &= 180^\circ \quad (1E) \end{aligned}$$

إثبات توازي مستقيمين: يمكن استعمال العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين وقاطع لهما لإثبات أن المستقيمين متوازيان.

مثال 2 من واقع الحياة إثبات توازي مستقيمين



سألهم: كل درجة من درجات السلم في الشكل المجاور عمودية على دعائيه الرئيسيتين، هل يمكن إثبات أن الدعائتين الرئيسيتين متوازيتان، وأن جميع الدرجات متوازية؟ وضح ذلك إن كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.



تحقق من فهمك

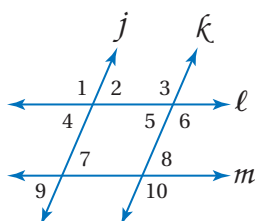
2 تجديف: حتى يتحرك قارب التجديف في مسار مستقيم، يجب أن تكون مجاديف كل جانب متوازية. هل يمكن أن تبرهن أن مجاديف الجانب الأيسر في الصورة المجاورة متوازية؟ وضح ذلك إن كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.

إرشادات للدراسة

إثبات توازي مستقيمين

عندما يقطع قاطع مستقيمين متوازيين، إما أن تكون أزواج الزوايا الناتجة متطابقة أو متكاملة. وإذا نتج عن مستقيمين وقاطع لهما زوايا لا تحقق هذا الشرط، فلا يمكن أن يكون المستقيمان متوازيين.

تأكد

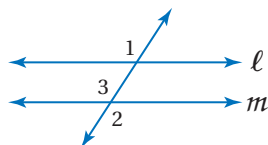


هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمتي الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا، فاذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

$$\angle 2 \cong \angle 5 \quad (2) \quad \angle 1 \cong \angle 3 \quad (1)$$

$$m\angle 6 + m\angle 8 = 180^\circ \quad (4) \quad \angle 3 \cong \angle 10 \quad (3)$$

5 برهان: أكمل برهان النظرية 2.5.

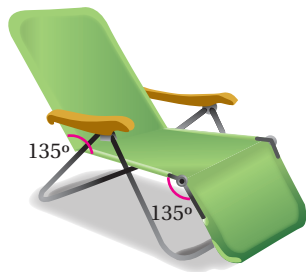


المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\ell \parallel m$

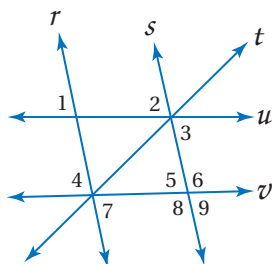
البرهان:

المعبرات	المبارات
(a) مُعطى	$\angle 1 \cong \angle 2$ (a)
(b) ؟	$\angle 2 \cong \angle 3$ (b)
(c) خاصية التعدي للتطابق	$\angle 1 \cong \angle 3$ (c)
(d) ؟	$\ell \parallel m$ (d)



6 كراسي: هل يمكن إثبات أن مسند الظهر ومسند القدمين لكرسي الاسترخاء في الشكل المجاور متوازيان؟ وضح ذلك إذا كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.

تدرب وحل المسائل



هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا، فاذكر المسلمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.

المثال 1

$$\angle 2 \cong \angle 9 \quad (8)$$

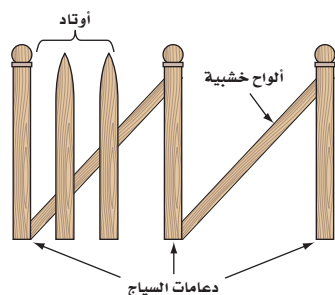
$$\angle 1 \cong \angle 2 \quad (7)$$

$$m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ \quad (10)$$

$$m\angle 7 + m\angle 8 = 180^\circ \quad (9)$$

$$\angle 4 \cong \angle 5 \quad (12)$$

$$\angle 3 \cong \angle 7 \quad (11)$$



13 حدائق: لبناء سياج حول حديقة المنزل، ثبتت سعود دعائم السياج، ووضع ألواحًا خشبية تميل بزاوية مع كل من دعائمي السياج. وعند تثبيته أوتاد السياج، حرص على أن تكون الزوايا بين الألواح الخشبية والأوتاد متساوية القياس. لماذا يجعل هذا الأوتاد متوازية؟

المثال 2

14 برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 2.6.

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لكل مما يأتي:

$$\angle 1 \cong \angle 2, \text{ المعطيات: } (16)$$

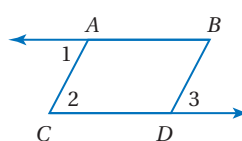
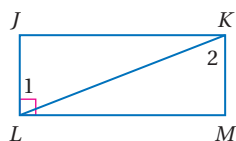
$$\angle 1 \cong \angle 3, \text{ المعطيات: } (15)$$

$$\overline{LJ} \perp \overline{ML}$$

$$\overline{AC} \parallel \overline{BD}$$

$$\overline{KM} \perp \overline{ML}, \text{ المطلوب: } (17)$$

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \text{ المطلوب: } (18)$$

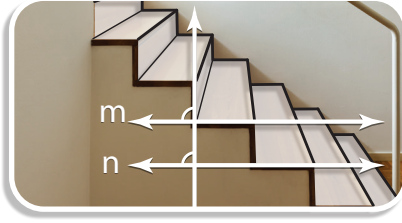


برهان: اكتب برهانًا حرًا لكل من النظريتين الآتيتين:



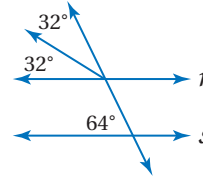
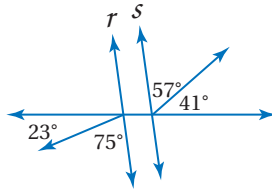
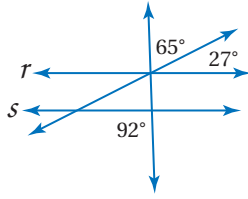
(18) النظرية 2.8

(17) النظرية 2.7

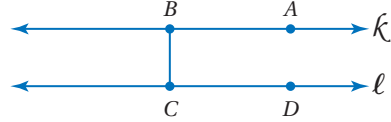


(19) **درج:** ما العلاقة بين حواف أسطح الدرجات في الشكل المجاور؟ برّر إجابتك.

حدّد ما إذا كان المستقيمان r, s متوازيين أم لا في كلّ مما يأتي. برّر إجابتك.



(23) **تمثيلات متعددة:** سوف تستكشف في هذه المسألة أقصر مسافة بين مستقيمين متوازيين. **(a) هندسيًا:** ارسم ثلاثة أزواج من المستقيمتين المتوازيتين x و y ، s و t ، k و l ، وارسم أقصر قطعة مستقيمة $\overline{BC}$ بين كل مستقيمين متوازيين، وعيّن النقطتين A, D كما في الشكل أدناه.

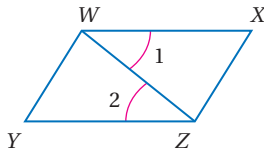


(b) **جدوليًا:** قس $\angle ABC$ و $\angle BCD$ في كل زوج، ثم أكمل الجدول.

$m\angle BCD$	$m\angle ABC$	زوج المستقيمتين المتوازيتين
		l و k
		t و s
		y و x

(c) **لفظيًا:** ضع تخمينًا حول الزاوية بين أقصر قطعة مستقيمة وكلّ من المستقيمين المتوازيين.

مسائل مهارات التفكير العليا



(24) **اكتشف الخطأ:** يحاول كلّ من سامي ومنصور تحديد المستقيمتين المتوازيتين في الشكل المجاور. فقال سامي: بما أن $\angle 1 \cong \angle 2$ ، إذن $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$. أما منصور فلم يوافقته وقال: بما أن $\angle 1 \cong \angle 2$ ، إذن $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$. أيّ منهما على صواب؟ وضح إجابتك.

(25) **تبرير:** هل تبقى النظرية 2.8 صحيحة إذا كان المستقيمان لا يقعان في المستوى نفسه؟ ارسم شكلًا يبرر إجابتك.

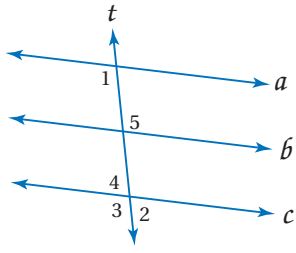
(26) **مسألة مفتوحة:** ارسم المثلث ABC .

(a) أنشئ مستقيماً يوازي $\overline{BC}$ ويمر بالنقطة A .

(b) استعمل القياس؛ لتتحقق من أن المستقيم الذي رسمته يوازي $\overline{BC}$.

(c) أثبت صحة الإنشاء رياضيًا.





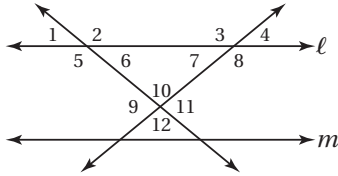
(27) تحدّ: استعمل الشكل المجاور.

(a) إذا كان: $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ ، فبرهن أن $a \parallel c$.

(b) إذا كان: $a \parallel c$ و $m\angle 1 + m\angle 3 = 180^\circ$ ، فبرهن أن $t \perp c$.

(28) اكتب: لخص الطرائق الخمس التي استعملت في هذا الدرس لإثبات توازي مستقيمين.

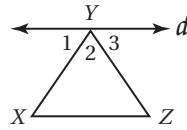
تدريب على اختبار



(30) استعمل الشكل المجاور لتحديد أن صحة أي مما يأتي ليست مؤكدة:

- A** $\angle 4 \cong \angle 7$
B $\angle 4$ و $\angle 8$ متكاملتان
C $\ell \parallel m$
D $\angle 5$ و $\angle 6$ متكاملتان

(29) أي الحقائق الآتية كافية لإثبات أن المستقيم d يوازي $\overline{XZ}$ ؟



- A** $\angle 1 \cong \angle 3$
B $\angle 3 \cong \angle Z$
C $\angle 1 \cong \angle Z$
D $\angle 2 \cong \angle X$

مراجعة تراكمية

أعط مثلاً مضاداً لتبيين خطأ كل تخمين في السؤالين الآتيين: (الدرس 1-1)

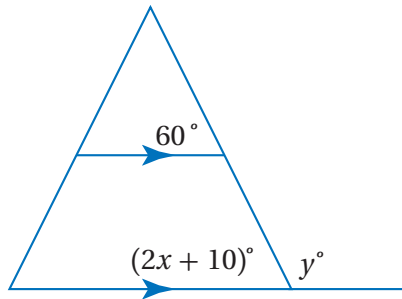
(31) المُعطيات: $\angle 1$, $\angle 2$ متتامتان.

التخمين: $\angle 1$, $\angle 2$ تكونان زاوية قائمة.

(32) المُعطيات: W, X, Y, Z أربع نقاط.

التخمين: النقاط W, X, Y, Z لا تقع على استقامة واحدة.

احسب قيمة x , y على الشكل التالي: (الدرس 2-2)



استعد للدرس اللاحق

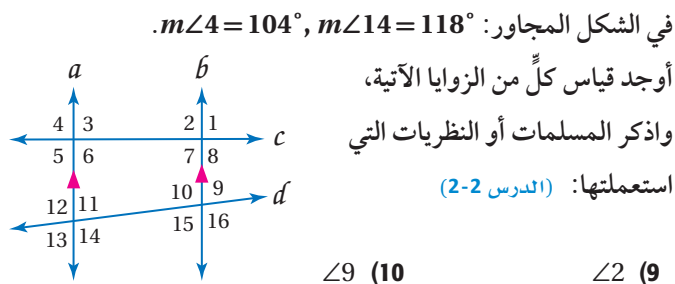
بسّط كلّاً من العبارات الآتية :

(34) $\frac{-11-4}{12-(-9)}$

(33) $\frac{6-5}{4-2}$

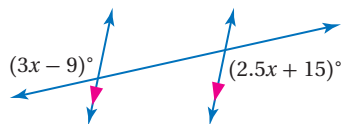
(35) $\frac{16-12}{15-11}$





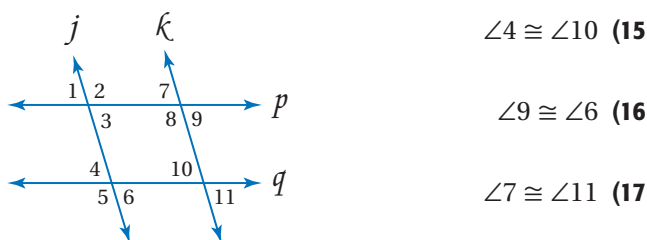
$\angle 9$ (10) $\angle 2$ (9)
 $\angle 7$ (12) $\angle 10$ (11)

(13) أوجد قيمة x في الشكل الآتي: (الدرس 2-2)



(14) نجارة: صنع عامر طاولة خشبية لحديقته. فقصّ طرف أحد
رجليها بزاوية 40° ، بأي زاوية قصّ الطرف الآخر بحيث كان
سطح الطاولة موازيًا للأرض؟ وضح إجابتك. (الدرس 2-2)

هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمتي الشكل الآتي متوازيتان اعتمادًا
على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإن كانت متوازيتان، فاذكر المسلّمة
أو النظرية التي تبرّر إجابتك. (الدرس 2-3)

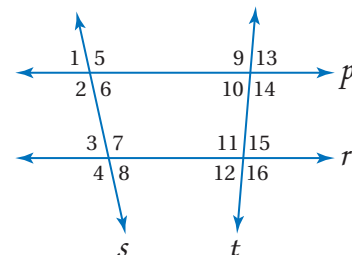


$\angle 4 \cong \angle 10$ (15)

$\angle 9 \cong \angle 6$ (16)

$\angle 7 \cong \angle 11$ (17)

استعمل الشكل أدناه لتحديد القاطع الذي يصل كل زوج من الزوايا فيما
يأتي، ثم صنّف زوج الزوايا إلى زاويتين متبادلتين داخليًا أو خارجيًا أو
متناظرتين أو متحالفتين: (الدرس 2-1)



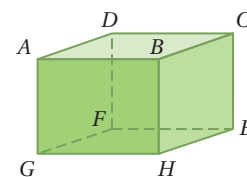
$\angle 14$ و $\angle 1$ (2)

$\angle 3$ و $\angle 6$ (1)

$\angle 7$ و $\angle 5$ (4)

$\angle 10$ و $\angle 11$ (3)

حدّد كلّ مما يأتي مستعملًا الشكل المجاور: (الدرس 2-1)

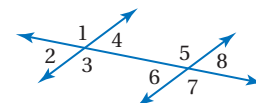


(5) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{HE}$.

