مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تلخيص الباب الثامن

الأنظمة الخطية

دراسة التقاطع بين المستقيمات

حل النظام ← أنواع الأنظمة

مستقيمان متقاطعان

عدد الحلول = 1

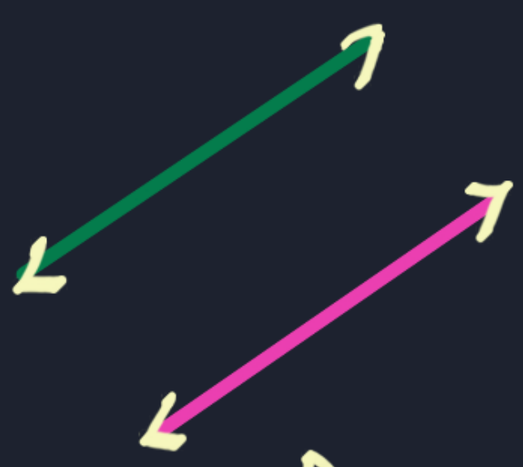
الحل نقطة التقاطع

مستقيمان متوازيان

عدد الحلول = لانهائي

الحل عدد لانهائي من الحلول

غير متقاطعين



عدد الحلول = صفر

الحل ∅

بدون رسم

$م_1 \neq م_2$

مثال

$ص = ٥س + ٣$

$ص = ٤س + ٦$

$م_1 = ٥$

$م_2 = ٤$

$م_1 \neq م_2$

$م_1 = م_2$

$ب_1 = ب_2$

مثال

$ص = ٤س + ٢$

$٢ص = ٨س + ٤$

$\downarrow$

$ص = ٤س + ٢$

$م_1 = م_2 = ٤$

$ب_1 = ٢ب_2 = ٢$

$م_1 = م_2$

$ب_1 \neq ب_2$

مثال

$ص = ٤س + ٣$

$ص = ٤س + ١$

$م_1 = م_2 = ٤$

$ب_1 \neq ٢ب_2$

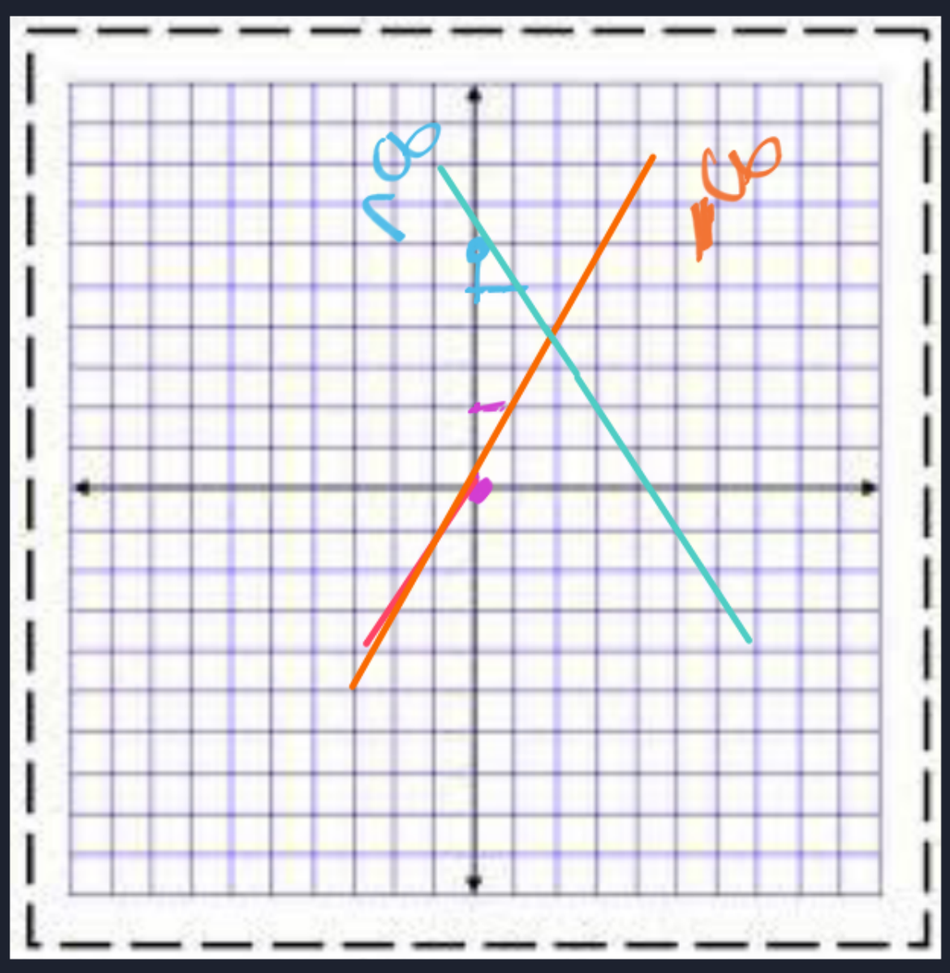
$٣ \neq ١$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حلّ كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً ، وحدد عدد حلوله وإن كان له حل فاكتبه .

