عودا حميدا

مجموعة رفعة التعليمية
أ.زينة الشهري @zsm0500

6-1 المضلعات المتشابهة
Similar Polygons

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق:

درستُ استعمال التناسب لحل المسائل.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أستعمل التناسب لتَحديد المضلعات المتشابهة.
- أحل مسائل باستعمال خصائص المضلعات المتشابهة.

المفردات:

المضلعات المتشابهة

similar polygons

معامل التشابه

scale factor

نسبة التشابه

similarity ratio

مجموعة رفعة التعليمية
@zsm0500 أبيالقمر

لماذا؟

يزيّن بعض الأشخاص شاشات حواسيبهم باستعمال صور شخصية لهم، وذلك بوضع صورة بحجمها الأصلي في وسط الشاشة، أو بتكبيرها لتملأ الشاشة، إلّا أن الطريقة الثانية تُظهر الصورة مشوّهةً؛ لأن الصورة الأصلية والصورة الجديدة لا تكونان متشابهتين هندسيًّا.

تحديد المضلعات المتشابهة: المضلعات المتشابهة لها الشكل نفسه، ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها القياسات نفسها.

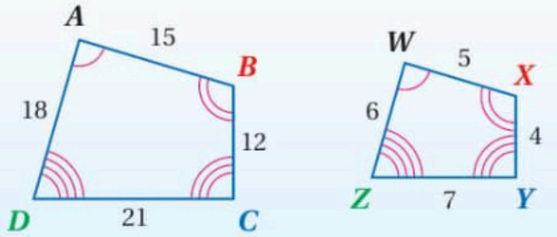
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

المضلعات المتشابهة

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$.



الزوايا المتطابقة:

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

$$\frac{AB}{WX}=\frac{BC}{XY}=\frac{CD}{YZ}=\frac{DA}{ZW}=\frac{3}{1}$$

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

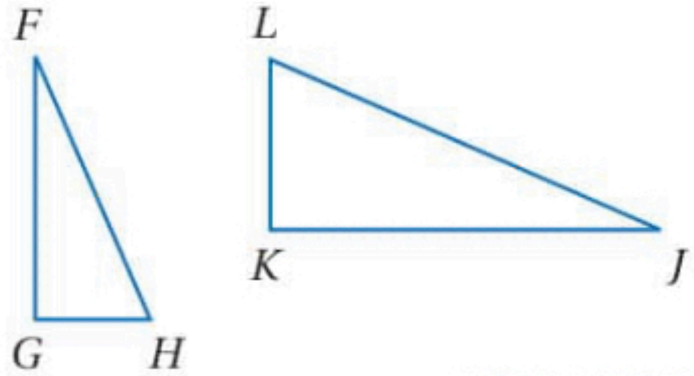
مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500

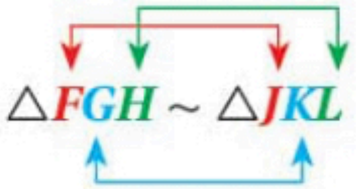
وكما هو الحال في عبارة التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \sim WXYZ$ مهمٌّ جدًّا؛ لأنّه يحدّد الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

مثال 1 استعمال عبارة التشابه

إذا كان $\triangle FGH \sim \triangle JKL$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.

استعمل عبارة التشابه.





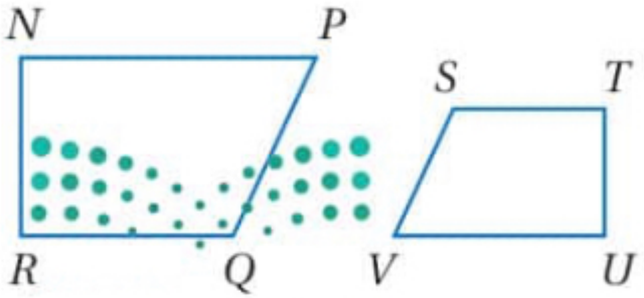
الزوايا المتطابقة: $\angle F \cong \angle J, \angle G \cong \angle K, \angle H \cong \angle L$

التناسب: $\frac{FG}{JK} = \frac{GH}{KL} = \frac{HF}{LJ}$

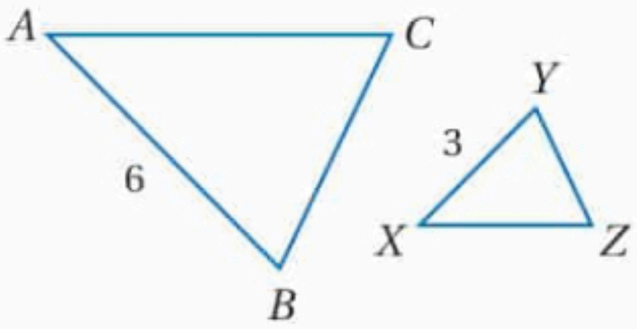
مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500

تحقق من فهمك

1) إذا كان $UVST \sim NPQR$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.



مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500



النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين تُسمىّ **معامل التشابه** أو (عامل المقياس). ويعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة.

ففي الشكل المجاور $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

ومعامل تشابه $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2

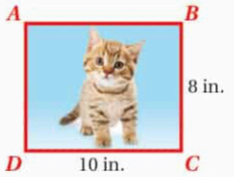
بينما معامل تشابه $\triangle XYZ$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$

معامل التشابه بين مضلَّعَين متشابهين يسمى **نسبة التشابه** أحيانًا

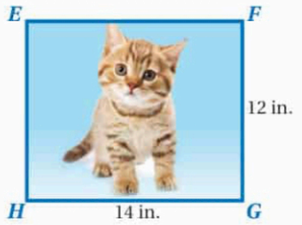
مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500

مثال 2 من واقع الحياة — تحديد المضلعات المتشابهة

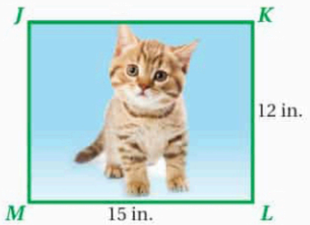
صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفيّة لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدّد ما إذا كانت كلٌّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهةً لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضِّح إجابتك.



a)



b)



a) الخطوة 1: قارن الزوايا المتناظرة.

بما أن جميع زوايا المستطيل قوائم، والزوايا القوائم متطابقة، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{DC}{HG} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7} \qquad \frac{BC}{FG} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

وحيث إن $\frac{5}{7} \neq \frac{2}{3}$، فإن الأضلاع المتناظرة غير متناسبة، وعليه فإنّ $ABCD \not\sim EFGH$

إذن فالصورتان غير متشابهتين.

b) الخطوة 1: بما أنّ $JKLM$, $ABCD$ مستطيلان، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

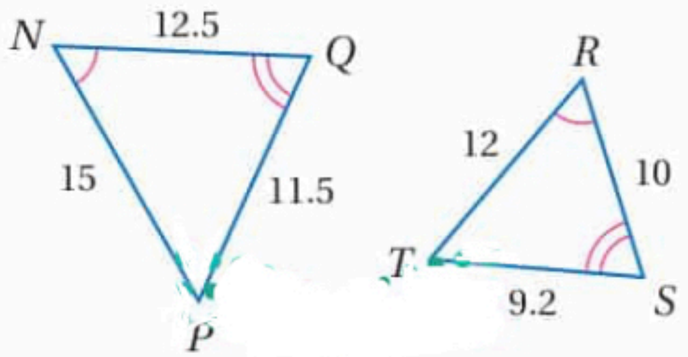
$$\frac{DC}{ML} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \qquad \frac{BC}{KL} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

وحيث إن $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة، وعليه فإن $ABCD \sim JKLM$؛ إذن فالصورتان متشابهتان ومعامل تشابه $ABCD$ إلى $JKLM$ يساوي $\frac{2}{3}$

مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500

تحقق من فهمك

2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.



مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500

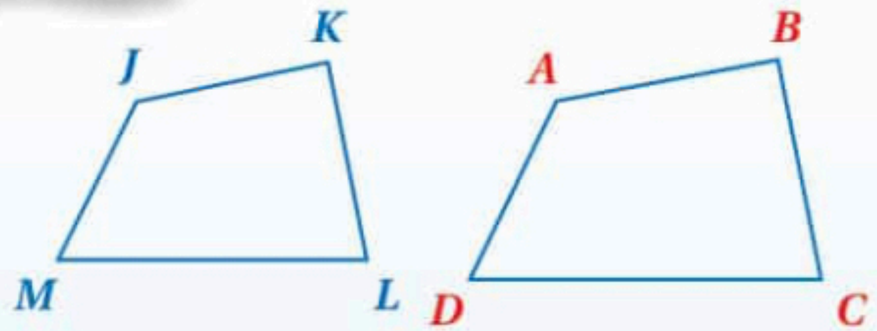
النسبة بين أيِّ طولين متناظرين في المضلعين المتشابهين تساوي معامل التشابه بينهما. ويؤدي هذا إلى النظرية الآتية حول محيطي المضلعين المتشابهين.

