بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة العربية السعودية
وزارة التعليم
الإدارة العامة للتعليم بالرياض
مكتب الروابي
ثانوية عبدالرحمن بن مهدي

وزارة التعليم
Ministry of Education

مدرستي
Madrasati

اليوم: الجمعة
التاريخ: ١ / ٨ / ١٤٤٣هـ

المادة: رياضيات ٦
الزمن: ساعتان

مراجعة الاختبار النهائي

الفصل الدراسي الثاني ١٤٤٣هـ

الفصل الرابع
النهايات والاشتقاق

أستاذ المادة
أ.سامي المعيلي

قائد المدرسة
أ.حمد الحمد

أسأل الله لي ولكم
توفيقاً و تيسيراً وتسهيلاً

النهاية $\lim_{x\to c} f(x)$

النهاية إلى عدد

$\lim_{x\to c} f(x)$

تقدير النهايات بيانياً

دراسة سلوك الدالة بيانياً، ثم الحكم على النهاية

النهاية إلى ما لانهاية

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$

حساب النهايات جبرياً

استخدام التعويض المباشر أولاً، ثم إيجاد النهاية كقيمة عددية، وإذا لم يمكن ذلك فنلجأ للطرق الجبرية

النهاية إلى عدد

$$\lim_{x \to c} f(x)$$

أسباب عدم وجود النهاية عند نقطة

1 اختلاف النهاية من الجهتين

$$\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$$

سه جهة اليمين

سه جهة اليسار

2 اختلاف سلوك الدالة غير المحدود

$$\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$$

3 السلوك التذبذبي

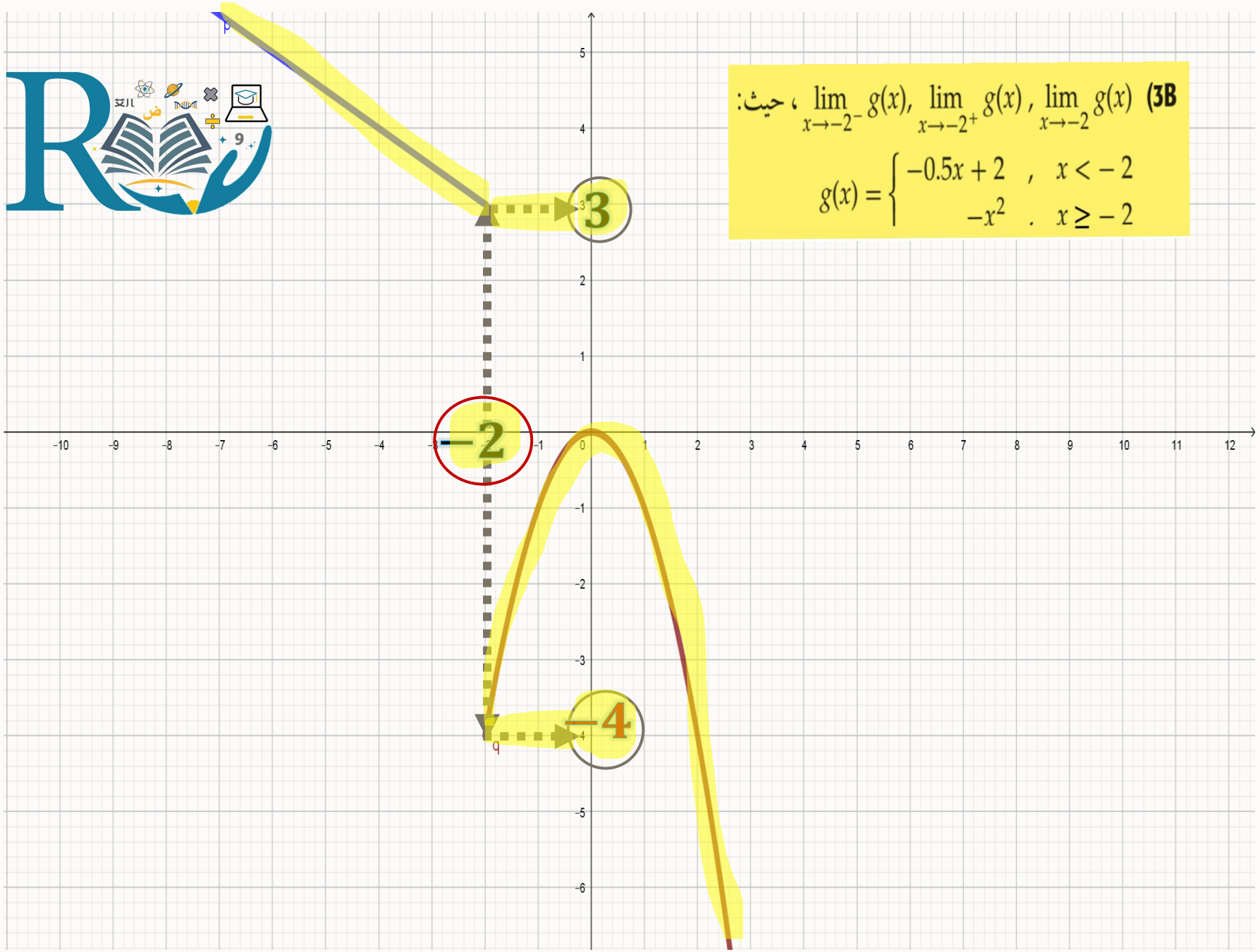
تقدير النهايات بيانياً

النهاية إلى عدد $\lim_{x\to c} f(x)$

أسباب عدم وجود النهاية عند نقطة

1 اختلاف النهاية من الجهتين

$$\lim_{x\to c^+} f(x) \neq \lim_{x\to c^-} f(x)$$



(3B) $\lim_{x\to -2^-} g(x),\ \lim_{x\to -2^+} g(x),\ \lim_{x\to -2} g(x)$ ، حيث:

