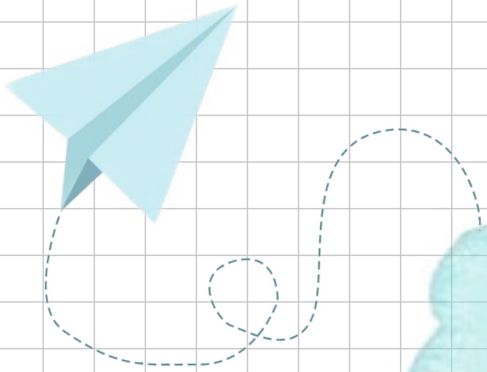
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



الفصل السابع

(النسبة والتناسب)

للوصول السريع بالضغط على اسم الدرس

Jawaher
ALHARBI

النسبة والمعدل

النسبة

النسبة : هي المقارنة بين كميتين باستعمال القسمة

كما يمكن استعمال النسب لمقارنة الجزء بالكل

مثال : اكتب النسبة التي تقارن عدد ملصقات الكرات إلى عدد ملصقات النجوم على شكل كسر في أبسط صورة ، ثم أشرح معناها

نسبة عدد ملصقات الكرات إلى عدد ملصقات النجوم هي :

٣ إلى ٦ أو ٣ : ٦

ويمكن كتابة النسبة على شكل كسر في أبسط صورة

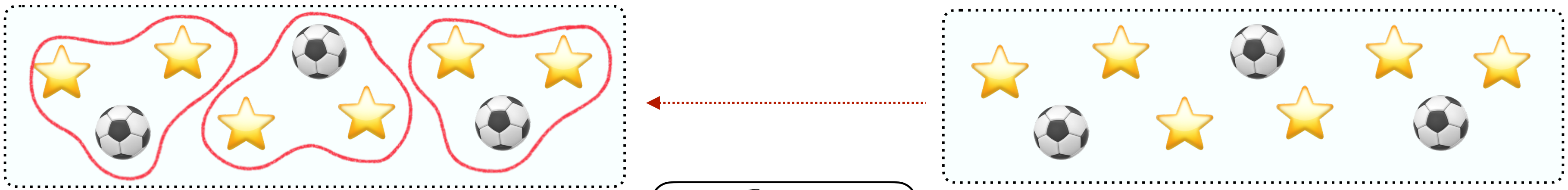
حيث أن البسط يمثل عدد ملصقات الكرات والمقام يمثل عدد ملصقات النجوم

عدد ملصقات الكرات → ٣ ، ١ ← عدد ملصقات الكرات

عدد ملصقات النجوم → ٦ ، ٢ ← عدد ملصقات النجوم

$$\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

وهذا يعني أن لكل ملصق كرة ملصقين من ملصقات النجوم



النسبة والمعدل

المعدل

المعدل : هو نسبة تقارن بين كميتين بوحدتين مختلفتين

معدل الوحدة : هو تبسيط المعدل بحيث يصبح مقام مساوياً ١

مثال :

يدق قلب سميرة ٤١٠ مرات في ٥ دقائق

فكم مرة يدق قلبها في الدقيقة الواحدة بهذا المعدل ؟

أولًا : اكتب المعدل الذي يقارن عدد دقات قلب سميرة في عدد الدقائق

$$\frac{٤١٠}{٥}$$

٤١٠ ← عدد دقات القلب

٥ ← عدد الدقائق

ثانيًا : إيجاد معدل **الوحدة** وذلك لأن المطلوب عدد دقات القلب في الدقيقة **الواحدة**

و لكتابة المعدل في صورة معدل الوحدة نقسم كلاً من بسط المعدل ومقام على مقام

٥÷

$$\frac{٨٢}{١} = \frac{٤١٠}{٥}$$

٥÷

إذًا يدق قلب سميرة ٨٢ مرة في الدقيقة الواحدة

جداول النسب

إضاءات

النسب المتكافئة :

تعبر عن العلاقة نفسها بين كميتين ويمكن استعمال جداول النسبة لإيجاد النسب المتكافئة أو المعدلات

جدول النسبة :