* $ص_1 = ٢س + ٠$ ← $م = \frac{٢}{١}$ ميل قاطع ، $ب = ٠$
$ص_2 = ٦ - س$ ← $ص = -س + ٦$ ← $م = \frac{-١}{١}$ ، $ب = ٦$

نمثل بصيغة الميل والمقطع $م = \frac{ص}{س}$



نوع النظام = متسق ومستقل
عدد الحلول = ١
الحل (٢ ، ٤)

بدون رسم

* $ص_1 = س - ٣$
$ص_2 = -٢س + ٩$

← نذكر سبب اختيارنا هذه الطريقة وعدد الحلول

$م_1 = ١$ ، $ب_1 = -٣$
$م_2 = -٢$ ، $ب_2 = ٩$

$م_1 \neq م_2$

حل واحد (قطعا لماذا)

نظام متسق ومستقل

$ص_1 = س - ٣$
$ص_2 = -٢س + ٩$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل نظام معادلتين خطيتين بالتعويض

* $ص = س + ٨$

$٢س + ص = -١$

↓

$٢س + س + ٨ = -١$

$٣س + ٨ = -١$

$\frac{٣}{٣}س = \frac{-٩}{٣}$ ⇐ $س = -٣$

بتعويض حيث * لإيجاد ص $= -٣ + ٨ = ٥$

الحل $= (-٣، ٥)$ نظام متسق ومستقل

حل نظام معادلتين خطيتين بالطرح

١) $س + ص = ١٣$

٢) $س - ص = ٥$

ستخدم الطرح بالجمع !!! ← السبب

مهما كان المتغير سيصبح عكساً جمعياً للآخر

$س + ص = ١٣$

$+ \quad س - ص = ٥$

$٢س = ١٨$

$س = ٩$

بتعويض حيث ١) لإيجاد قيمة ص

$ص = ١٣ - ٩ = ٤$

$(٩، ٤)$

مجموعة رقعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

السبب ← نستخدم الحذف بالطرح !!!

١) $3س + 7ص = 2$

٢) $3س - 4ص = 13$

حاول أن تحل المعادلتين حتى النهاية لتساوي

$3س + 7ص = 2$

$-(3س - 4ص = 13)$

$3س + 7ص = 2$

$+ -3س + 4ص = -13$

$11ص = -11$

$ص = -1$

نعوض في ١ لإيجاد قيمة ص

$3س + 7(-1) = 2$

$3س - 7 = 2$

$3س = 2 + 7$

$3س = 9 \Leftarrow س = 3$

(3، -1)

السبب ← نستخدم الحذف بالضرب !!!