$$g(x)=\begin{cases} -0.5x+2 & , \ x<-2 \\ -x^2 & , \ x\geq -2 \end{cases}$$

تقدير النهايات بيانياً

النهاية إلى عدد $\lim_{x\to c} f(x)$

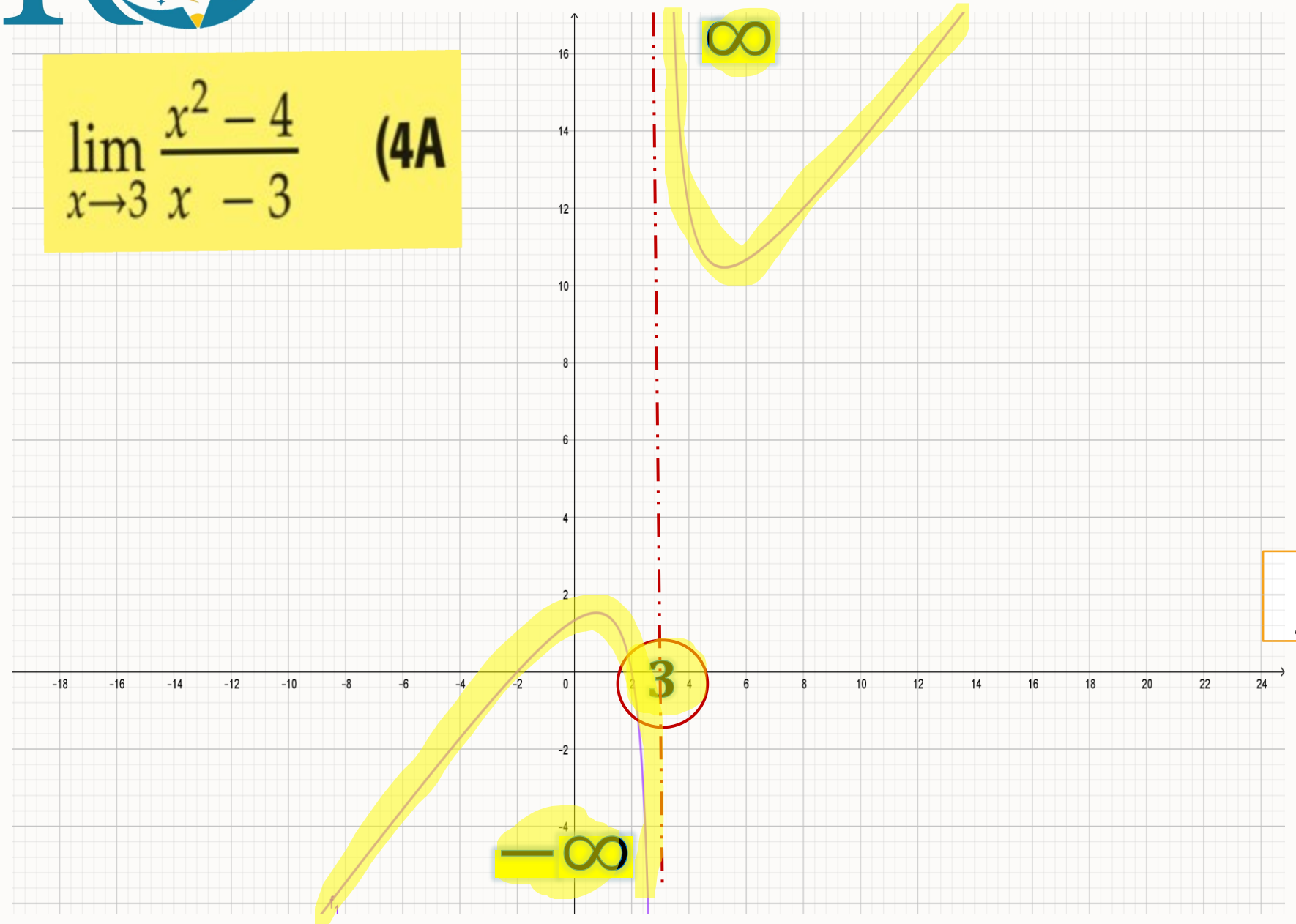
أسباب عدم وجود النهاية عند نقطة