هو جدول لتنظيم الكميات حيث أن الأعمدة يوضع فيها أزواج من الأعداد لها النسبة نفسها

علب العصير المركز	١	٢	٣
قارورة الماء	٣	٦	٩

النسب : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٦}$ ، $\frac{٣}{٩}$ متكافئة

حيث إن أبسط صورة لكل منها $\frac{١}{٣}$

طرق إيجاد النسب المتكافئة أو المعدلات

أولًا : نسب مكافئة بكميات أكبر

الطريقة الأولى : إيجاد النمط وتوسعته

الطريقة الثانية : ضرب كل كمية في العدد نفسه

ثانيًا : نسب مكافئة بكميات أصغر

قسمة كل كمية على العدد نفسه

ثالثًا : استعمال القسمة والضرب معاً

نقسم للحصول على كميات أصغر ، ثم نضرب للحصول على كميات أكبر

جداول النسب

أولًا : نسب مكافئة بكميات أكبر

الحالة الأولى : إيجاد النمط وتوسعته

مثال : يأخذ مريض لترًا من السوائل كل ٥ ساعات. استعمل جدول النسبة لإيجاد عدد الساعات التي يحتاج إليها المريض لأخذ ٤ لترات من السوائل

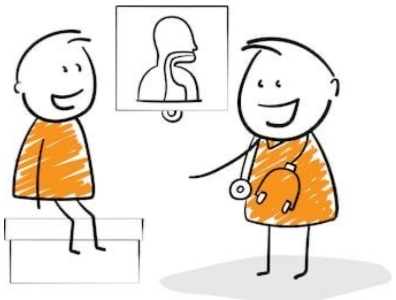
السوائل (لتر)	١			٤
الزمن (ساعات)	٥			

+ ١   + ١   + ١

السوائل (لتر)	١	٢	٣	٤
الزمن (ساعات)	٥	١٠	١٥	٢٠

+ ٥   + ٥   + ٥

نكمل هذا النمط حتى نصل إلى ٤ لترات من السوائل



وهذا يعني أن المريض يحتاج إلى ؟. ساعة لأخذ ٤ لترات من السوائل

الحالة الثانية : ضرب كل كمية في العدد نفسه

بما أن : ١ × ٤ = ٤

لذا اضرب كل كمية في العدد نفسه

× ٤

السوائل (لتر)	١	٤
الزمن (ساعات)	٥	٢٠

× ٤

أو

بما أن : ١ × ٥ = ٥

لذا اضرب كل كمية في العدد نفسه

السوائل (لتر)	١	٤
الزمن (ساعات)	٥	٢٠

×٥   ×٥

جداول النسب

ثانيًا : نسب مكافئة بكميات أصغر

قسمة كل كمية على العدد نفسه

يمكن قسمة كل حد من حدود النسبة على العدد نفسه للتوصل إلى نسبة مكافئة لها وبكميات أصغر

مثال :

يضاف ١٢ كوب من السكر لكل ١٦ كوب من التوت لصناعة مربى التوت

استعمل جدول النسبة لتجد كمية السكر التي تضاف إلى ٤ أكواب من التوت لصنع المربى

سكر (كوب)	١٢		
توت (كوب)	١٦		٤

÷ ٢ ÷ ٢

سكر (كوب)	١٢	٦	٣
توت (كوب)	١٦	٨	٤

÷ ٢ ÷ ٢

لصناعة ٤ أكواب من مربى التوت نحتاج إلى ٣ أكواب من السكر

جداول النسب

ثالثًا : استعمال القسمة والضرب معاً

نحتاج أحيانًا إلى استعمال القسمة والضرب معاً لإيجاد نسبة مكافئة
فنقسم حدود النسبة للحصول على كميات أصغر ثم نضربها للحصول على كميات أكبر

مثال :

تباع كل ١٠ علب بسكويت في أحد المتاجر بـ ٤٠ ريال
استعمل جدول النسب لإيجاد ثمن ١٥ علبة

علب البسكويت	١٠		١٥
التكلفة بالريال	٤٠		

ليس هناك عدد صحيح يمكن ضربه في العدد ١٠ لنحصل على العدد ١٥
لذا استعمل القسمة ثم الضرب لتحصل على العدد ١٥