١) $3س - 4ص = -10$

٢) $5س + 8ص = -2$

لم نستطع حذف بالجمع أو الطرح أو العوض

نعوض في ١ لإيجاد قيمة ص

$2 \times (3س - 4ص = -10)$

$5س + 8ص = -2$

$6س - 8ص = -20$

$+ 5س + 8ص = -2$

$11س = -22$

$س = -2$

$3(-2) - 4ص = -10$

$-6 - 4ص = -10$

$-4ص = -10 + 6$

$-4ص = -4$

$ص = 1$

(-2، 1)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

اشترى فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بمبلغ ١٧٥ ريالاً
فإذا كان ثمن الكتب ٢٥ ريالاً ، وثمن المجلة ٢٠ ريالاً
فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها.

ك = عدد الكتب
م = " المجلات

١) ك + م = ٨
٢) ٢٥ك + ٢٠م = ١٧٥

سنستخدم الحل بالتعويض او الحذف بالضرب

الحذف بالضرب.

(ك + م = ٨) × -٢٥

٢٥ك + ٢٠م = ١٧٥

-٢٥ك - ٢٥م = -٢٠٠

٢٥ك + ٢٠م = ١٧٥ (+)

-٥م = -٢٥

م = ٥

بتعويض م في المعادلة ك

ك + م = ٨

ك = ٨ - ٥ = ٣

(٣ ، ٥)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحديد أفضل طريقة لحل النظام :

التمثيل البياني ← لتقدير الحلول

الحل بالتعويض ← إذا كان معامل أحد المتغيرات في إحدى المعادلتين ١ أو -١

مثال
$$\left.\begin{aligned} ص &= س٥ + ٣ \\ ٦ &= ص٢ + س٤ \end{aligned}\right\}$$
$$\left.\begin{aligned} ٦ &= ص + س- \\ ٧ &= ص٣ + س٥ \end{aligned}\right\}$$
$$\left.\begin{aligned} ص &= ٤س + ٦ \\ ٧ &= ص٣ + س٢ \end{aligned}\right\}$$

الحل بالحذف

بالجمع
إذا كان معامل أحد المتغيرات في كلا من المعادلتين هو كوسا جمعياً للآخر

$٩ = ص + س$

$٧ = ص + س٧$

بالطرح
إذا كان معامل أحد المتغيرات في المعادلتين حاصلين

$٧ = ص٣ + س٢$

$١١ = ص٦ + س٢$

بالضرب
إذا لم يتساوى حاصل (الجمع أو الطرح) بالحذف أو بالتعويض

$٤ = ص٣ + س٥$

$٦ = ص٤ + س٢$

hassnakidany

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تلخيص الباب الخامس

وحيدات الحد

- عدد (ثابت) ١٢
- متغير س
- عدد × متغير ٤س
- عدد × متغيران ٤س ص^{٣} ع^{٢}

شرط !!!

الأس غير سالبة وتكون صحيح وأحد فقط

× الأس السالب . ١٥ جـ$^{-٢}$ د^{٢} هـ

× المتغير في المقام . $\frac{٥}{س^{٣}}$

× عملية الجمع أو الطرح . ٢س$^{-٣}$

ضرب وحيدات الحد

نضرب المعاملات ونجمع الأسس للمتغيرات المتشابهة

ل^{١} ك^{٣} × ل^{٤} ك^{٤} = ل^{٥} ك^{٧}

(٥م^{٤} ف^{١}) (٧م^{٤} ف^{٣}) = ٣٥ م^{٨} ف^{٤}

قوة الحدة

نضرب الأس

$(٢^{٢})^{٤} = ٢^{٤×٢×٢} = ٢^{١٦}$

+ = − × −

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قوة حاصل الضرب

$(أ ب)^{م} = أ^{م} \times ب^{م}$ ، $م \in ص$

$(٥ س)^{٢} = ٥^{٢} \times س^{٢} = ٢٥ س^{٢}$

مثال / $(٣ جـ^{٢})^{٢} (-٣ جـ^{٥}) (جـ^{٦}) = (-٣ جـ^{١٠})^{٢}$

$= ٩ جـ^{١٦}$

قسمة وحيدات الحد

نقسم المعاملات وقواعد الأساس المتشابهة للمتغيرات

$\frac{ل^{٧} م^{١٠} ب}{ل^{٥} م^{٢} ب} = ل^{٧-٥} م^{١٠-٢} ب^{١-١} = ل^{٢} م^{٨}$

قوة القسمة (توزع الأس على البسط والمقام) لم أبسط

$\left(\frac{٣ س^{٤}}{٤}\right)^{٢} = \frac{(٣ س^{٤})^{٢}}{٤^{٢}} = \frac{٣^{٢} س^{٨}}{٤^{٢}} = \frac{٩ س^{١٢}}{١٦}$