(6) قطعة مستقيمة تخالف $\overline{GH}$ ، وتحوي النقطة D .

(7) مستوى يوازي المستوى ABC .

(8) اختيار من متعدد: أيّ مما يأتي يصف $\angle 4$, $\angle 8$ ؟ (الدرس 2-1)



C متبادلتان داخليًا

A متناظرتان

D متحالفتان

B متبادلتان خارجيًا



ميل المستقيم Slope of Line

لماذا؟

تستعمل لوحات مرورية لتنبيه السائقين إلى حالة الطريق. فاللوحة المجاورة تشير إلى انحدار الطريق بنسبة 6%، وهذا يعني أن الطريق ترتفع أو تهبط بمقدار 6 m رأسياً لكل 100 m أفقياً.



فيما سبق:

درست برهنة توازي مستقيمين باستعمال علاقات الزوايا.

(الدرس 2-3)

والآن:

- أجد ميل المستقيم.
- أستعمل الميل لتحديد المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

المفردات:

الميل

slope

معدل التغير

rate of change

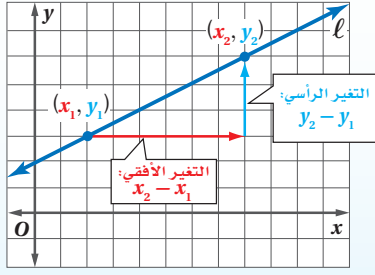
ميل المستقيم: درست سابقاً حساب ميل المستقيم في المستوى الإحداثي باستعمال أي نقطتين عليه، وعرفت أنه نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

يمكنك استعمال إحداثيات النقاط على المستقيم لشتق صيغة للميل.

أضف إلى

مطوبتك



$$m = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ميل المستقيم

مفهوم أساسي

في المستوى الإحداثي، **ميل** المستقيم هو نسبة التغير في الإحداثي y إلى التغير في الإحداثي x بين أي نقطتين عليه.

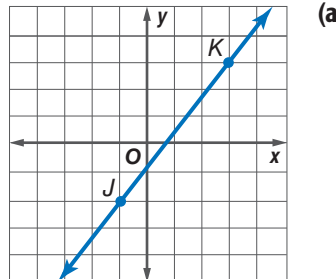
ويعطى الميل m لمستقيم يحوي نقطتين إحداثيهما (x_1, y_1) و (x_2, y_2) بالصيغة:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \text{ حيث } x_1 \neq x_2$$

إيجاد ميل المستقيم

مثال 1

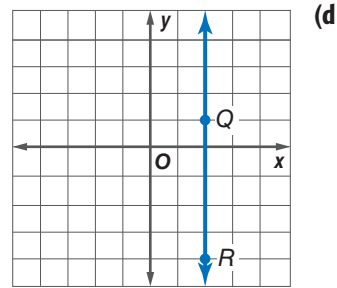
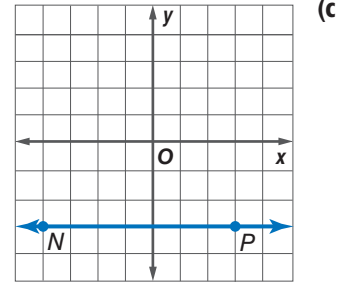
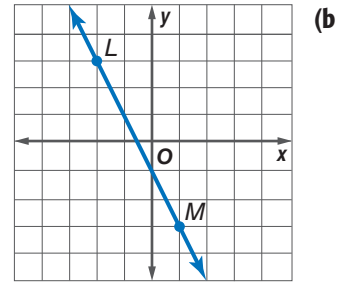
أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443



إرشادات للدراسة

القسمة على 0

ميل المستقيم في المثال 1d غير معرف؛ لأنه لا يوجد عدد تضربه 0 يُعطي -5. وبما أن هذا صحيح لأي عدد، فإن أي عدد مقسوم على 0 يمثل كمية غير معروفة. ومن ذلك يكون ميل أي مستقيم رأسي غير معرف.

تحقق من فهمك

- 1A** المستقيم الذي يحتوي على $(-3, -5)$, $(6, -2)$. **1B** المستقيم الذي يحتوي على $(-6, -2)$, $(8, -3)$.
1C المستقيم الذي يحتوي على $(4, -3)$, $(4, 2)$. **1D** المستقيم الذي يحتوي على $(4, 3)$, $(-3, 3)$.

يوضح المثال 1 أربع حالات مختلفة للميل وهي :

أضف إلى

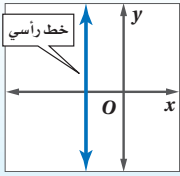
مطوبتك

ملخص المفهوم

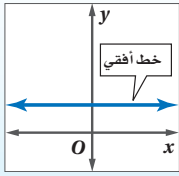
حالات الميل



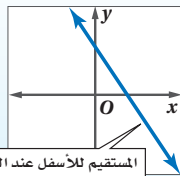
الميل غير معرف



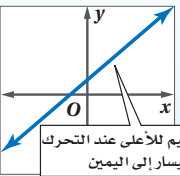
الميل يساوي صفراً



الميل سالب



الميل موجب

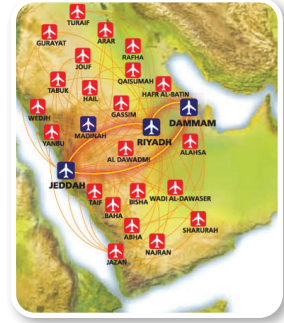


يمكن تفسير الميل على أنه **معدل التغير** في الكمية y بالنسبة إلى الكمية x ، ويمكن استعمال ميل المستقيم أيضاً لتحديد إحداثي أي نقطة على المستقيم.

مثال 2 من واقع الحياة استعمال الميل معدلاً للتغير

طائرات: تحلق طائرة في مسارٍ جويٍّ مستقيمٍ يمر بمدينة الرياض ثم بالمدينة المنورة. إذا كانت الطائرة على بُعد 500 km من المدينة المنورة بعد 0.5 h من مرورها فوق الرياض، ثم أصبحت على بُعد 152 km من المدينة المنورة بعد نصف ساعة أخرى. كم كان بُعدها عن المدينة المنورة بعد 0.75 h من مرورها فوق الرياض إذا كانت سرعتها ثابتة.

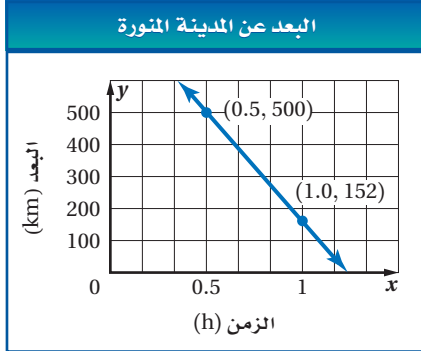
افهم:



الربط مع الحياة

المسارات الجوية

توجد خرائط جوية تضبط مسارات الطائرات وارتفاعاتها وتضمن عدم تصادمها.



خطط:

حل:

تحقق

تحقق من فهمك

(2) مبيعات: كانت مبيعات مصنع معلبات غذائية 20 مليون علبة عام 2011م، و200 مليون علبة عام 2016م، إذا حافظ المصنع على المعدل نفسه من الزيادة، فكم تكون مبيعاته من العلب عام 2020م؟

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة: يمكنك استعمال ميلَي مستقيمين لتحديد ما إذا كانا متوازيين أو متعامدين. فالمستقيمات التي لها الميل نفسه تكون متوازية.

أضف إلى
مطويتك

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

2.4 ميل المستقيمين المتوازيين: يكون للمستقيمين غير الرأسيين الميل نفسه إذا فقط إذا كانا متوازيين. وجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

مثال: المستقيمان المتوازيان l , m لهما الميل نفسه ويساوي 4

2.5 ميل المستقيمين المتعامدين: يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا فقط إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -1 والمستقيمات الأفقية والرأسية متعامدة.

مثال: المستقيم m عمودي على المستقيم p ، أو $m \perp p$
ناتج ضرب الميلين هو $4 \cdot -\frac{1}{4} = -1$

مثال 3 تحديد علاقات المستقيمات

حدّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك إذا كانت $A(1, 1)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 2)$, $D(6, 1)$ ومثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

الخطوة 1:

الخطوة 2:

إرشادات للدراسة

ميل المستقيمين المتعامدين

إذا كان ميل المستقيم l يساوي $\frac{a}{b}$ ، فإن ميل المستقيم العمودي على l هو معكوس مقلوب ميله، أي $-\frac{b}{a}$ ؛ لأن $\frac{a}{b} \left(-\frac{b}{a}\right) = -1$

تحقق:

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كلّ مما يأتي، ومثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

(3A) $A(14, 13)$, $B(-11, 0)$, $C(-3, 7)$, $D(-4, -5)$

(3B) $A(3, 6)$, $B(-9, 2)$, $C(5, 4)$, $D(2, 3)$

وزارة التعليم

Ministry of Education

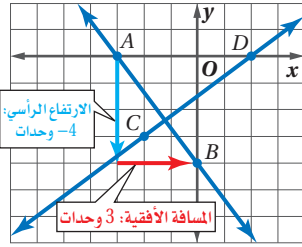
2021 - 1443

112 الفصل 2 التوازي والمتعامد

استعمال الميل لتمثيل المستقيم بيانياً

مثال 4

مثل بيانياً المستقيم الذي يمر بالنقطة $A(-3, 0)$ ويعامد $\overleftrightarrow{CD}$ ، حيث $C(-2, -3), D(2, 0)$.



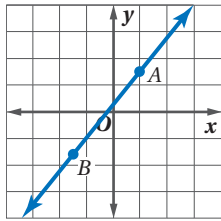
تحقق من فهمك

(4) مثل بيانياً المستقيم الذي يمر بالنقطة $P(0, 1)$ ويعامد $\overleftrightarrow{QR}$ ، حيث $Q(-6, -2), R(0, -6)$.

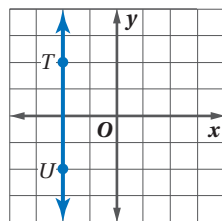
تأكد

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

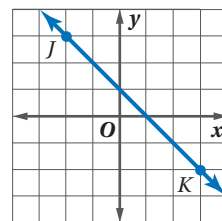
المثال 1



(3)



(2)



(1)

المثال 2

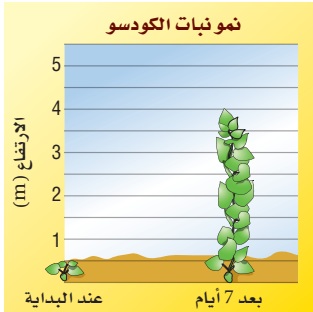
(4) **علم النبات:** الكودسو (Kudzu) هو نبات متسلق سريع النمو.

قيس ارتفاع نبتة عند يوم البداية فكان 0.5 m، وبعد سبعة أيام أصبح ارتفاعها 4 m

(a) مثل بيانياً المستقيم الذي يمثل ارتفاع النبتة مع مرور الزمن.

(b) ما ميل هذا المستقيم؟ وماذا يمثل؟

(c) افترض أن هذه النبتة استمرت في النمو وفق هذا المعدل، فكم يكون ارتفاعها بعد 15 يوماً؟



المثال 3

حدّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{WX}, \overleftrightarrow{YZ}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كلّ مما يأتي، ومثل كل مستقيم بيانياً للتحقق من إجابتك.

(6) $W(1, 3), X(-2, -5), Y(-6, -2), Z(8, 3)$

(5) $W(2, 4), X(4, 5), Y(4, 1), Z(8, -7)$

(8) $W(1, -3), X(0, 2), Y(-2, 0), Z(8, 2)$

(7) $W(-7, 6), X(-6, 9), Y(6, 3), Z(3, -6)$

المثال 4

مثل بيانياً المستقيم الذي يحقق الشروط في كلّ مما يأتي:

(9) يمر بالنقطة $A(3, -4)$ ، ويوازي $\overleftrightarrow{BC}$ ، حيث $B(2, 4), C(5, 6)$.

(10) ميله يساوي 3، ويمر بالنقطة $A(-1, 4)$.

(11) يمر بالنقطة $P(7, 3)$ ، ويعامد $\overleftrightarrow{LM}$ ، حيث $L(-2, -3), M(-1, 5)$.



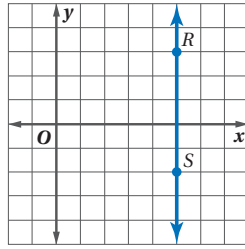
وزارة التعليم

Ministry of Education

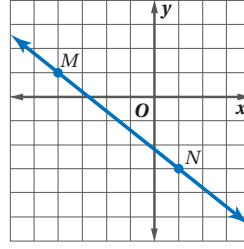
2021 - 1443

المثال 1

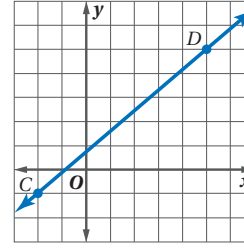
أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:



(14)



(13)



(12)

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي :

(16) $E(5, -1), F(2, -4)$

(15) $C(3, 1), D(-2, 1)$

(18) $J(7, -3), K(-8, -3)$

(17) $G(-4, 3), H(-4, 7)$

(20) $R(2, -6), S(-6, 5)$

(19) $P(-3, -5), Q(-3, -1)$

المثال 2

(21) **حواسيب:** في عام 1435هـ كان ثمن حاسوب محمول 3000 ريال ، وأصبح 1800 ريال في عام 1439هـ .