اقسم كل كمية على القاسم المشترك وهو ٢
وبما أن ٥ × ٣ = ١٥، إذًا نضرب كل كمية في العدد ٣

÷ ٢ × ٣

علب البسكويت	١٠	٥	١٥
التكلفة بالريال	٤٠	٢٠	٦٠

÷ ٢ × ٣

إذاً ثمن ١٥ علبة بسكويت ٦٠ ريال

التناسب

إضاءات

الكميتان المتناسبتين

تكون الكميتان متناسبتين إذا كان لكل منهما النسبة نفسها أو المعدل نفسه

ويعبر عن علاقة التناسب في معظم الأحيان بكتابة كلمة تناسب .

التعبير اللفظي :

التناسب هو معادلة تبين أن نسبتين أو معدلين متساويان

$$\frac{١}{٣} = \frac{٢}{٦}$$

طرق تحديد ما إذا كانت العلاقة بين كميتين تشكل تناسباً أم لا

الطريقة الأولى : المقارنة بين معدلات الوحدة

الطريقة الثانية : التحقق من كون المعدلات متكافئة

الطريقة الثالثة : طريقة الضرب التبادلي

التناسب

الطريقة الأولى : المقارنة بين معدلات الوحدة

يمكن تحديد ما إذا كانت العلاقة بين كميتين تشكل تناسباً أم لا

وذلك بالمقارنة بين معدلات الوحدة

مثال :

هل الكميتان من المعدل التالي متناسبة أم لا ؟

٢٠ كيلو متراً في ٥ ساعات ، ٤٥ كيلو متراً في ٩ ساعات

اكتب كل معدل في صورة كسر ، ثم أوجد معدل الوحدة

$$\frac{\text{٢٠ كلم}}{\text{٥ ساعات}} \overset{\div ٥}{\underset{\div ٥}{=}} \frac{\text{٤ كلم}}{\text{١ ساعة}}$$

$$\frac{\text{٤٥ كلم}}{\text{٩ ساعات}} \overset{\div ٩}{\underset{\div ٩}{=}} \frac{\text{٥ كلم}}{\text{١ ساعة}}$$

بما أن المعدلين ليس لهما معدل الوحدة نفسه، فإنهما غير متكافئين

وهذا يعني أن عدد الكيلومترات ليس متناسباً مع عدد الساعات

التناسب

الطريقة الثانية : التحقق من كون المعدلات متكافئة

إذا لم يكن من السهل إيجاد معدل الوحدة فيمكن التحقق من كون المعدلات متكافئة

مثال :

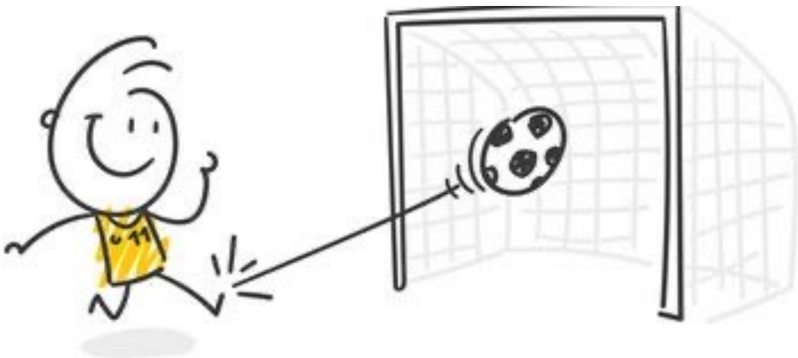
هل الكميتان من المعدل التالي متناسبة أم لا ؟

أحرز مهند ٣ أهداف كرة سلة من ٧ محاولات ، وأحرز أحمد ٩ أهداف من ١٤ محاولة

$$\begin{tikzcd} \text{٩ أهداف} & \text{٣ أهداف} \arrow[l, bend right, "\times ٣"'] \\ \text{١٤ محاولات} & \text{٧ محاولات} \arrow[l, bend left, "\times ٢"] \end{tikzcd}$$