الأس الصفري أي عدد قاعدته صفر أسه صفر فإن

$أ^{٠} = ١$ ، $أ \neq ٠$

القانون $= ١$

$\left(\frac{-٥ ن^{٩} جـ^{٤} هـ^{٢}}{ن^{٣} جـ^{١} هـ^{٢}}\right)^{٠} = ١$

$\left\{ \frac{٤ ف^{٢} ك^{٥}}{٣ ك^{٢٢}} \right\}^{٠} = ١$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الأس السالب

$$\frac{ص^{-٢}\ ف^{٣}}{ف^{-٧}} = ص^{٣}\ ف^{٧} \times$$

$$\frac{٣٢\ د^{-٨}\ ب^{٤}\ جـ^{-٤}}{٤\ د^{٣}\ ب^{٥}\ جـ^{-٢}} = ٨\ د^{-١١}\ ب^{-١}\ جـ^{-٢} \times$$

$$= \frac{٨}{د^{١١}\ ب\ جـ^{٢}}$$

$$(٤^{-٢}\ س^{٣}\ ص^{٥}\ ٦٤)^{٣} = (٤^{٣}\ س^{-٤}\ ص^{٠})^{٢} = (٤^{١})^{٣} = ٤^{٣ \times ١} = ٦٤ \times$$

ربط العدد ← تقريب العدد الى اقرب هوى العشرة

لـ ٧ ← ٠,٣٣٤٥٦ ||

٠,٠٠٠٠٠٠ ||

٦-١٠ =

لـ ٧ ← ٢٢٢١٣٤ ||

١٠٠٠٠٠

٦١٠ =

لـ ٢ ← ٠,٤٣٢٢٦ ||

٠,٠٠٠٠٠٠ ||

٦-١٠ =

٢ ← ٤٥٨٧٧٧٥ ||

٠٠٠٠٠٠٠٠

٧١٠ =

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

كثيرات الحدود

حدد إذا كانت العبارات الآتية كثيرة حدود، اكتب لكل منها أول وخمسة أمثلة...

$ص^{-2} + 3ص - 5$ ؟ نعم

$\sqrt{س}$ ؟ لا

$\frac{1}{ك_0 + ك_1 ل}$ ؟ لا

لتحقق الشروط (ثلاثة حدود) (وحيد حد) // // لوجود الأس السالب

* درجة كثيرة الحدود

وحيد حد درجته $= 1 + 2 = 3$

كثيرة حدود درجتها $= 3 + 4 = 7$

$٢ع^{٤}ص^{٣} - ٧ + ٥ص^{٢}ن^{٤}$

!!!

ملاحظة: نبسط أولا ثم نحل ونضعها في الصورة القياسية

- وحيد حد درجتها صفر

- كثيرة حدود درجتها ٣

$-٣ + ٢ب^{٤} - ٥ب^{٣} - ٢ب^{٢} + ٥ب$

* الصورة القياسية لكثيرة الحدود

$-ص^{٣} + ٣ص - ٣ص^{٢} + ٢$

الصورة القياسية $\leftarrow$ $-ص^{٣} - ٣ص^{٢} + ٣ص + ٢$

$\leftarrow$ الثابت ودرجتها

$\leftarrow$ المعامل الرئيس

$\leftarrow$ الحد الثابت

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

جمع كثيرات الحدود

نجمع المتشابهات (نفس المتغير ونفس الأس)

$(-٣د^{٣}-٨+٢د)+(٤د-١٢+د^{٣})=-٢د^{٣}+٦د-٢٠$

طرح كثيرات الحدود

(١) نضع $\pm$ $(-٤ع^{٣}-٩ع+٨)\pm(٣ع^{٣}+٢ع^{٢}\pm٥)$

(٢) نتم تطبيق قاعدة الجمع (٣) نضرب في الصورة القياسية.