2

اختلاف سلوك الدالة غير المحدود

$$\lim_{x\to c^+} f(x) \neq \lim_{x\to c^-} f(x)$$

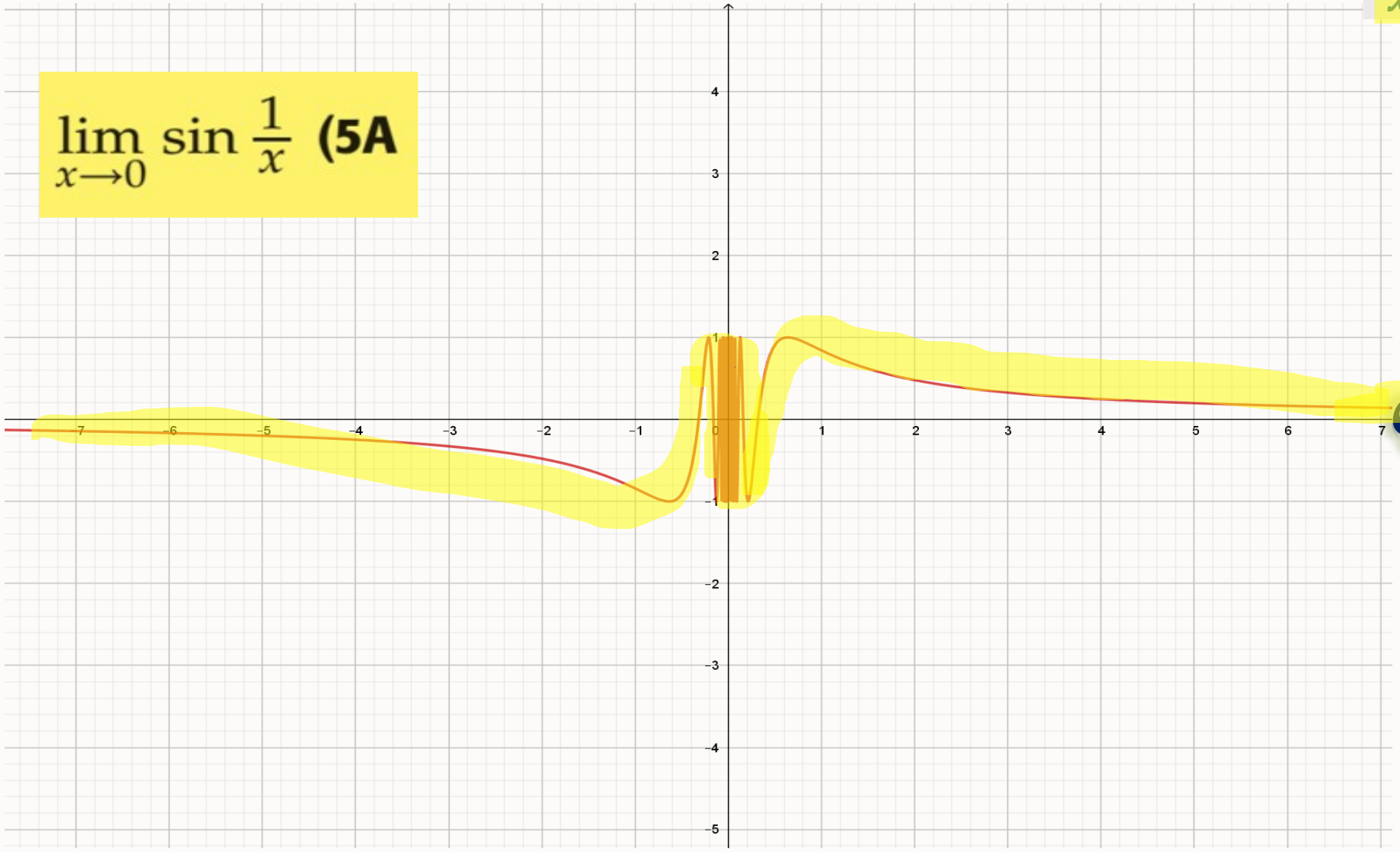
$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-4}{x-3} \quad (4A$$