(a) ارسم مستقيماً يمثل توقعاً لسعر الحاسوب للسنوات من 1435هـ إلى 1439هـ .

(b) كم ينخفض ثمن الحاسوب في كل سنة؟

(c) إذا استمر انخفاض السعر بالمعدل نفسه، فكم يكون ثمن الحاسوب عام 1442هـ؟

المثال 3

حدّد ما إذا كان $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي، ومثل كل مستقيم بياناً لتحقيق من إجابتك.

(22) $A(1, 5), B(4, 4), C(9, -10), D(-5, -5)$

(24) $A(4, 2), B(-3, 1), C(6, 0), D(-10, 8)$

(26) $A(8, 4), B(4, 3), C(4, -9), D(2, -1)$

(25) $A(8, -2), B(4, -1), C(3, 11), D(-2, -9)$

(27) $A(4, -2), B(-2, -8), C(4, 6), D(8, 5)$

(23) $A(-6, -9), B(8, 19), C(0, -4), D(2, 0)$

المثال 4

مثل بياناً المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي:

(28) يمر بالنقطة $A(2, -5)$ ، ويوازي $\overrightarrow{BC}$ ، حيث $B(1, 3), C(4, 5)$.

(29) ميله يساوي -2 ، ويمر بالنقطة $H(-2, -4)$.

(30) يمر بالنقطة $X(1, -4)$ ويوازي $\overrightarrow{YZ}$ ، حيث $Y(5, 2), Z(-3, -5)$.

(31) يمر بالنقطة $D(-5, -6)$ ويعامد $\overrightarrow{FG}$ ، حيث $F(-2, -9), G(1, -5)$.

(32) **سكان:** في عام 1427هـ كان عدد سكان إحدى المدن 416121 نسمة ، وفي عام 1439هـ بلغ عدد سكانها 521273 نسمة.

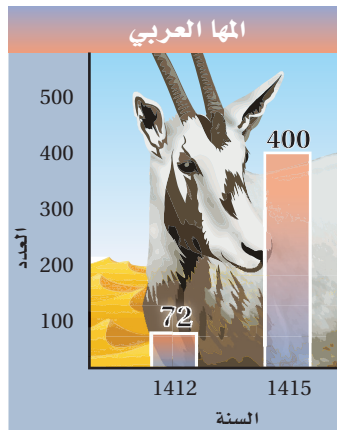
(a) ما المعدّل التقريبي لتغيّر عدد سكان هذه المدينة من عام 1427هـ إلى 1439هـ ؟

(b) إذا استمر ازدياد عدد السكان بالمعدّل نفسه، فكم نسمةً تتوقع أن يبلغ عدد سكان هذه المدينة عام 1447هـ؟



حدد أي المستقيمين في السؤالين الآتيين له أكبر ميل:

- (33) المستقيم 1: $(0, 5)$ و $(6, 1)$ (34) المستقيم 1: $(0, -4)$ و $(2, 2)$
المستقيم 2: $(4, 10)$ و $(-8, -5)$ المستقيم 2: $(0, -4)$ و $(4, 5)$



(35) **محمية طبيعية:** تؤوي محمية طبيعية حيواناً

مهدهداً بالانقراض هو: المها العربي. ويوضح الشكل المجاور عدد المها العربي في المحمية عامي 1412 هـ و 1415 هـ.

(a) أوجد معدل التغير لعدد حيوانات المها العربي في المحمية.

(b) مثل بيانياً المستقيم الذي يمثل الزيادة في العدد.

(c) إذا استمر النمو وفق هذا المعدل، فكم يكون عدد حيوانات المها العربي عام 1442 هـ؟

أوجد قيمة x أو y اعتماداً على المعطيات في كلٍّ مما يأتي، ثم مثل المستقيم بيانياً:

- (36) مستقيم يمر بالنقطتين $(x, -6)$, $(4, -1)$ ، وميله يساوي $-\frac{5}{2}$
(37) مستقيم يمر بالنقطتين $(4, 3)$, $(-4, 9)$ ، ويوازي المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4, y)$, $(-8, 1)$
(38) مستقيم يمر بالنقطتين $(3, y)$, $(1, -3)$ ، ويوازي المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(9, y)$, $(5, -6)$

(39) **مدارس:** في عام 1434 هـ كان عدد طلاب مدرسة الفتح 1125 طالباً. وفي عام 1440 هـ ازداد عدد الطلاب حتى بلغ 1425 طالباً. وعندما أنشئت مدرسة الأندلس عام 1435 هـ كان عدد طلابها 1275 طالباً. إذا ازداد عدد طلاب مدرسة الأندلس بنفس معدل زيادة عدد طلاب مدرسة الفتح، فكم يصبح عدد طلاب مدرسة الأندلس عام 1440 هـ؟

مسائل مهارات التفكير العليا

(40) **اكتشف الخطأ:** حسب كلٍّ من خالد وطارق ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $Q(3, 5)$, $R(-2, 2)$ هل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ وضح تبريرك.

طارق

$$m = \frac{5-2}{3-(-2)} = \frac{3}{5}$$

خالد

$$m = \frac{5-2}{-2-3} = -\frac{3}{5}$$

(41) **تبرير:** في المربع $ABCD$ إذا كان $A(2, -4)$, $C(10, 4)$

(a) أوجد الرأسين الآخرين B , D للمربع.

(b) أثبت أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

(c) أثبت أن قياس كل زاوية من زوايا المربع يساوي 90°





42) اكتب: يميل برج بيزا في إيطاليا
عن الخط الرأسى بزاوية 5.5° .
صف ميل كل من برج المملكة
وبرج بيزا.

43) تحد: تعلّمت في هذا الدرس أن $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. اكتب برهاناً جبرياً لتبين أنه يمكن أيضاً حساب الميل باستعمال المعادلة $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

تدريب على اختبار

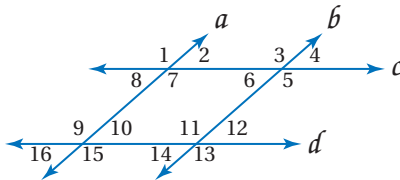
45) أي القيم الآتية تمثل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4), (0, -2)$ ؟

- $\frac{1}{3}$ C $-\frac{1}{3}$ A
3 D -3 B

44) أي المعادلات الآتية تمثل مستقيماً يعامد المستقيم الذي معادلته $y = \frac{3}{4}x + 8$ ؟

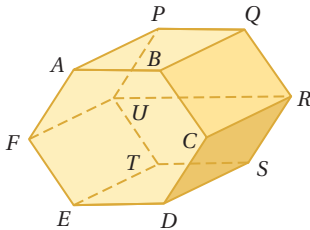
- $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ C $y = -\frac{4}{3}x - 6$ A
 $y = -\frac{3}{4}x - 5$ D $y = \frac{4}{3}x + 5$ B

مراجعة تراكمية



في الشكل المجاور: $a \parallel b, c \parallel d$ ، و $m\angle 4 = 57^\circ$. أوجد قياس كل من الزوايا الآتية: **(الدرس 2-2)**

- $\angle 1$ (47) $\angle 5$ (46)
 $\angle 10$ (49) $\angle 8$ (48)



حدد كلاً مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور. **(الدرس 2-1)**

50) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{TU}$.

51) جميع المستويات التي تقاطع مع المستوى BCR .

52) جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overline{DE}$.

معتمداً على المعطيات، حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي. **(الدرس 1-4)**

53) المعطيات: $\angle B, \angle C$ متقابلتان بالرأس.

النتيجة: $\angle B \cong \angle C$

54) المعطيات: $\angle W \cong \angle Y$

النتيجة: $\angle W, \angle Y$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة مما يأتي بالنسبة لـ y :

57) $4y - 3x = 5$

56) $4x + 2y = 6$

55) $3x + y = 5$



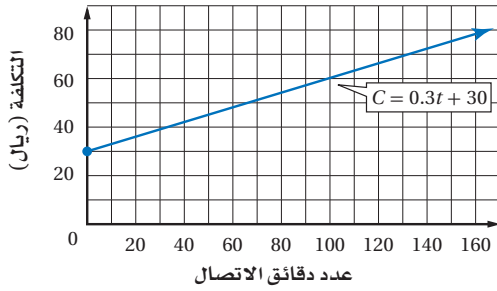


صيغ معادلة المستقيم

Equations of Line

2-5

عرض شركة الاتصالات



لماذا؟

قدّمت إحدى شركات الاتصالات عرضاً يدفع بموجبه المشترك 30 ريالاً شهرياً بالإضافة إلى 0.30 ريال عن كل دقيقة اتصال. فإذا رمزنا للتكلفة الشهرية بالرمز C ، ولعدد دقائق الاتصال بالرمز t ، فإن:

$$C = 0.3t + 30$$

كتابة معادلة المستقيم: تذكر أنه يمكن كتابة معادلة المستقيم بصيغ مختلفة، ولكنها متكافئة.

فيما سبق:

درست إيجاد ميل المستقيم.
(الدرس 2-4)

والآن:

- أكتب معادلة مستقيم إذا عرفت معلومات حول تمثيله البياني.
- أحل مسألة بكتابة معادلة مستقيم.

المفردات:

صيغة الميل والمقطع
slope - intercept form
صيغة الميل ونقطة
slope - point form

أضف إلى

مطويتك

معادلة المستقيم غير الرأسى

مفهوم أساسي

صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم هي $y = mx + b$ ، حيث m ميل المستقيم، و b مقطع المحور y .
الميل $y = 3x + 8$
مقطع المحور y
نقطة على المستقيم $(3, 5)$

نقطة على المستقيم $(3, 5)$
الميل $y - 5 = -2(x - 3)$

صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم هي $y - y_1 = m(x - x_1)$ ، حيث (x_1, y_1) إحداثياً أي نقطة على المستقيم، m ميل المستقيم.

إذا علمت الميل ومقطع المحور y أو نقطة على المستقيم، فإنه يمكنك استعمال هاتين الصيغتين لكتابة معادلة المستقيم.

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع

مثال 1

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله 3، ومقطع المحور y له -2، ثم مثله بيانياً.



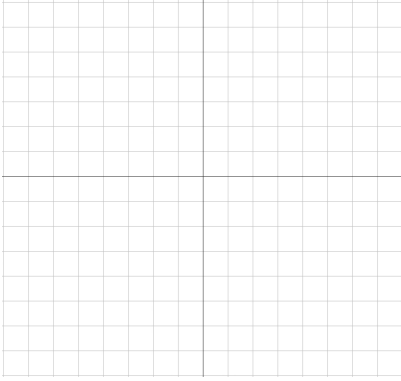
تحقق من فهمك

1) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ، ومقطع المحور y له 8، ثم مثله بيانياً.

مثال 2

معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي ميله $-\frac{3}{4}$ ، ويمر بالنقطة $(-2, 5)$ ، ثم مثله بيانياً.



تحقق من فهمك ✓

(2) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي ميله 4، ويمر بالنقطة $(-3, -6)$ ، ثم مثله بيانياً.

عندما لا يُعطى ميل المستقيم، استعمل أي نقطتين عليه لحساب ميله، ثم استعمل صيغة الميل ونقطة، أو الميل والمقطع لتكتب معادلته.

مثال 3

معادلة المستقيم المار بنقطتين معلومتين

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بكل زوج نقاط فيما يأتي:

(a) $(0, 3), (-2, -1)$

(b) $(-7, 4), (9, -4)$

تحقق من فهمك ✓

(3A) $(-2, 4), (8, 10)$

(3B) $(0, 0), (2, 6)$

تنبيه

التعويض بإحداثيات

سالبة

عند التعويض بإحداثيات سالبة، استعمل الأقواس لتجنب الوقوع في أخطاء الإشارات.

إرشادات للدراسة

طريقة بديلة

في المثال 3b، يمكنك تعويض إحداثي إحدى النقطتين في صيغة الميل والمقطع لإيجاد مقطع المحور y، ثم كتابة المعادلة.

$$y = mx + b$$

$$4 = -\frac{1}{2}(-7) + b$$

$$4 = \frac{7}{2} + b$$

$$4 - \frac{7}{2} = b$$

$$b = \frac{1}{2}$$

$$\text{لذا } y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$



معادلة المستقيم الأفقي

مثال 4

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-2, 6)$, $(5, 6)$.

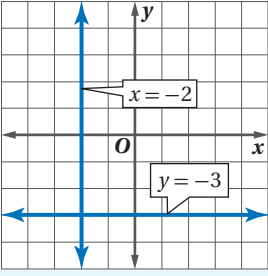
تحقق من فهمك

4 اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(5, 0)$, $(3, 0)$.

تحتوي معادلات المستقيمات الأفقية أو الرأسية متغيرًا واحدًا فقط.

أضف إلى مطوبتك

معادلات المستقيمات الأفقية أو الرأسية



مفهوم أساسي

معادلة المستقيم الأفقي هي $y = b$ ، حيث b مقطع المحور y له.
مثال: $y = -3$

معادلة المستقيم الرأسي هي $x = a$ ، حيث a مقطع المحور x له.
مثال: $x = -2$

المستقيمات المتوازية غير الرأسية لها الميل نفسه. ويكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي -1 . والمستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي دائمًا متعامدان.

معادلات المستقيمات المتوازية أو المتعامدة

مثال 5

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم العمودي على $y = -3x + 2$ ، والمار بالنقطة $(4, 0)$.

تحقق من فهمك

5 اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يوازي $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ويمر بالنقطة $(-3, 6)$.

كتابة معادلات لحل المسائل: يمكن تمثيل كثير من المواقف الحياتية باستعمال معادلة خطية.

مثال 6 من واقع الحياة كتابة معادلة خطية

هواتف: يقارن علي بين عرضين مقدمين من شركة اتصالات. يدفع بموجب العرض X مبلغ 20 ريالاً شهرياً بالإضافة إلى 0.35 ريال عن كل دقيقة اتصال. أما العرض Y فتفاصيله موضحة في فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. أي العرضين أفضل لعللي؟

افهم:

خطط:

حل:

تحقق:

تحقق من فهمك

6) وضع نادي عرضين مختلفين لرواده.