ضرب وحيدة حد في كثير حدود

$٥ن(-٣ن^{٢}+٢ن-٤)$ نوزع ثم نجمع الأسس للمتغيرات.

$=-١٥ن^{٤}+١٠ن^{٢}-٢٠ن$

ملاحظة يمكن حلها بالطريقة الرأسية.

$س(٣-س^{٢}+٤)+٢(٧-س-٣)$ نوزع ثم نجمع الأسس للمتغيرات المتشابهة...

$٣س-س^{٣}+٤س+١٤-س-٦$ ← نبسط

$-س^{٣}+٣س+٨$ ← في الصورة القياسية.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل المعادلات

$٣س(س+٢) = ٣(س^{٢}-٢)$

$٣س^{٢}+٦س = ٣س^{٢}-٦$

$٦س = -٦ \Leftarrow \frac{-٦}{٦} = \frac{٦س}{٦}$

$\boxed{س = -١}$

ضرب كثيرات الحدود

$(٤ن+٣)(ن+٩)$

لـ الأفقيه

لـ الرأسي

	٤ن	٣
ن	٤ن^{٢}	٣ن
٩	٣٦ن	٢٧

$٤ن^{٢}+٣٦ن+٣ن+٢٧$

$٤ن^{٢}+٢٩ن+٢٧$

لـ الجدول

الحل ↓

ن	٤ن^{٣}	٤ن
ن٣	ن٢٩	ن٣٦
٣	٢٧	٩

حالات خاصه

- مربع مجموع حدين
- مربع الفرق بين حدين
- حاصل ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

$(أ+ب)^{٢} =$ مربع الاول + ٢ × الاول × الثاني + مربع الاخير

$(أ-ب)^{٢}$

$(أ+ب)(أ-ب)$ = مربع الاول − مربع الثاني

↓ الامثله

$(٥ص+٧)^{٢} = (٥ص)^{٢} + ٢ \times ٥ص \times ٧ + ٧^{٢}$

$= ٢٥ص^{٢} + ٧٠ص + ٤٩$

$(٢ب-٩)^{٢} = (٢ب)^{٢} - ٢ \times ٢ب \times ٩ + (-٩)^{٢}$

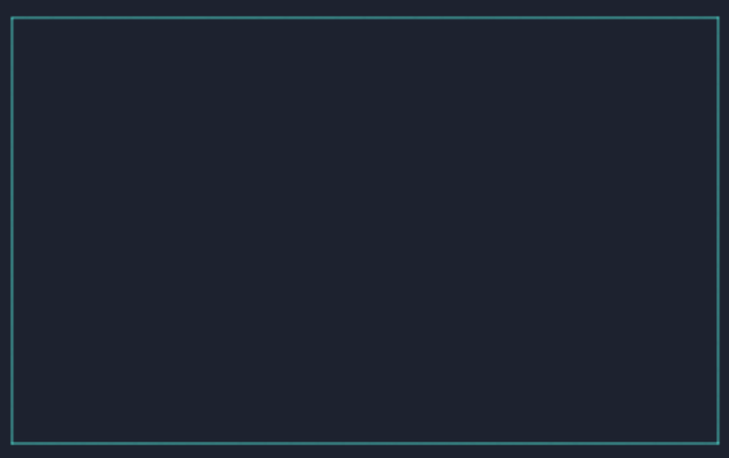
$= ٤ب^{٢} - ٣٦ب + ٨١$

$(٢ب+٥)(٢ب-٥)$ or $(٢ب-٥)(٢ب+٥)$

$(٢ب)^{٢} - ٥^{٢} = ٤ب^{٢} - ٢٥$

تمرين هندسي /

اوجد طاقة مساحة المستطيل أدناه $س^{٢}-٩$ وحدة مربعة ، ثم احسب محيطه بوحدة مناسبة.