تقدير النهايات بيانياً

النهاية إلى عدد $\lim_{x \to c} f(x)$

$$\lim_{x \to 0} \sin \frac{1}{x} \quad \text{(5A}$$



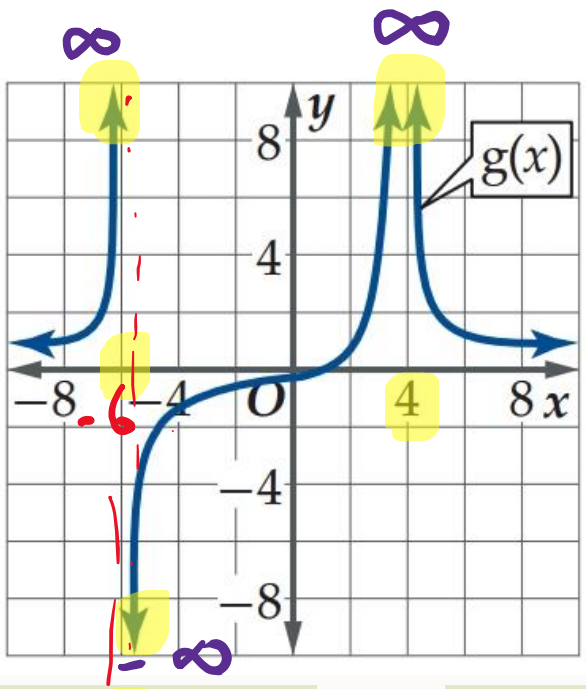
أسباب عدم وجود النهاية عند نقطة

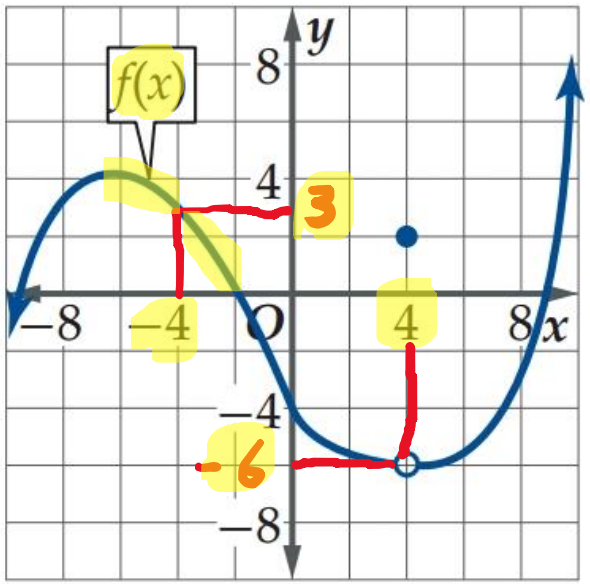
3 السلوك التذبذبي

تقدير النهايات بيانياً

النهاية إلى عدد $\lim_{x\to c} f(x)$

استعمل التمثيل البياني لتقدير كل نهاية مما يأتي إذا كانت موجودة:
(الأمثلة 1-4)