العرض X: رسوم اشتراك شهرية مقدارها 75 ريالاً زائد 20 ريالاً عن كل زيارة للنادي.

العرض Y: 35 ريالاً عن كل زيارة للنادي من دون رسوم اشتراك.

فأي العرضين أفضل؟

قراءة الرياضيات

خطي:

كلمة منسوبة إلى خط، وتتضمن معنى الاستقامة. وسميت المعادلات الخطية بهذا الاسم؛ لأن تمثيلها البياني خط مستقيم.

إرشادات حل المسألة

التمثيل البياني

في المثال 6، مع أن الرسوم الشهرية في العرض X أقل، إلا أن سعر دقيقة الاتصال الواحدة أعلى. وهذا يجعل المقارنة بين العرضين صعبة. إلا أن التمثيل البياني يُسهّل المقارنة بين موقعين خطيين في كثير من الأحيان.



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

المثال 1 اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المُعطى ميله ومقطع المحور y له في كلِّ مما يأتي، ثم مثله بيانيًا:

(1) $m = 4, b = -3$ (2) $m = \frac{1}{2}, b = -1$ (3) $m = -\frac{3}{2}, b = 5$

المثال 2 اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المُعطى ميله ونقطة يمر بها في كلِّ مما يأتي، ثم مثله بيانيًا:

(4) $m = 5, (3, -2)$ (5) $m = \frac{1}{4}, (-2, -3)$ (6) $m = -4.25, (-4, 6)$

المثالان 3, 4 اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أُعطيت نقطتان يمر بهما في كلِّ مما يأتي:

(7) $(0, -1), (4, 4)$ (8) $(4, 3), (1, -6)$ (9) $(6, 5), (-1, -4)$

المثال 5 اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم العمودي على $y = -2x + 6$ ، والمار بالنقطة $(3, 2)$.

المثال 6 اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-1, 5)$ ، ويوازي المستقيم الذي معادلته $y = 4x - 5$.



المثال 12 عروض: يقارن سلمان بين عرضين مقدمين من نادٍ رياضي. يدفع بموجب العرض

الأول اشتراكًا شهريًا قدره 100 ريال، بالإضافة إلى 10 ريالاتٍ عن كل زيارة. ويدفع بموجب العرض الثاني اشتراكًا شهريًا قدره 150 ريالًا، ويسمح له بعشر زيارات شهريًا.

(a) اكتب معادلة تمثل التكلفة الشهرية لكلٍّ من العرضين.

(b) مثل كلتا المعادلتين بيانيًا.

(c) إذا كان سلمان يريد الذهاب إلى النادي 7 مراتٍ شهريًا، فهل يشترك في العرض الأول أم الثاني؟ فسر إجابتك.

تدرب وحل المسائل

المثال 1 اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المُعطى ميله ومقطع المحور y له في كلِّ مما يأتي، ثم مثله بيانيًا:

(13) $m = -5, b = -2$ (14) $m = -7, b = -4$ (15) $m = 9, b = 2$

(16) $m = 12, b = \frac{4}{5}$ (17) $m = -\frac{3}{4}, (0, 4)$ (18) $m = \frac{5}{11}, (0, -3)$

المثال 2 اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المُعطى ميله ونقطة يمر بها في كلِّ مما يأتي، ثم مثله بيانيًا:

(19) $m = 2, (3, 11)$ (20) $m = 4, (-4, 8)$ (21) $m = -7, (1, 9)$

(22) $m = \frac{5}{7}, (-2, -5)$ (23) $m = -\frac{4}{5}, (-3, -6)$ (24) $m = -2.4, (14, -12)$

المثالان 3, 4 اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أُعطيت نقطتان يمر بهما في كلِّ مما يأتي:

(25) $(-1, -4), (3, -4)$ (26) $(2, -1), (2, 6)$

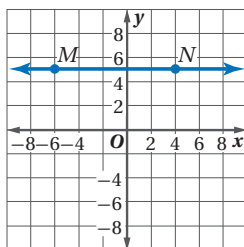
(27) $(-3, -2), (-3, 4)$ (28) $(0, 5), (3, 3)$

(29) $(-12, -6), (8, 9)$ (30) $(2, 4), (-4, -11)$

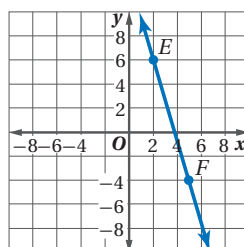


اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل بيانياً، أو المعطى وصفه في كل مما يأتي:

$\overrightarrow{MN}$ (32)



$\overrightarrow{EF}$ (31)



(33) يحوي النقطتين $(-1, -2)$, $(3, 4)$ (34) يحوي النقطتين $(-4, -5)$, $(-8, -13)$

(35) مقطع المحور x يساوي 3، ومقطع المحور y يساوي -2

(36) مقطع المحور x يساوي $-\frac{1}{2}$ ، ومقطع المحور y يساوي 4

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يحقق المعطيات في كل مما يأتي:

(37) يمر بالنقطة $(-7, -4)$ ، ويعامد المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 9$.

(38) يمر بالنقطة $(-1, -10)$ ، ويوازي المستقيم $y = 7$.

(39) يمر بالنقطة $(6, 2)$ ، ويوازي المستقيم $y = -\frac{2}{3}x + 1$.

(40) يمر بالنقطة $(-2, 2)$ ، ويعامد المستقيم $y = -5x - 8$.

المثال 5

(41) **جمعية خيرية:** نظمت جمعية خيرية حفلاً لتكريم مجموعة من حفظة القرآن الكريم، فاستأجرت قاعة لتقيم فيها الحفل. إذا كانت أجرة القاعة 1500 ريال بالإضافة إلى 15.5 ريالاً عن كل شخص يحضر الحفل.

(a) اكتب معادلة تمثل تكلفة استئجار القاعة y إذا حضر x شخصاً.

(b) مثل المعادلة بيانياً.

(c) إذا حضر الحفل 285 شخصاً، فكم تكون تكلفة استئجار القاعة؟

(d) إذا رصدت الجمعية 6000 ريال لاستئجار القاعة، فما عدد الأشخاص الذين يمكن أن يحضروا الحفل؟

(42) **توفير:** يوفر عبد الله نقوداً ليشري مذباعاً مرتبطاً بالأقمار الاصطناعية، ويدفع رسوم الاشتراك السنوي بخدمة الأقمار الاصطناعية. فبدأ بتوفير 200 ريال أهديت إليه في عيد الأضحى، وبعد ذلك كان يضيف 40 ريالاً كل أسبوع.

(a) اكتب معادلة تمثل ما وفره عبد الله y بعد x أسبوعاً.

(b) مثل المعادلة بيانياً.

(c) متى يوفر 500 ريال؟

(d) إذا بدأ التوفير منذ أسبوعين، وكان ثمن المذباع 700 ريال، ورسم الاشتراك السنوي بخدمة الأقمار

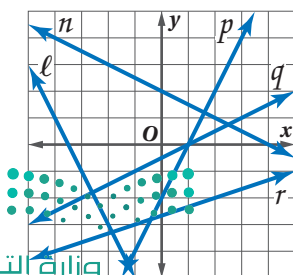
الاصطناعية 420 ريالاً، فمتى يوفر مبلغاً يكفي لذلك؟ فسّر إجابتك.

استعمل الشكل المجاور لتسمي أي مستقيم يحقق الوصف في كل مما يأتي:

(43) يوازي المستقيم $y = 2x - 3$.

(44) يعامد المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 7$.

(45) يتقاطع مع المستقيم $y = \frac{1}{2}x - 5$ ، ولكنه لا يعامده.



الربط مع الحياة

تصل إشارات بث إذاعة FM إلى $(48 - 64)$ km تقريباً. أما إشارات البث الإذاعي بواسطة الأقمار الاصطناعية فتصل إلى أكثر من 35200 km

حدّد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين، أو غير ذلك في كلّ ممّا يأتي:

$$y = -\frac{1}{2}x - 12, y = 2x + 7 \quad (47) \quad y = 2x + 4, y = 2x - 10 \quad (46)$$

$$y - 3 = 6(x + 2), y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 4) \quad (49) \quad y - 4 = 3(x + 5), y + 3 = -\frac{1}{3}(x + 1) \quad (48)$$

(50) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (2, 4) ويوازي المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$.

(51) اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (8, -12) ويعامد المستقيم الذي يمر بالنقطتين (2, -7), (3, 2).

(52) **صناعة الفخار:** نظّمت جمعية حرف يدوية دورة في صناعة الفخار، وكان رسم الاشتراك 150 ريالاً، بحيث يغطي اللوازم والمواد وكيّساً واحداً من طين الصلصال. وكل كيس إضافي يكلف 40 ريالاً. اكتب معادلة تمثل تكلفة الاشتراك وعدد x من الأكياس المستعملة.



الربط مع الحياة

بعد تشكيل الآنية من الصلصال، يتم إدخالها في أفران خاصة عند درجة حرارة تفوق 500°C .

(53) **تمثيلات متعددة:** طلب مدير قصر أفراح من بسام أن ينظّم وقوف السيارات في أثناء حفل. وقّدم له عرضين للأجر؛ أحدهما أن يدفع له 4 ريالاً عن كل سيارة، والآخر أن يعطيه أجراً مقداره 150 ريالاً بالإضافة إلى ريالين عن كل سيارة.

(a) **جدولياً:** أنشئ جدولاً يبيّن ما يتقاضاه بسام عن 20، 50، 100 سيارة في كلا العرضين.

(b) **عددياً:** اكتب معادلة تمثّل ما يكسبه بسام من كل عرض.

(c) **بيانياً:** مثل بيانياً كلا من معادلتَي العرضين.

(d) **تحليلياً:** أيّ العرضين أكثر كسباً لبسام، إذا كان عدد السيارات 35 سيارة؟ وأيهما أكثر كسباً لبسام، إذا كان عدد السيارات 80 سيارة؟ وضّح إجابتك.

(e) **لفظياً:** اكتب عبارة تصف العرض الأكثر كسباً لبسام تبعاً لعدد السيارات.

(f) **منطقياً:** إذا كان عدد السيارات 75 سيارة، فأَيّ العرضين أكثر كسباً لبسام؟ وضّح تبريرك.

مسائل مهارات التفكير العليا

(54) **تحّد:** أوجد قيمة n ، بحيث يمر المستقيم العمودي على المستقيم $6x + 8 = 2y - 4$ بالنقطتين $(-8, 2), (n, -4)$.

(55) **تبرير:** حدّد ما إذا كانت النقاط (8, 6), (5, 2), (2, -2) تقع على استقامة واحدة. برّر إجابتك.

(56) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلات زوجين مختلفين من المستقيمات المتعامدة التي تتقاطع في النقطة $(-7, -3)$.

(57) **اكتشف الخطأ:** كتب كلّ من راكان وفيصل معادلة مستقيم ميله -5، ويمر بالنقطة (4, -2)، أيهما إجابه صحّحة؟ وضّح تبريرك.

فيصل

$$y - 4 = -5(x - (-2))$$

$$y - 4 = -5(x + 2)$$

$$y - 4 = -5x - 10$$

$$y = -5x - 6$$

راكان

$$y - 4 = -5(x - (-2))$$

$$y - 4 = -5(x + 2)$$

تدريب على اختبار

(60) أي مما يأتي هي معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 1)$ ، ويعامد المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$ ؟

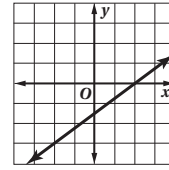
$y = 3x + 7$ A

$y = \frac{1}{3}x + 7$ B

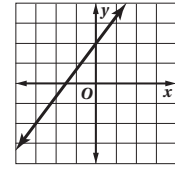
$y = -3x - 5$ C

$y = -\frac{1}{3}x - 5$ D

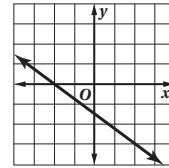
(59) أي مما يأتي هو التمثيل البياني للمستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, -3)$ ؟



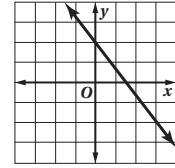
C



A



D



B

مراجعة تراكمية

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين A, B في كل مما يأتي: (الدرس 2-4)

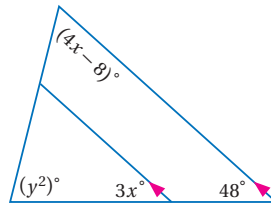
$A(2, 5), B(5, 1)$ (63)

$A(0, 2), B(-3, -4)$ (62)

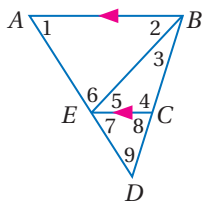
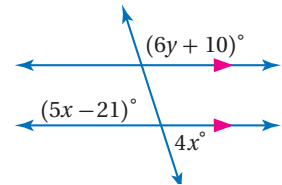
$A(4, 3), B(5, -2)$ (61)

أوجد قيمة x, y في كل من الشكلين الآتيين: (الدرس 2-2)

(65)



(64)



في الشكل المجاور: $m\angle 1 = 58^\circ$, $m\angle 2 = 47^\circ$, $m\angle 3 = 26^\circ$. أوجد قياس كل من الزوايا الآتية: (الدرس 2-2)

$\angle 6$ (68)

$\angle 5$ (67)

$\angle 7$ (66)

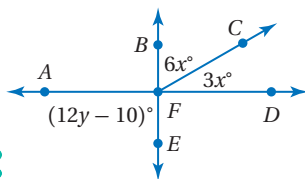
$\angle 9$ (71)

$\angle 8$ (70)

$\angle 4$ (69)

استعد للدرس اللاحق

(72) إذا كان $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ متعامدين، فأوجد قيمة كل من x, y



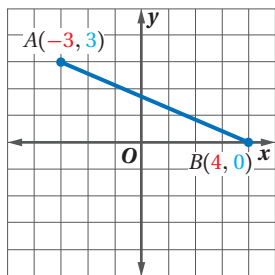
2-5 معادلة العمود المنصف

Equations of Perpendicular Bisectors

يمكنك تطبيق ما تعلمته عن الميل ومعادلة المستقيم لإيجاد معادلة العمود المنصف لقطعة مستقيمة.