البسط والمقام لم يتم ضربهما في العدد نفسه وهذا يدل على إن الكسران غير متكافئين

إذًا عدد الأهداف التي تم إحرازها لا يتناسب مع عدد المحاولات



التناسب

الطريقة الثالثة : الضرب التبادلي

وذلك بضرب الوسطين في الطرفين

مثال : هل الكميتان من المعدل التالي متناسبة أم لا ؟

٣ ساعات عمل مقابل ١٢٠ ريالاً ، ٩ ساعات عمل مقابل ٣٦٠ ريالاً

$$\begin{tikzcd} \text{٩ ساعات} \arrow[dr] & \text{٣ ساعات} \arrow[dl] \\ \text{٣٦٠ ريال} & \text{١٢٠ ريال} \end{tikzcd}$$

٣ × ٣٦٠ = ١٠٨٠

٩ × ١٢٠ = ١٠٨٠

نتيجة ضرب الوسطين في الطرفين متساوية

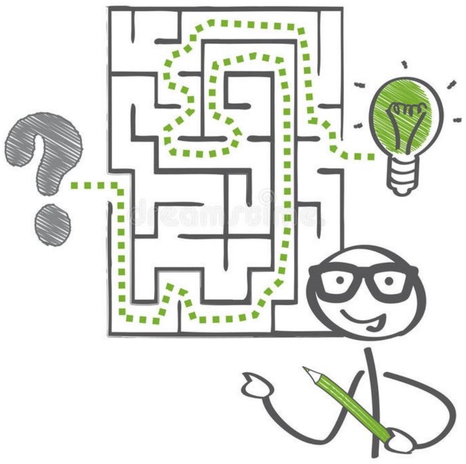
وهذا يدل على أن عدد ساعات العمل تتناسب مع التكلفة

الجبر : حل التناسب

إضاءات

حل التناسب :

هو إيجاد القيمة المجهولة فيه



طرق تحديد إن كانت العلاقة تناسبيًا أم لا

الحالة الأولى : الحل باستعمال الكسور المتكافئة

الحالة الثانية : التنبؤ في مواقف التناسب

الحالة الثالثة : الحل باستعمال معدلات الوحدة

كما يمكنك استعمال هذه الطرق نفسها لحل التناسب

الجبر : حل التناسب

الحالة الأولى : الحل باستعمال الكسور المتكافئة

إحدى طرق إيجاد القيمة المجهولة في التناسب هي الحل باستعمال الكسور المتكافئة

مثال :

حل التناسب الآتي

$$\frac{٤}{٧} = \frac{م}{٣٥}$$

أوجد قيمة م التي تجعل الكسرين متكافئين

$$\frac{٤}{٧} \overset{\times ٥}{\underset{\times ٥}{=}} \frac{٢٠}{٣٥}$$

بما أن ٧ × ٥ = ٣٥ ، فاضرب كلاً من البسط والمقام في العدد ٥

٤ × ٥ = ٢٠ ، فإن م = ٢٠

وللتحقق من إجابتك :

اكتب كل نسبة في أبسط صورة

فإذا كانت أبسط صورة لهما متساويات فإن النسبتين متكافئتان

الجبر : حل التناسب

الحالة الثانية : التنبؤ في مواقف التناسب

إحدى طرق إيجاد القيمة المجهولة في التناسب هي الحل بالتنبؤ في مواقف التناسب

مثال :

هناك ١٥ طالب من بين ٢٥ يذهبون إلى النوم الساعة العاشرة مساءً

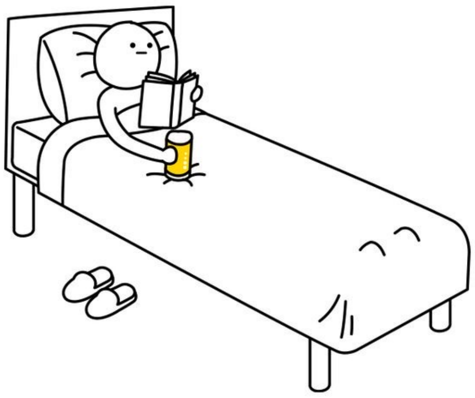
فما عدد الطلاب الذين يذهبون للنوم الساعة العاشرة مساءً من بين ٣٠ طالب؟