نظرية 6.1

محيطا المضلعين المتشابهين

أضف إلى مطويتك

إذا تشابه مضلعان، فإنّ النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.



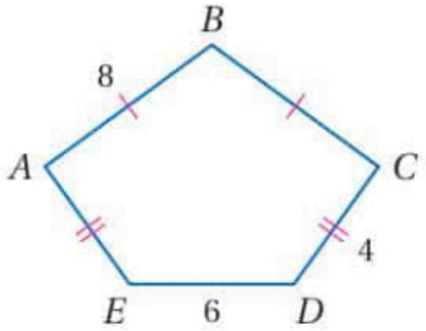
مثال: إذا كان $JKLM \sim ABCD$ ، فإنّ:

$$\frac{AB}{JK}=\frac{BC}{KL}=\frac{CD}{LM}=\frac{DA}{MJ}=\frac{AB+BC+CD+DA}{JK+KL+LM+MJ}$$

مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500

مثال 4 استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط

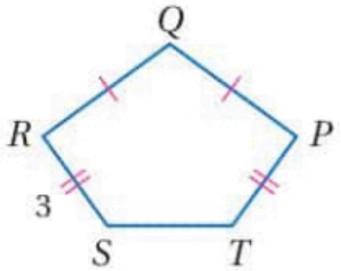
إذا كان $PQRST \sim ABCDE$ ، فأوجد معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ ومحيط كل مضلّع.



معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ يساوي $\frac{CD}{RS}$ أي $\frac{4}{3}$.

وبما أنّ: $\overline{BC} \cong \overline{AB}, \overline{AE} \cong \overline{CD}$ ،
فإنّ محيط $ABCDE$ يساوي $4 + 6 + 4 + 8 + 8$ أي 30.

استعمل محيط $ABCDE$ ، ومعامل التشابه لكتابة تناسب.
افترض أن محيط $PQRST$ يساوي x.



$\frac{4}{3} = \frac{\text{محيط } ABCDE}{\text{محيط } PQRST}$ — النظرية 6.1

$\frac{4}{3} = \frac{30}{x}$ — بالتعويض

$(3)(30) = 4x$ — خاصية الضرب التبادلي

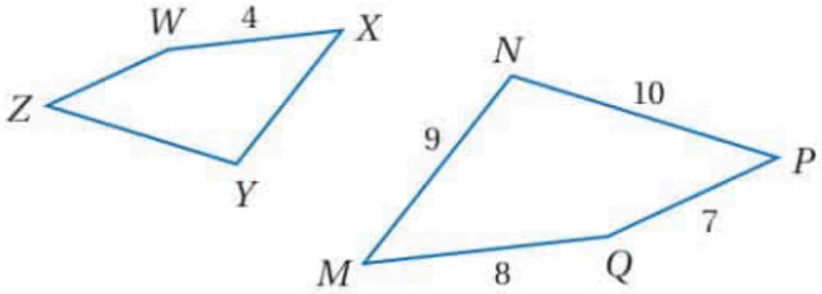
$22.5 = x$ — بقسمة كلا الطرفين على 4

إذن محيط $PQRST$ يساوي 22.5.

مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500

تحقق من فهمك

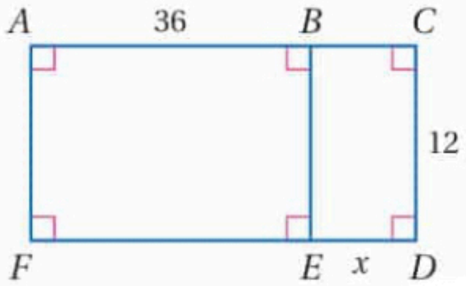
4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.



مجموعة رقعة التعليمية
@zsm0500

مسائل مهارات التفكير العليا

37) تحدّ: في الشكل المجاور، ما قيمة (قيم) x التي تجعل $BEFA \sim EDCB$ ؟



مجموعة رفعة التعليمية
@zsm0500

الواجب المنزلي

مجموعة رفعة التعليمية
أ.زينة الشهري @zsm0500