نشاط

أوجد معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ إذا كان طرفاها هما النقطتين $A(-3, 3)$ ، $B(4, 0)$ ، ثم مثله بيانياً.



الخطوة 1:

منصف القطعة المستقيمة يمر بنقطة منتصفها.
استعمل صيغة نقطة المنتصف لتجد نقطة منتصف $\overline{AB}$.

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-3 + 4}{2}, \frac{3 + 0}{2}\right) \\ = M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

الخطوة 2:

يكون العمود المنصف عمودياً على القطعة المستقيمة، ويمر بنقطة منتصفها.
ولتجد ميل العمود المنصف أوجد أولاً ميل $\overline{AB}$.

صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$x_1 = -3, x_2 = 4, y_1 = 3, y_2 = 0$$

$$= \frac{0 - 3}{4 - (-3)}$$

بسط

$$= -\frac{3}{7}$$

الخطوة 3:

استعمل صيغة الميل ونقطة لكتابة معادلة المستقيم.

ميل العمود المنصف يساوي $\frac{7}{3}$ ؛ لأن $-\frac{3}{7} \left(\frac{7}{3}\right) = -1$

صيغة الميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{7}{3}, (x_1, y_1) = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3} \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

خاصية التوزيع

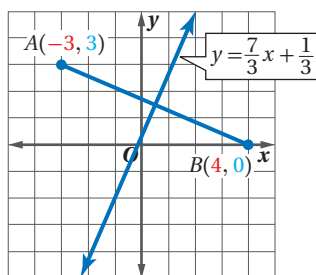
$$y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}x - \frac{7}{6}$$

اجمع $\frac{3}{2}$ لكلا الطرفين

$$y = \frac{7}{3}x + \frac{1}{3}$$

الخطوة 4:

للتحقق: مثل المستقيم $y = \frac{7}{3}x + \frac{1}{3}$



تمارين:

أوجد معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ ، ومثله بيانياً في كل مما يأتي:

$$P(-3, 9), Q(-1, 5) \quad (2)$$

$$P(5, 2), Q(7, 4) \quad (1)$$

$$P(0, 1.6), Q(0.5, 2.1) \quad (4)$$

$$P(-2, 1), Q(0, -3) \quad (3)$$



وزارة التعليم

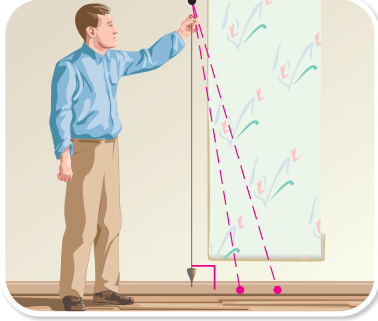
Ministry of Education

2021 - 1443

الأعمدة والمسافة

Perpendiculars and Distance

2-6



لماذا؟

الخط الشاقولي عبارة عن خط مربوط في أحد طرفيه ثقل معدني يسمى الشاقول، وعندما يُعلق الخط من طرفه الآخر يتأرجح الشاقول تأرجحاً حراً، ثم يسكن بحيث يكون تحت نقطة التعليق مباشرة.

يُستعمل الخط الشاقولي؛ لإنشاء خط رأسي عند البناء أو عند لصق ورق الجدران.

فيما سبق:

درست كتابة معادلة مستقيم عرفت معلومات حول تمثيله البياني.
(الدرس 2-5)

والآن:

- أجد البعد بين نقطة ومستقيم.
- أجد البعد بين مستقيمين متوازيين.

المفردات:

المسافة العمودية

perpendicular distance

البعد بين نقطة ومستقيم

distance from a point to a line

المحل الهندسي

locus

متساوي البعد

equidistant

البعد بين نقطة ومستقيم: يمثل طول الخط الشاقولي أقصر مسافة بين نقطة التعليق ومستوى الأرض أسفله. **المسافة العمودية** بين نقطة ومستقيم هي أقصر مسافة في جميع الحالات، وهي تمثل **البعد بين النقطة والمستقيم**.

أضف إلى مطبقك

النموذج:

مفهوم أساسي

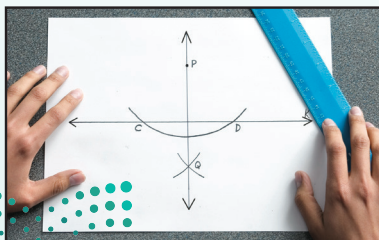
التعبير اللفظي: البعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.

إن إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم معلوم من نقطة لا تقع عليه، يبين أنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطة ويكون عمودياً على المستقيم.

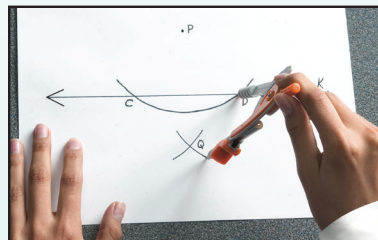
إنشاءات هندسية

إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم من نقطة لا تقع عليه

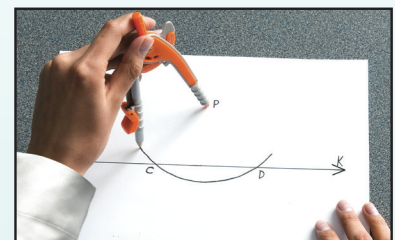
الخطوة 3: استعمل مسطرة لرسم $\overleftrightarrow{PQ}$



الخطوة 2: ضع الفرجار عند النقطة C، وارسم قوساً تحت المستقيم K باستعمال فتحة $\frac{1}{2} CD$ فرجار أكبر من $\frac{1}{2} CD$ وباستعمال فتحة الفرجار نفسها، ارسم من D قوساً آخر يقطع القوس السابق. وسم نقطة التقاطع Q.



الخطوة 1: ضع الفرجار عند النقطة P. وارسم قوساً يقطع K في موقعين مختلفين. سم نقطتي التقاطع C, D



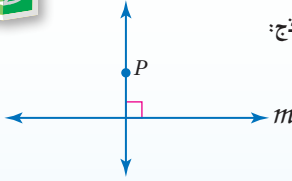
تنص المسلمة الآتية على أن المستقيم العمودي على مستقيم معلوم من نقطة لا تقع عليه هو مستقيم وحيد.

أضف إلى

مطوية

مسلمة التعامد

مسلمة 2.6



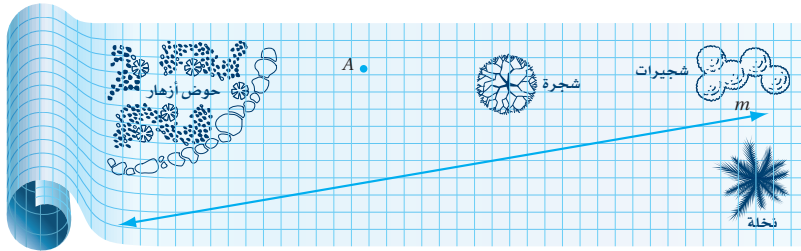
التعبير اللفظي: لأي مستقيم ونقطة لا تقع عليه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة، ويكون عمودياً على المستقيم المعلوم.

إنشاء أقصر قطعة مستقيمة بين نقطة ومستقيم

مثال 1 من واقع الحياة

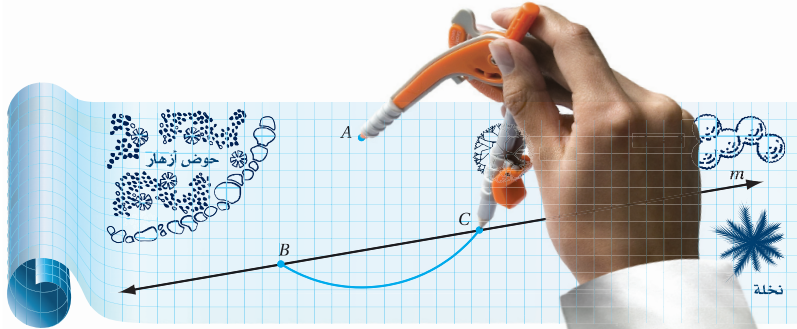


هندسة مدنية: لاحظ مهندس مدني أن جزءاً من ساحة حديقة عامة تتجمع عنده المياه. ويريد أن يضع أنبوب تصريف أرضياً من النقطة A وسط هذه المنطقة إلى خط التصريف الرئيس الممثل بالمستقيم m . أنشئ القطعة المستقيمة التي يُمثل طولها أقصر أنبوب يربط خط التصريف الرئيس بالنقطة A.

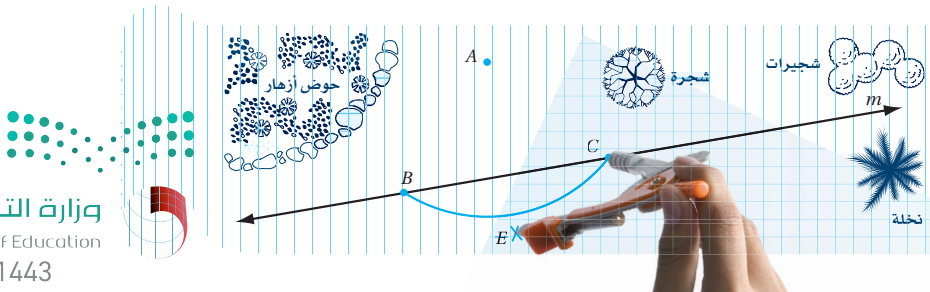


القطعة المستقيمة التي يمثل طولها أقصر أنبوب، هي القطعة المستقيمة العمودية من النقطة إلى المستقيم. لإنشاء القطعة المستقيمة اتبع الخطوات التالية:

الخطوة 1: استعمل الفرجار لتعيين النقطتين B, C على المستقيم m ، بحيث تكونا على البعد نفسه من النقطة A، وذلك بوضع رأس الفرجار عند النقطة A ورسم قوس يقطع m في النقطتين B, C



الخطوة 2: استعمل الفرجار لتعيين نقطة أخرى مثل E لا تقع على المستقيم m ، وتكون على البعد نفسه من B, C، وذلك بوضع رأس الفرجار عند النقطة C، ورسم قوس تحت المستقيم m باستعمال فتحة فرجار أكبر من $\frac{1}{2} BC$ ، ورسم قوس آخر يتقاطع مع القوس السابق عند E باستعمال فتحة الفرجار نفسها بوضع رأس الفرجار عند B



الربط مع الحياة

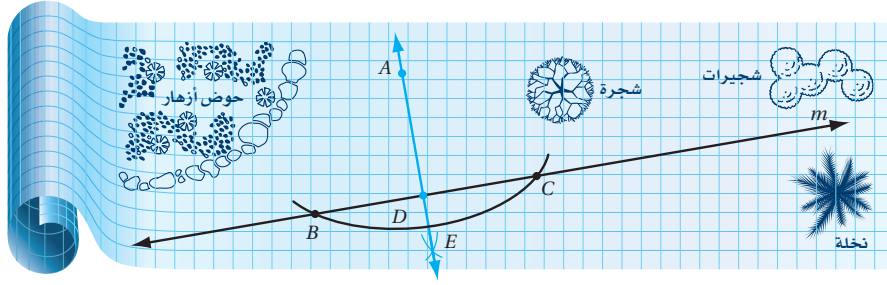
تقسم الهندسة المدنية إلى تخصصات منها: هندسة الإنشاءات، وهندسة الطرق، وهندسة الخرسانة، وهندسة المساحة، وهندسة التربة، وهندسة المياه.

إرشادات للدراسة

رسم أقصر مسافة

الأداة الأساسية لرسم قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم من نقطة لا تقع عليه هو المثلث القائم الزاوية كما يمكنك استعمال أدوات مثل ركن ورقة، ولكن إنشاء هذه القطعة غير ممكن إلا باستعمال فرجار ومسطرة.

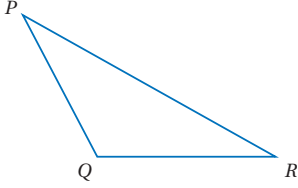
الخطوة 3: ارسم العمود $\overrightarrow{AE}$ ، وارمز لنقطة تقاطع $\overrightarrow{AE}$ مع $\overrightarrow{BC}$ بالرمز D



يمثل AD طول أقصر أنبوب يحتاجه المهندس لربط النقطة A بخط التصريف الرئيس.

تحقق من فهمك

(1) أنشئ القطعة المستقيمة التي يمثل طولها المسافة بين Q و $\overrightarrow{PR}$ وسمّها.



المسافة بين نقطة ومستقيم في المستوى الإحداثي

مثال 2

الهندسة الإحداثية: يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(-5, 3)$ ، $(4, -6)$. أوجد البعد بين المستقيم ℓ والنقطة $P(2, 4)$.

الخطوة 1:

إرشادات للدراسة

المسافة بين نقطة

والمحورين x, y

لاحظ أن المسافة

بين نقطة والمحور x

يمكن إيجادها بتحديد

الإحداثي الصادي

للنقطة، أما المسافة

بينها وبين المحور y

فيمكن إيجادها بتحديد

الإحداثي السيني لها.