الطلاب الذين يذهبون للنوم العاشرة ← ١٥ ، س → الطلاب الذين يذهبون للنوم العاشرة

المجموع الكلي للطلاب (٢٥) ← ٢٥ ، ٣٠ → المجموع الكلي للطلاب (٣٠)

$$\frac{١٥}{٢٥} = \frac{س}{٣٠}$$

المقامان ٢٥ وَ ٣٠ لا يرتبطان بسهولة في الضرب ، لذا بسط النسبة ١٥ إلى ٢٥ ثم حل باستعمال الكسور المتكافئة



$$\frac{١٥}{٢٥} \underset{÷ ٥}{\overset{÷ ٥}{=}} \frac{٣}{٥} \underset{× ٦}{\overset{× ٦}{=}} \frac{١٨}{٣٠}$$

إذًا ١٨ طالب يذهب إلى النوم الساعة العاشرة مساءً من بين ٣٠ طالب

الجبر : حل التناسب

الحالة الثالثة : الحل باستعمال معدلات الوحدة

يمكن أعادة كتابة التناسب باستعمال معدل الوحدة لحل الكسور المتكافئة.

مثال :

يشرب حصان ١٢٠ عبوة ماء تقريباً كل ٤ أيام . كم عبوة ماء يشرب هذا الحصان في ٧ أيام بحسب هذا المعدل ؟

$$\frac{\text{١٢٠ عبوة ماء}}{\text{٤ أيام}} = \frac{\text{س عبوة ماء}}{\text{٧ أيام}}$$

أعد كتابة التناسب باستعمال معدل الوحدة لحل الكسور المتكافئة.

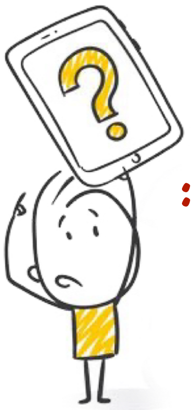
$$\frac{١٢٠}{٤} \underset{÷ ٤}{\overset{÷ ٤}{=}} \frac{٣٠}{١} \underset{× ٧}{\overset{× ٧}{=}} \frac{\text{س}}{٧}$$

$$\text{س} = ٢١٠$$

يشرب الحصان ٢١٠ عبوة ماء في ٧ أيام

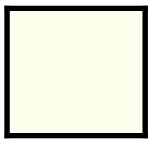
خطة حل المسألة

(البحث عن نمط)

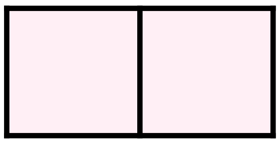


تستعمل خطة البحث عن نمط عندما تكون التغير بين الانماط متساويا.

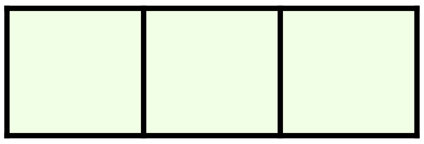
مثال : أوجد عدد العيدان اللازمة لعمل الشكل الثامن في المبين أدناه :



الشكل (١)

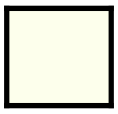
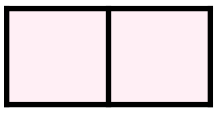
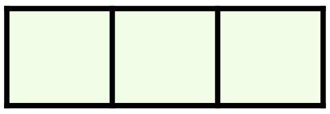


الشكل (٢)



الشكل (٣)

نلاحظ أن عدد العيدان يزيد كل مرة بنمط محدد وعلينا البحث عن هذا النمط

الشكل	عدد المربعات	عدد العيدان
الشكل الأول 	١	٤
الشكل الثاني 	٢	٧
الشكل الثالث 	٣	١٠

إذاً النمط هو : عدد المربعات × ٣ + ١

ولإيجاد عدد عيدان الشكل الثامن ٨ × ٣ + ١ = ٢٥ عود

وللتحقق يمكننا رسم الشكل الثامن