م المستطيل = ل × ض

$س^{٢}-٩ = (س+٣)(س-٣)$

ض = $س - ٣$

اكتب كثيرة حدود تمثل مساحة الشكل أدناه.

الشكل عبارة عن مربع

م المربع = $ل^{٢}$

$= (س+٢)^{٢}$

$= س^{٢} + ٢ \times ٢ \times س + ٢^{٢}$

$= س^{٢} + ٤س + ٤$

hassnaKidany

The End :)

تلخيص الباب الثامن

وحيدة حد تحليلاً تاماً

٢٥س٢ص٢ = ٥×٥×س×س×ص×ص

تمارين حد

٥س ص - ١٠س = ٥س (ص-٢) ق.م.أ

س٢ - ٢٥ = (س+٥)(س-٥) الفرق بين مربعين

٤٠م١٠ + الفرق بين مربعين ←

٢س٢ - ٣٢ = ٢(س٢-١٦) = ٢(س-٤)(س+٤)

تطبيق التحليل أكثر من مرة ←

س٤ - ١ = (س٢+١)(س٢-١) = (س٢+١)(س-١)(س+١)

* إذا لم يستطع تحليل ← س٢+٤

تمارين حد حدين

٢٧ب٣ + ١٤٤م٢ب٢ + ٢١٦م٤ب = ٢٧ب(١+٨م٢ب+٤م٣) ٨٥م٤

* س٢ + ٧س + ٦ ← نحلل على الصورة س٢+بس+جـ

لا يوجد ق.م.أ

لست مربع كامل

٦ = ٦×١
٧ = ٦+١

س٢+٧س+٦ = (س+١)(س+٦)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

* $س^2 - ٣س - ٢٨$

لايوجد ق.م.أ

كيتا حرج كامل

على الصورة
$س^2 + ب س + جـ$

$٢٨ = ٤ \times ٧$

$٣ = ٤ - ٧$

$س^2 - ٣س - ٢٨$

$(س - ٧)(س + ٤)$

* $١٠س^2 - س - ٢$

لايوجد ق.م.أ

لست حرج كامل

على الصورة
$٥س^2 + ب س + جـ$

$٣٠ = ٥ \times ٦$

$١ = ٥ - ٦$

* $٣س^2 - س - ٢$

$(س - \frac{٦}{١٠})(س + \frac{٥}{١٠})$

$(س - \frac{٣}{٥})(س + \frac{١}{٢})^2 \Leftrightarrow (٥س - ٣)(٢س + ١)^2$

* $٩س^2 - ١٢س + ٤$

لايوجد ق.م.أ

مربع كامل

$٩س^2 - ١٢س + ٤$

$٩س^2 = ٣س \times ٣س$

$٤ = ٢^2$

الحد الاوسط $= -٢ \times ٣س \times ٢$
$= -١٢س$

$(٣س - ٢)^2$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حي الثانية اذا لم يدخع التحليل اذن ادلته

* $٧ + ٢س - ٤س^{٢}$

رابعة الحروف

* $\frac{٤س^{٢} + ٨س + ٢}{٤س(س+٢) + ١(س+٢)} = (س+٢)(٤س+١)$ خاصية التجميع

* $\frac{١٠م^{٢} - ٥٠م - ٥+م-}{١٠م(م-٥) + (-م+٥) - ١(م-٥)}$ خاصية التجميع

$(م-٥)(١٠م-١)$

* $\frac{٢٥-م٥٠-٢٥}{٢٥ \times ١- (١+م٢)^{٢}م} + \frac{٣م٢+٣م^{٢}}{(١+م٢)}$ خاصية التجميع

$(١+م٢)(٥-م)(٥+م٢)$ ← التحليل مرة أخرى $(٢٥-م^{٢})(١+م٢)$