الخطوة 2:

الخطوة 3:



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

إرشادات للدراسة

طريقة الحذف

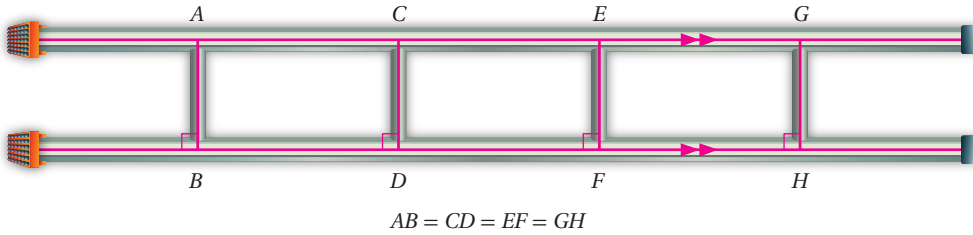
عند حل نظام معادلات
 باستعمال طريقة
 الحذف، قد تحتاج إلى
 ضرب إحدى المعادلات
 في عدد لتتمكن من
 الحذف عند جمع
 الحدود المتشابهة.

الخطوة 4:

تحقق من فهمك

(2) المستقيم l يمر بالنقطتين $(1, 2)$ ، $(5, 4)$. أنشئ مستقيماً عمودياً على l من النقطة $P(1, 7)$ ، ثم أوجد
 البعد بين P و l .

البعد بين مستقيمين متوازيين: يُعرّف المستقيمان المتوازيان على أنهما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه
 ولا يتقاطعان. وهناك تعريف آخر ينص على أنهما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه، بحيث يكون البعد بينهما
 ثابتاً، وهذا يعني أن البعد بين أي نقطة على أحدهما والآخر ثابتة.



يقودنا ذلك إلى تعريف البعد بين مستقيمين متوازيين.

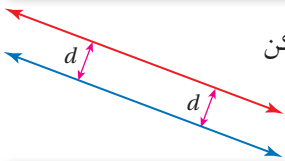
أضف إلى

مطوبتك

البعد بين مستقيمين متوازيين

مفهوم أساسي

البعد بين مستقيمين متوازيين، هو المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة
 على المستقيم الآخر.



الشكل الذي تمثله مجموعة النقاط التي تحقق شرطاً ما يسمى **محلاً هندسياً**. ويمكن
 وصف المستقيم الموازي لمستقيم معلوم بالمحل الهندسي لجميع النقاط
المتساوية البعد عن المستقيم في المستوى نفسه.

إرشادات للدراسة

متساوي البعد

سوف تستعمل مفهوم
 متساوي البعد لتصف
 نقاطاً خاصة ومستقيمات
 مرتبطة بأضلاع المثلث
 وزواياه في الدرس 1-4.

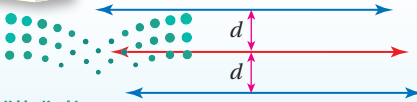
أضف إلى

مطوبتك

المستقيمان المتساويان البعد عن مستقيم ثالث

نظرية 2.9

إذا كان المستقيمان في المستوى متساويي
 البعد عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان.



وزارة التعليم

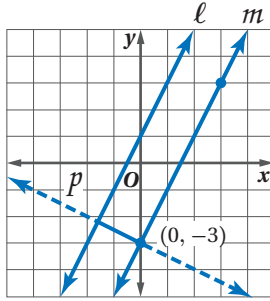
Ministry of Education

2021 - 1443

ستبرهن نظرية 2.9 في السؤال 21

المسافة بين مستقيمين متوازيين

مثال 3



أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين l, m اللذين معادلتيهما $y = 2x + 1, y = 2x - 3$ على الترتيب. يتعين عليك حل نظام من المعادلات لإيجاد نقطتي نهايتي القطعة المستقيمة العمودية على كل من l, m . ميل المستقيم l يساوي ميل المستقيم m ويساوي 2. ارسم المستقيم p على أن يمر بنقطة مقطع المحور y للمستقيم m وهي $(0, -3)$ ، ويكون عمودياً على كلا المستقيمين.

الخطوة 1:

الخطوة 2:

الخطوة 3:

إرشادات للدراسة

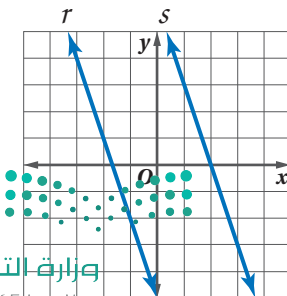
طريقة التعويض

عند حل نظام مكون من معادلتين خطيتين باستعمال التعويض، عوض قيمة أحد متغيرات المعادلة الأولى في المعادلة الثانية لتحصل على معادلة في متغير واحد.

تحقق من فهمك

(3A) أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين r, s اللذين معادلتاهما $y = -3x - 5, y = -3x + 6$ على الترتيب.

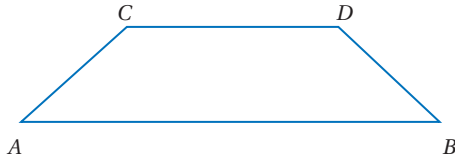
(3B) أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين a, b اللذين معادلتيهما $x + 3y = 6, x + 3y = -14$ على الترتيب.



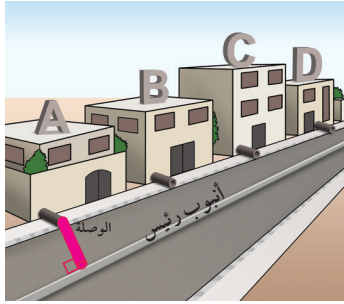
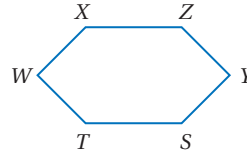
المثال 1

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي:

(2) البعد بين C و $\overrightarrow{AB}$



(1) البعد بين Y و $\overrightarrow{TS}$



(3) **أنابيب:** تزود مؤسسة المياه المنازل بالمياه من خلال أنابيب تربطها بالأنبوب الرئيس في الشارع. في الشكل المجاور: ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل أقصر أنبوب توصيل بين الوصلة في المنزل A والأنبوب الرئيس في الشارع.

المثال 2

هندسة إحداثية: أوجد البعد بين النقطة P والمستقيم ℓ في كل مما يأتي:

(4) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(-2, 0)$ ، $(4, 3)$ ، وإحداثيا النقطة P هما $(3, 10)$.

(5) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(9, -4)$ ، $(-6, 1)$ ، وإحداثيا النقطة P هما $(4, 1)$.

(6) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(-2, 9)$ ، $(4, 18)$ ، وإحداثيا النقطة P هما $(-9, 5)$.

المثال 3

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

(8) $y = 7$

(7) $y = -2x + 4$

$y = -3$

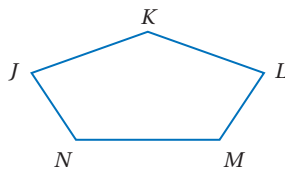
$y = -2x + 14$

تدرب وحل المسائل

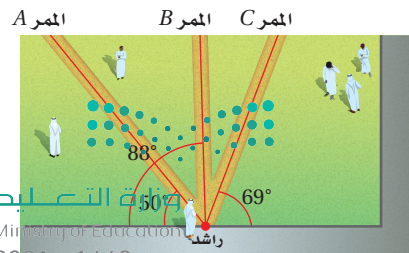
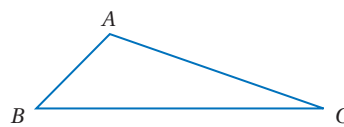
المثال 1

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي:

(10) البعد بين K و $\overrightarrow{LM}$



(9) البعد بين A و $\overrightarrow{BC}$



(11) **مدرسة:** يعبر راشد الساحة الأمامية لمدرسته، حيث يوجد ثلاثة ممرات ممكنة مبينة في الشكل المجاور. أي الممرات الثلاثة هو الأقصر؟ وضح تبريرك.

المثال 2

هندسة إحدائية: أوجد البعد بين النقطة P والمستقيم ℓ في كل مما يأتي:

(12) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(7, 4)$, $(0, -3)$. وإحداثيا النقطة P هما $(4, 3)$.

(13) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(4, 1)$, $(-2, 1)$. وإحداثيا النقطة P هما $(5, 7)$.

(14) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(3, 1)$, $(-8, 1)$. وإحداثيا النقطة P هما $(-2, 4)$.

المثال 3

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

$$y = \frac{1}{3}x - 3 \quad (17)$$

$$x = 3 \quad (16)$$

$$y = -2 \quad (15)$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

$$x = 7$$

$$y = 4$$

$$y = -\frac{5}{4}x + 3.5 \quad (20)$$

$$3x + y = 3 \quad (19)$$

$$y = 15 \quad (18)$$

$$4y + 10.6 = -5x$$

$$y + 17 = -3x$$

$$y = -4$$

(21) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 2.9.

أوجد البعد بين المستقيم و النقطة في كل مما يأتي:

$$x = 4, (-2, 5) \quad (24)$$

$$y = \frac{1}{6}x + 6, (-6, 5) \quad (23)$$

$$y = -3, (5, 2) \quad (22)$$



(25) **ملصقات:** يعلق شاكر ملصقين على حائط غرفته كما هو مبين في الشكل. كيف يمكن له أن يستعمل البعد بين مستقيمين؛ ليتأكد أن حافتي الملصقين متوازيتان؟

إنشاءات هندسية: يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(2, -3)$, $(-4, 3)$. والنقطة $P(-2, 1)$ تقع على المستقيم ℓ . تتبع الخطوات أدناه وأجب عما يأتي:

الخطوة 1:

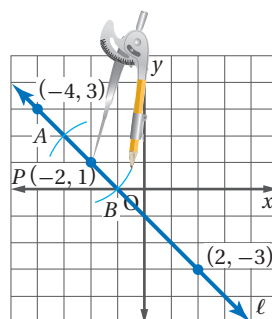
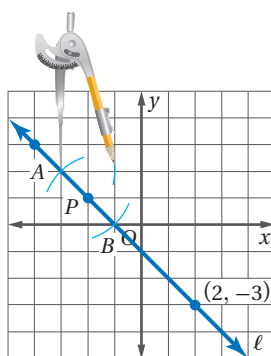
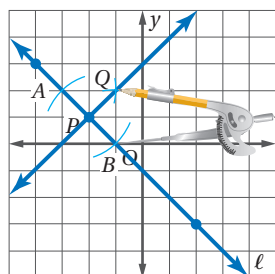
ارسم المستقيم ℓ وعين النقطة P عليه، ثم ضع الفرجار عند النقطة P . وباستعمال فتحة الفرجار نفسها، ارسم قوسين عن يسار ويمين النقطة P . سمّ نقطتي التقاطع A و B .

الخطوة 2:

افتح الفرجار فتحة أكبر من AP . وضعه عند النقطة A ، وارسم قوساً أعلى المستقيم ℓ .

الخطوة 3:

باستعمال فتحة الفرجار نفسها، ضع الفرجار عند النقطة B ، وارسم قوساً يقطع القوس السابق، سمّ نقطة التقاطع Q . ثم ارسم $\overleftrightarrow{PQ}$.



(26) ضع تخميناً للعلاقة بين المستقيمين ℓ و $\overleftrightarrow{PQ}$ ؟ أثبت تخمينك باستعمال ميلي المستقيمين.

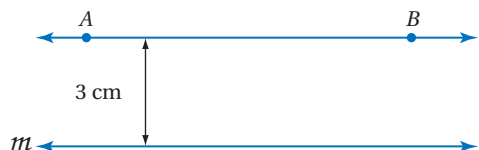
(27) كرر النشاط أعلاه باستعمال مستقيم آخر ونقطة عليه.

(28) **هندسة إحداثية:** ميل $\overline{AB}$ يساوي 2، ونقطة منتصفها $M(3, 2)$. ونقطة منتصف قطعة مستقيمة أخرى عمودية على $\overline{AB}$ هي $P(4, -1)$ ، ولها نقطة الطرف B نفسها.

(a) مثل القطعتين المستقيمتين بيانياً.

(b) أوجد إحداثيات A و B .

(29) **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة، سوف تستكشف مساحات مثلثات متكوّنة من نقاط على مستقيمين متوازيين.



(a) هندسياً: ارسم مستقيمين متوازيين، وسمّهما كما في الشكل المجاور.

(b) لفظياً: أين تضع النقطة C على المستقيم m ، حتى يكون للمثلث ABC أكبر مساحة؟ وضح تبريرك.

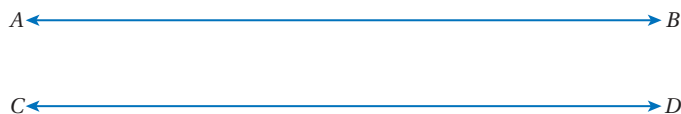
(c) تحليلياً: إذا كان $AB = 11$ cm، فما القيمة العظمى لمساحة $\triangle ABC$ ؟

مسائل مهارات التفكير العليا

(30) **اكتشف الخطأ:** رسم ماجد القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ أدناه باستعمال حافة مستقيمة، ويدّعي أنه إذا مدّ هاتين القطعتين المستقيمتين فإنهما لن تتقاطعا أبداً. خالفه زيد الرأي وقال: إنهما تتقاطعان. أيّ منهما على صواب؟ برّر إجابتك.



(31) **اكتب:** صف طريقة يمكن استعمالها لرسم مستقيم يبعد نفس البعد عن المستقيمين المتوازيين AB ، CD .



(32) **تحّد:** افترض أن مستقيماً عمودياً على مستقيمين متوازيين ويقطعهما في النقطتين $(0, 6)$ ، $(a, 4)$. إذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين $\sqrt{5}$ وحدات، فأوجد قيمة a ومعادلتَي المستقيمين المتوازيين.

(33) **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أحياناً، أو صحيحة دائماً، أو غير صحيحة أبداً. وضح تبريرك.
يمكن إيجاد البعد بين مستقيم ومستوى.

(34) **مسألة مفتوحة:** ارسم مضلعاً محدباً غير منتظم باستعمال مسطرة.



(a) أنشئ قطعة مستقيمة تمثل البعد بين أحد الرؤوس وضلع غير مجاور له.

(b) استعمل القياس لتتحقق من أن القطعة المستقيمة التي رسمتها عمودية على الضلع الذي اخترته.

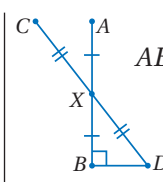
(35) تحدّد: أعد كتابة النظرية 2.9 بدلالة مستويين متساويي البعد عن مستو ثالث، وارسم مثلاً على ذلك.

(36) اكتب: لخص الخطوات الضرورية لإيجاد البعد بين مستقيمين متوازيين إذا عُلمت معادلاتهما.

تدريب على اختبار

(38) متنزه المدينة مربع الشكل، ومساحته 81000 ft^2 . أي مما يأتي هو الأقرب إلى طول ضلعه؟

- | | | | |
|--------|----------|--------|----------|
| 300 ft | C | 100 ft | A |
| 400 ft | D | 200 ft | B |

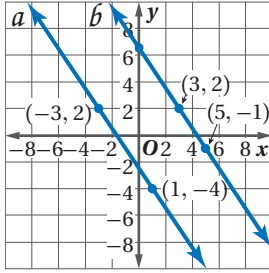


(37) إذا كانت $\overline{AB}$ و $\overline{BD}$ متعامدتين و $\overline{CD}$ و $\overline{AB}$ تنصف إحداهما الأخرى عند النقطة X ، $AB = 16$ ، $CD = 20$ ، فما طول $\overline{BD}$ ؟

- | | | | |
|----|----------|---|----------|
| 10 | C | 6 | A |
| 18 | D | 8 | B |

مراجعة تراكمية

(39) استعمل الشكل المجاور؛ لتحديد ما إذا كان $a \parallel b$.
برّر إجابتك. (الدرس 2-4)



اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المُعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي : (الدرس 2-5)

(40) $m = \frac{1}{4}$, $(3, -1)$

(41) $m = 0$, $(-2, 6)$

(42) $m = -2$, $(-6, -7)$

(43) حاسوب: في عام 1436 هـ كانت نسبة مستخدمي شبكة الإنترنت في المملكة 56% تقريباً، وبعد سنتين ارتفعت النسبة لتصبح 65% تقريباً، إذا استمر معدل التغير هذا، فما السنة التي تكون فيها نسبة المشتركين 80% تقريباً. (الدرس 2-4)

استعد للدرس اللاحق

استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لإيجاد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي :

(46) $Q(-12, 2)$, $T(-9, 6)$

(45) $R(-2, 3)$, $S(3, 15)$

(44) $O(-12, 0)$, $P(-8, 3)$

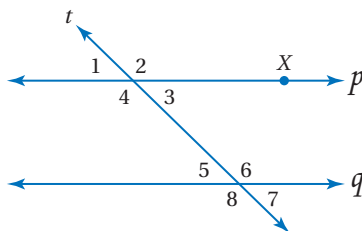


المفردات الأساسية

المستقيمان المتخالفان (ص. 86)	القاطع (ص. 87)
المستويان المتوازيان (ص. 86)	الزوايا الداخلية (ص. 87)
المستقيمان المتوازيان (ص. 86)	الزوايا الخارجية (ص. 87)
الزاويتان المتبادلتان (ص. 87)	الميل (ص. 109)
الزاويتان المتبادلتان (ص. 87)	معدل التغير (ص. 110)
الزاويتان المتبادلتان (ص. 87)	صيغة الميل ونقطة (ص. 117)
الزاويتان المتبادلتان (ص. 87)	صيغة الميل والمقطع (ص. 117)
الزاويتان المتبادلتان (ص. 87)	متساوي البعد (ص. 129)
الزاويتان المتبادلتان (ص. 87)	المحل الهندسي (ص. 129)

اختبر مفرداتك

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه؛ لتجعل الجملة صحيحة:



- 1 إذا كان $\angle 1 \cong \angle 5$ ، فإن p و q مستقيمان متخالفان.
- 2 الزاويتان 4، 6 متبادلتان داخلياً.
- 3 الزاويتان 1، 7 متبادلتان خارجياً.
- 4 إذا كان p و q متوازيين فإن الزاويتين 3، 6 متطابقتان.
- 5 بعد النقطة X عن المستقيم q هو طول القطعة المستقيمة العمودية من النقطة X إلى المستقيم q .
- 6 يُسمى المستقيم t قاطعاً للمستقيمين p و q .



- 7 إذا كان $p \parallel q$ ، فإن $\angle 2$ و $\angle 8$ متكاملتان.

- 8 الزاويتان 4، 8 متناظرتان.

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

القاطع: (الدرسان 2-1، 2-2)

- عندما يقطع قاطع مستقيمين، ينتج عن التقاطع أزواج من الزوايا المتبادلة خارجياً أو المتبادلة داخلياً، أو المتحاذية أو المتناظرة.
- إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن:
 - كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.
 - كل زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان.
 - كل زاويتين متحاذيتين متكاملتان.
 - كل زاويتين متبادلتين خارجياً متطابقتان.

إثبات توازي مستقيمين: (الدرس 2-3)

- إذا قطع قاطع مستقيمين في نفس المستوى ونتاج عن التقاطع أي مما يأتي، فإن المستقيمين متوازيان:
 - زاويتان متناظرتان متطابقتان.
 - زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتان.
 - زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتان.
 - زاويتان متحاذيتان متكاملتان.
- إذا كان المستقيمان عموديين على المستقيم نفسه في المستوى فإنهما متوازيان.

الميل: (الدرسان 2-4، 2-5)

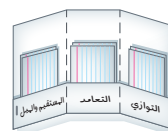
- الميل m لمستقيم يمر بالنقطتين (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) يعطى بالصيغة $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ، حيث $x_1 \neq x_2$.

البعد: (الدرس 2-6)

- البعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه، هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.
- البعد بين مستقيمين متوازيين، هو المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

المطويات

منظم أفكار



تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

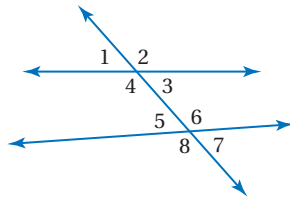
مراجعة الدروس

2-1

المستقيمان والقاطع (ص: 86-91)

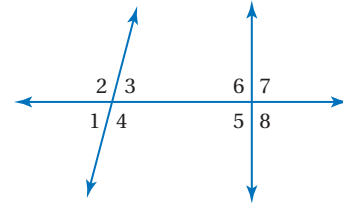
مثال 1

صنّف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه.



- (a) $\angle 3, \angle 6$ متحالفتان
(b) $\angle 2, \angle 6$ متناظرتان
(c) $\angle 1, \angle 7$ متبادلتان خارجياً
(d) $\angle 3, \angle 5$ متبادلتان داخلياً

صنّف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه.



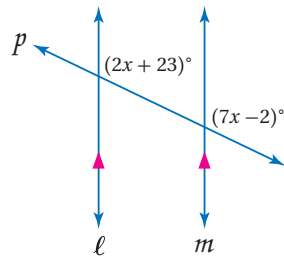
- (9) $\angle 1, \angle 5$
(10) $\angle 4, \angle 6$
(11) $\angle 2, \angle 8$
(12) $\angle 4, \angle 5$
(13) **جسور المشاة:** بُني جسر لعبور المشاة فوق شارع، صنّف المستقيمين اللذين يمثلان الجسر والشارع.

2-2

الزوايا والمستقيمات المتوازية (ص: 94-101)

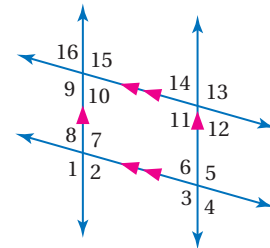
مثال 2

جبر: أوجد قيمة x في الشكل الآتي. وضح تبريرك.

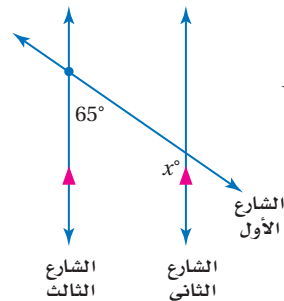


- مسلمة الزاويتين المتناظرتين $7x - 2 = 2x + 23$
جمع الحدود المتشابهة $7x - 2x = 23 + 2$
بسّط $5x = 25$
اقسم كلا الطرفين على 5 $x = 5$

في الشكل أدناه: $m\angle 1 = 123^\circ$ ، أوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:



- (14) $\angle 5$
(15) $\angle 14$
(16) $\angle 16$
(17) $\angle 11$
(18) $\angle 4$
(19) $\angle 6$



- (20) **خرائط:** يبيّن الشكل المجاور تخطيط ثلاثة شوارع. أوجد قيمة x .

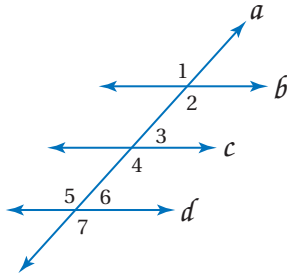


2-3

إثبات توازي مستقيمين (ص: 107-102)

مثال 3

هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا، فاذكر المسألة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

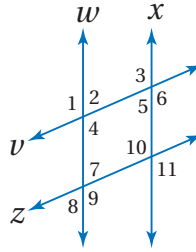


(a) $\angle 1 \cong \angle 7$

$\angle 1$ و $\angle 7$ متبادلتان خارجيًا بالنسبة للمستقيمين b و d . بما أن $\angle 1 \cong \angle 7$ ، فإن $d \parallel b$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا.

(b) $\angle 4 \cong \angle 5$

$\angle 4$ و $\angle 5$ متبادلتان داخليًا بالنسبة للمستقيمين c و d . بما أن $\angle 4 \cong \angle 5$ ، فإن $d \parallel c$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا.



هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا، فاذكر المسألة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

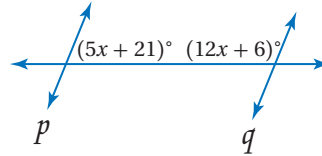
(21) $\angle 7 \cong \angle 10$

(22) $\angle 2 \cong \angle 10$

(23) $\angle 1 \cong \angle 3$

(24) $\angle 3 \cong \angle 11$

(25) أوجد قيمة x ، بحيث يكون $q \parallel p$ ، وحدد المسألة أو النظرية التي استعملتها.



(26) هندسة المواقع: إذا كان

$m\angle BAD = 45^\circ$ ، فأوجد

قياس $m\angle ADC$ الذي

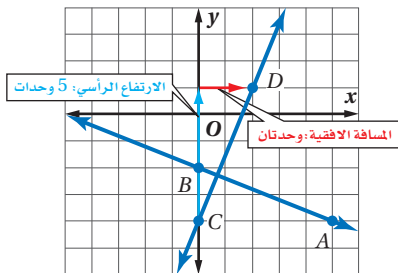
يجعل $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.



2-4 ميل المستقيم (ص: 116-109)

مثال 4

مثل بيانيًا المستقيم الذي يمر بالنقطة $C(0, -4)$ ، والعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ ، حيث $A(5, -4)$ ، $B(0, -2)$.



$$\text{ميل } \overleftrightarrow{AB} \text{ يساوي } -\frac{2}{5} = \frac{-2 - (-4)}{0 - 5}$$

بما أن ميل $\overleftrightarrow{AB}$ يساوي $-\frac{2}{5}$ ، فإن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ يساوي $\frac{5}{2}$

لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ من النقطة C ، وتحرك 5 وحدات إلى أعلى ووحدة واحدة إلى اليمين، وسم النقطة D ، ثم ارسم $\overleftrightarrow{CD}$.

حدّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي، ومثل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

(27) $A(5, 3)$ ، $B(8, 0)$ ، $X(-7, 2)$ ، $Y(1, 10)$

(28) $A(-3, 9)$ ، $B(0, 7)$ ، $X(4, 13)$ ، $Y(-5, 7)$

(29) $A(8, 1)$ ، $B(-2, 7)$ ، $X(-6, 2)$ ، $Y(-1, -1)$

ارسم المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي:

(30) يمر بالنقطة $(-3, 4)$ و يوازي $\overleftrightarrow{AB}$ ، حيث $A(2, 5)$ ، $B(9, 2)$

(31) يمر بالنقطة $(1, 3)$ ويعامد $\overleftrightarrow{PQ}$ ، حيث $P(4, -6)$ ، $Q(6, -1)$

(32) طائرات: تحلق الطائرتان A و B في مسارين مستقيمين

وعلى الارتفاع نفسه. رصد قمر اصطناعي موقعين للطائرة

A عند النقطتين $(5, 11)$ ، $(23, 17)$ ، ورصد موقعين للطائرة

B عند النقطتين $(9, 17)$ ، $(3, 15)$. هل مسارا الطائرتين

متوازيان، أم متعامدان، أم غير ذلك؟

2-5

صيغ معادلة المستقيم (ص: 117-124)

مثال 5

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(2, 5)$, $(6, 3)$.

الخطوة 1: أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 5}{6 - 2} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

الخطوة 2: اكتب معادلة المستقيم.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y - 5 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 6$$

صيغة الميل ونقطة

$$m = -\frac{1}{2}, (x_1, y_1) = (2, 5)$$

بسط

اجمع 5 لكلا الطرفين

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المُعطى ميله ونقطة يمر بها في كلٍّ مما يأتي:

$$m = 2, (4, -9) \quad (33) \quad m = -\frac{3}{4}, (8, -1) \quad (34)$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المُعطى ميله ومقطع محور y له فيما يأتي:

$$m = 5, b = -3 \quad (35) \quad m = \frac{1}{2}, b = 4 \quad (36)$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما فيما يأتي:

$$(-3, 12), (15, 0) \quad (37) \quad (-7, 2), (5, 8) \quad (38)$$

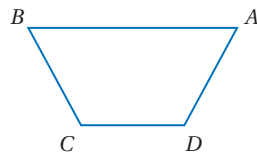
(39) فيزياء: تسير مركبة بسرعة 30 m/s ، وبدأت تتباطأ بمعدل ثابت، وبعد ثانيتين أصبحت سرعتها 16 m/s ، اكتب معادلة تمثل سرعة المركبة v بعد t ثانية. ثم استعمل المعادلة لتحديد الزمن الذي تستغرقه حتى تقف.

2-6

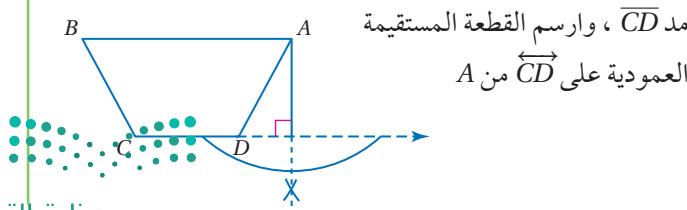
الأعمدة والمسافة (ص: 126-134)

مثال 6

ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل البعد بين A و $\overleftrightarrow{CD}$.



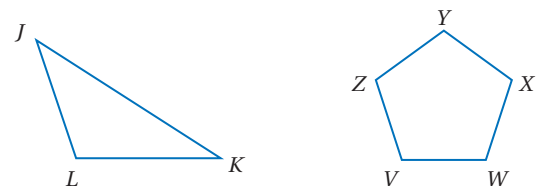
البعد بين المستقيم ونقطة لا تقع عليه، هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.



مد $\overleftrightarrow{CD}$ ، وارسم القطعة المستقيمة العمودية على $\overleftrightarrow{CD}$ من A

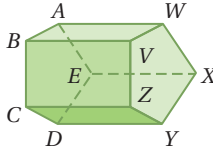
أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كلٍّ مما يأتي :

(40) البعد بين X و $\overleftrightarrow{VW}$ (41) البعد بين L و $\overleftrightarrow{JK}$



(42) قياس: علّق خالد صَفَّين من الصور على حائط غرفته، فقام أولاً بتثبيت مسامير لوحات الصف العلوي على استقامة واحدة، ثم علّق الخيط الشاقولي على كل مسمار وقاس مسافات متساوية أسفل كل مسمار ووضع مساميرًا للوحة في الصف الثاني. لماذا يدل هذا العمل على أن صفّي الصور سيكونان متوازيين؟

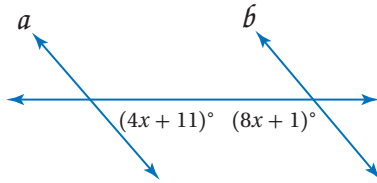
(17) اختيار من متعدد: أي القطع المستقيمة تخالف $\overline{CD}$ ؟



(A) $\overline{ZY}$

(B) $\overline{AB}$

(18) أوجد قيمة x التي تجعل $a \parallel b$. وحدد المسألة أو النظرية التي استعملتها.

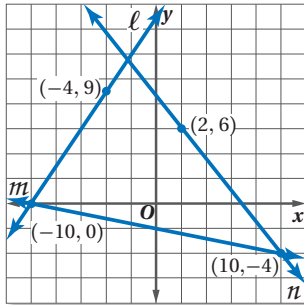


هندسة إحدائية: أوجد البعدين النقطة P والمستقيم ℓ في كل مما يأتي:

(19) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(3, -5)$, $(-4, 2)$. وإحداثيا النقطة P هما $(1, 2)$.

(20) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين $(2, 3)$, $(6, 5)$. وإحداثيا النقطة P هما $(2, 6)$.

استعمل الشكل أدناه لتجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:



(21) المستقيم ℓ .

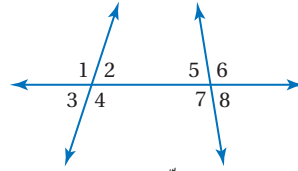
(22) مستقيم يوازي m .

(23) مستقيم يعامد n .

(24) أعمال: يعمل محمود مندوب مبيعات، ويتقاضى 12 ريالاً عن

كل ساعة عمل زائد عمولة مقدارها 15% من قيمة مبيعاته. اكتب معادلة تمثل ما يتقاضاه في أحد الأسابيع إذا كانت قيمة مبيعاته 2000 ريال.

صنّف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه.



(1) $\angle 6, \angle 3$

(2) $\angle 4, \angle 7$

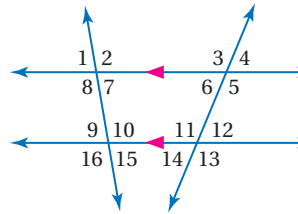
(3) $\angle 5, \angle 4$

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين A, B في كل مما يأتي:

(4) $A(8, 1), B(8, -6)$

(6) $A(6, 3), B(-6, 3)$

في الشكل أدناه: $m\angle 8 = 96^\circ$ و $m\angle 12 = 42^\circ$. أوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.

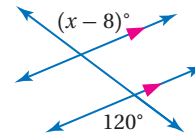


(8) $\angle 9$

(9) $\angle 11$

(10) $\angle 6$

(11) أوجد قيمة x في الشكل الآتي:



(12) ناد رياضي: يقارن مشاري بين عرضين مقدمين من ناد رياضي.

يدفع في العرض الأول 200 ريال شهرياً. ويدفع في العرض الثاني 140 ريالاً شهرياً بالإضافة إلى رسوم اشتراك لأول مرة مقدارها 180 ريالاً.

(a) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلتين تمثلان التكلفة y للاشتراك في كل من العرضين لعدد x من الأشهر. ثم مثلهما بيانياً.

(b) هل المستقيمان الممثلان بيانياً في الفرع a متوازيان؟ وضح السبب.

(c) أي العرضين هو الأفضل؟ وضح إجابتك.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كل من الحالات الآتية:

(13) يمر بالنقطة $(-8, 1)$ ، ويعامد $y = 2x - 17$

(14) يمر بالنقطة $(0, 7)$ ، ويوازي $y = 4x - 19$

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

(16) $y = -2x + 1$

(15) $y = x - 11$

$y = -2x + 16$

$y = x - 7$

رسم مستقيمت مساعدة لحل بعض المسائل الهندسية

من المحتمل أن تواجه في الاختبارات بعض الأسئلة التي تحتاج فيها إلى إضافة مستقيمت مساعدة لتطبيق بعض النظريات والمسلمات عليها والوصول لحلها.

استراتيجيات الحل

الخطوة 1

- اقرأ المسألة وتفحص الشكل بإمعان.
- حاول ربط الشكل بأشكال مرتبطة بنظريات أو مسلمات.

الخطوة 2

- قرر الجزء الناقص من الشكل؛ ليكون مشابهًا لشكل له خصائص معينة.
- أضف الجزء الناقص (رسم مستقيم، إكمال زاوية...).

الخطوة 3

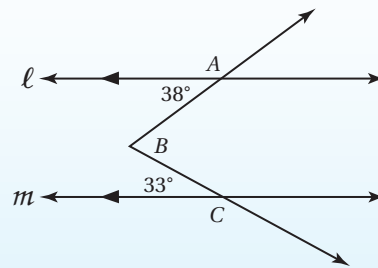
- طبق النظريات والمسلمات على الشكل بعد التعديل.
- استنتج المطلوب.



مثال

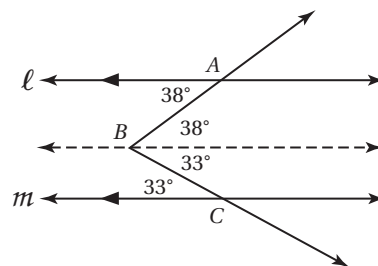
اقرأ المسألة جيداً، وحدّد ما تحتاج إلى معرفته، ثم استعمل المعطيات لحلها.

في الشكل أدناه: قُطعت $\angle ABC$ بالمستقيمين المتوازيين l و m . ما قياس $\angle ABC$ ؟
اكتب إجابتك بالدرجات.



ارسم مستقيماً ثالثاً مساعداً يوازي المستقيمين l و m ماراً بالنقطة B . وأوجد قياسات الزوايا باستعمال الزوايا المتبادلة داخلياً:

حل المسألة

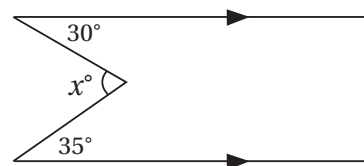


$$m\angle ABC = 38^\circ + 33^\circ = 71^\circ$$

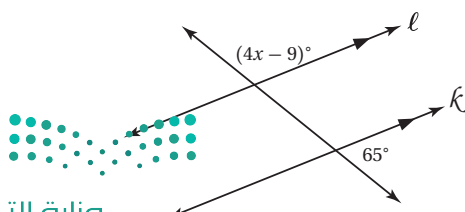
تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة:

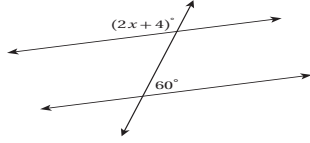
(1) ما قيمة x في الشكل أدناه؟



(2) ما قيمة x في الشكل أدناه؟

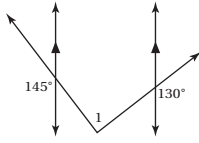


أسئلة الاختيار من متعدد



(5) ما قيمة x على الشكل أدناه؟

- 120 A
116 B
58 C
60 D



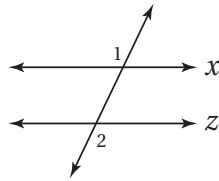
(6) ما قياس $\angle 1$ في الشكل أدناه؟

- 85 A
90 B
95 C
100 D

(7) يرغب عبدالله في شراء ساعة يد سعرها 580 ريالاً . إذا كان لديه 140 ريالاً ، ويمكنه ادخار 40 ريالاً أسبوعياً ، فبعد كم أسبوع يتوافر لديه المبلغ الكافي لشراء الساعة؟

- 10 A
11 B
12 C
13 D

(8) إذا كان $m\angle 1 = 110^\circ$ ، فما قيمة $m\angle 2$ التي تجعل المستقيمين x ، z متوازيين؟

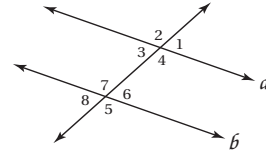


- 30° A
60° B
70° C
110° D

(9) ما ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-6, -2)$ ، $(3, -5)$ ؟

- 3 A
 $\frac{1}{3}$ B
 $-\frac{1}{3}$ C
- 3 D

اقرأ كل سؤال فيما يأتي ، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة:



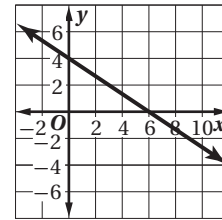
(1) في الشكل أدناه: إذا كان $a \parallel b$ ، فأَيُّ مما يأتي صحته ليست مؤكدة؟

- $\angle 1 \cong \angle 3$ A
 $\angle 4 \cong \angle 7$ B
 $\angle 2 \cong \angle 5$ C
 $\angle 8 \cong \angle 2$ D

(2) أَيُّ مما يأتي مثال مضاد للعبارة أدناه؟

- مجموع أي عددين فرديين عدد فردي
 $6 + 2 = 8$ C
 $3 + 3 = 6$ A
 $4 + 9 = 13$ D
 $5 + 4 = 9$ B

(3) ما ميل المستقيم الممثل بيانياً أدناه؟



- $-\frac{2}{3}$ A
 $-\frac{1}{2}$ B
 $-\frac{2}{5}$ C
 $-\frac{1}{6}$ D

(4) يمر المستقيم k بالنقطتين $(4, 1)$ و $(-5, -5)$. أوجد البعد بين المستقيم k والنقطة $F(-4, 0)$.

- 3.3 وحدات A
3.6 وحدات B
4.0 وحدات C
4.2 وحدات D

إرشادات للاختبار

السؤال 6: يمكن أن يساعدك الرسم على حل المسألة؛ لذا ارسم مستقيماً ثالثاً موازياً يمر برأس الزاوية 1، ثم استعمل خصائص المستقيمت المتوازية والقاطع لحل المسألة.

أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة:

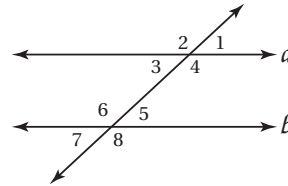
(10) إذا علم مستقيم ونقطة لا تقع عليه، فكم مستقيماً يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعلوم؟

(11) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-2, -5)$, $(4, 3)$.

(12) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $m\angle 1 + m\angle 8 = 180^\circ$

المطلوب: $a \parallel b$



البرهان:

المبررات	العبارات
(1) مُعطى	(1) $m\angle 1 + m\angle 8 = 180^\circ$
(2) ؟	(2) $m\angle 1 = 180^\circ - m\angle 8$
(3) ؟	(3) $m\angle 5 + m\angle 8 = 180^\circ$
(4) خاصية الطرح للمساواة	(4) $m\angle 5 = 180^\circ - m\angle 8$
(5) خاصية التعدي للمساواة أو (خاصية التعويض)	(5) _____
(6) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين	(6) _____

(13) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(0, 3)$, $(4, -5)$ بصيغة الميل والمقطع الصادي.

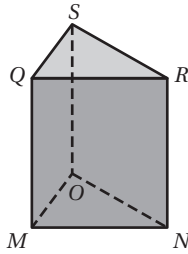
(14) اكتب المعاكس الإيجابي للعبارة:

”إذا كان الشكل مربعاً، فإنه متوازي أضلاع“.

أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة مبيّناً خطوات الحل.

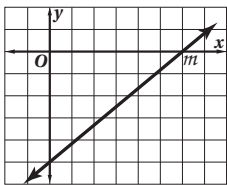
(15) استعمل الشكل أدناه لتحديد كلاً مما يأتي:



(a) جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{MQ}$

(b) جميع المستويات المتقاطعة مع المستوى SRN

(c) قطعة مستقيمة تخالف $\overline{ON}$



(16) استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن كل من الأسئلة الآتية:

(a) ما معادلة المستقيم m ؟

(b) ما ميل المستقيم الذي يوازي المستقيم m ؟

(c) ما ميل مستقيم عمودي على المستقيم m ؟

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تجب عن سؤال ..
2-5	2-5	1-3	2-5	2-3	2-4	2-6	2-3	2-3	2-5	2-2	2-2	2-6	2-4	1-1	2-2	فعد إلى ..