$\lim_{x\to -6^+} g(x) = -\infty$

(21 $\lim_{x\to -4} f(x) = 3$

(22 $\lim_{x\to 4} g(x) = \infty$

(23 $\lim_{x\to 4} f(x) = -6$

(24 $\lim_{x\to -6} g(x)$ **النهاية غير موجودة**

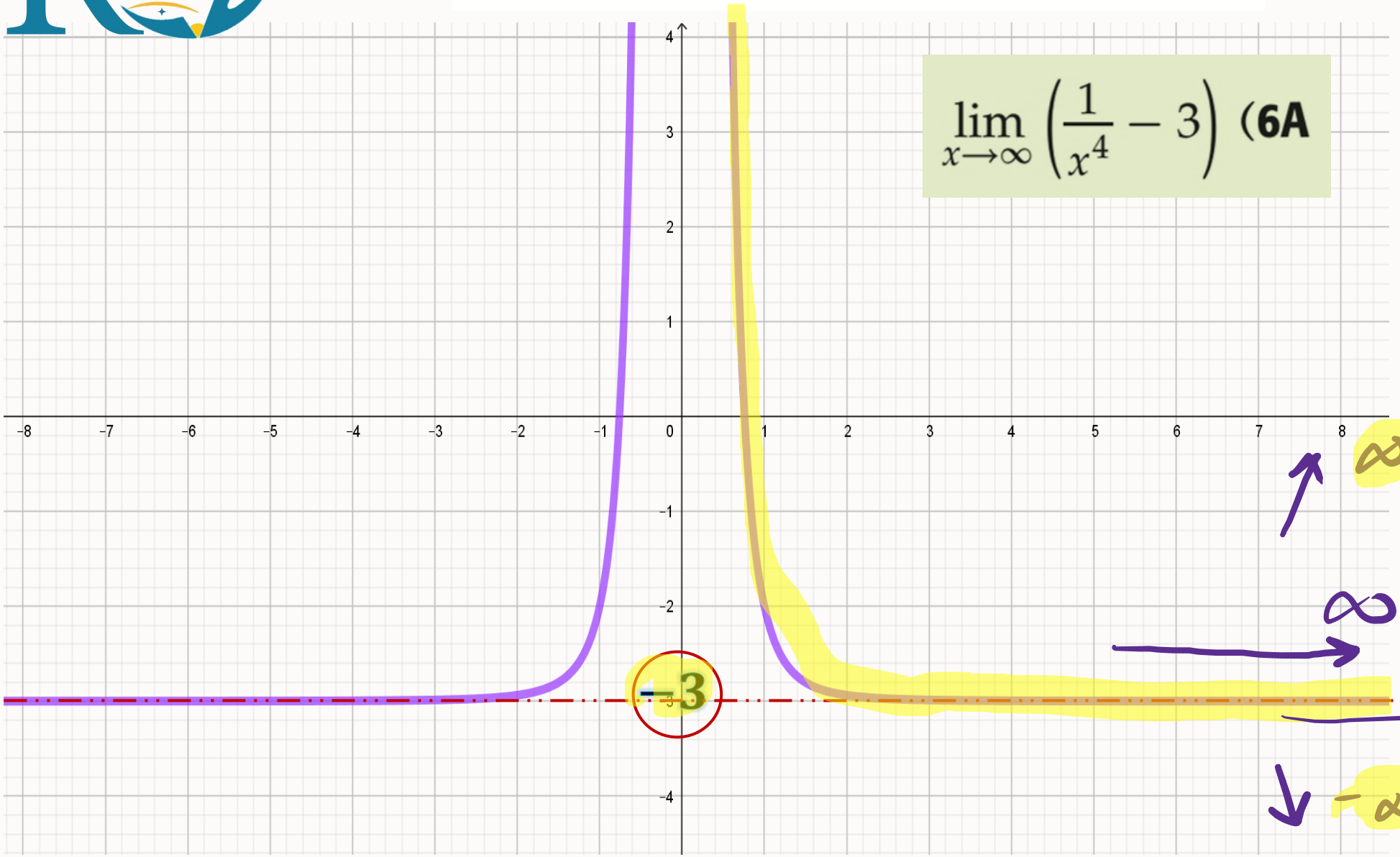
تقدير النهايات بيانياً

قدِّر إن أمكن كلًّا من النهايات الآتية إذا كانت موجودة:

النهاية إلى ما لانهاية

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x^4}-3\right)$$ (6A



$$\lim_{x\to\infty} f(x) = -3$$

∞

∞

عدد

$-\infty$

حساب النهايات جبرياً

النهاية إلى عدد $\lim_{x \to c} f(x)$

نستخدم أولاً
التعويض المباشر

ممكن

الناتج قيمة عددية

غير ممكن $\frac{0}{0}$

نبسّط العبارة بالتحليل

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

حساب النهايات جبرياً

النهاية إلى عدد $\lim_{x\to c} f(x)$

احسب نهاية $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

بالتعويض المباشر $= \lim_{x\to 3} \frac{0}{0}$

حالة عدم التعيين

بالتحليل

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3}$$

$$= \lim_{x\to 3} (x+3)$$

$$= 3+3 = 6$$

باستخدام قاعدة لوبتال

$$= \lim_{x\to 3} \frac{2x}{1}$$

$$= \frac{2(3)}{1} = 6$$

حساب النهايات جبرياً

النهاية إلى عدد $\lim_{x\to c} f(x)$

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

احسب نهاية $\lim_{x\to 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$

بالتعويض المباشر $= \lim_{x\to 3} \frac{0}{0}$

حالة عدم التعيين

باستخدام قاعدة لوبتال

$$= \lim_{x\to 9} \frac{1}{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}$$

$$= \lim_{x\to 9} \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} \quad = \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{9}}}$$

$$= 6$$

بإنطاق المقام

$$= \lim_{x\to 9} \frac{x-9}{\sqrt{x}-3} \times \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$$

$$= \lim_{x\to 9} \frac{(x-9)\times(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x})^2-3^2}$$

$$= \lim_{x\to 9} \frac{(x-9)\times(\sqrt{x}+3)}{x-9} = \sqrt{9}+3 = 6$$

حساب النهايات جبرياً

النهاية إلى ما لانهاية

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$$

$$\lim_{x\to\infty} x^{\text{زوجي}} = \infty \qquad \lim_{x\to-\infty} x^{\text{زوجي}} = \infty$$

$$\lim_{x\to\infty} x^{\text{فردي}} = \infty \qquad \lim_{x\to-\infty} x^{\text{فردي}} = -\infty$$

احسب كل نهاية مما يأتي:

$$\lim_{x\to-\infty} (2x - 6x^2 + 4x^5)$$

$$= \lim_{x\to-\infty} 4x^5 = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} (-x^3 - 4x^2 + 9)$$

$$= \lim_{x\to\infty} -x^3 = -\infty$$

حساب النهايات جبرياً

النهاية إلى ما لانهاية

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$$

لأي عدد صحيح موجب n ، فإن $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$

الدوال النسبية

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{a(x)}{p(x)}$$

1. درجة $p(x)$ < درجة $a(x)$ ← النهاية ∞ أو $-\infty$
2. درجة $p(x)$ > درجة $a(x)$ ← النهاية 0
3. درجة $p(x)$ = درجة $a(x)$ ← النهاية = $\frac{\text{معامل الحد الرئيس في } a(x)}{\text{معامل الحد الرئيس في } p(x)}$

حساب النهايات جبرياً

احسب كل نهاية مما يأتي:

النهاية إلى ما لانهاية

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$$

$5 = 5x^0$

(6A

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{5}{x-10}$$

درجة البسط < درجة المقام

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{5}{x-10} = 0$$

(6B

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2+7}{5x+1}$$

درجة البسط > درجة المقام

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-3x^2+7}{5x+1} = -\infty$$

(6C

$$\lim_{x\to\infty} \frac{7x^3-3x^2+1}{2x^3+4x}$$

درجة البسط = درجة المقام

$$\lim_{x\to\infty} \frac{7x^3-3x^2+1}{2x^3+4x} = \frac{7}{2}$$

الاشتقاق $f'(x)$

$f(x) \rightarrow f'(x)$

y'

تطبيق هندسي

لإيجاد **ميل المنحنى**

- عند نقطة معينة $(x, f(x))$ ← الناتج قيمة عددية
- عند أي نقطة $(x, f(x))$ ← الناتج دالة بدلالة x

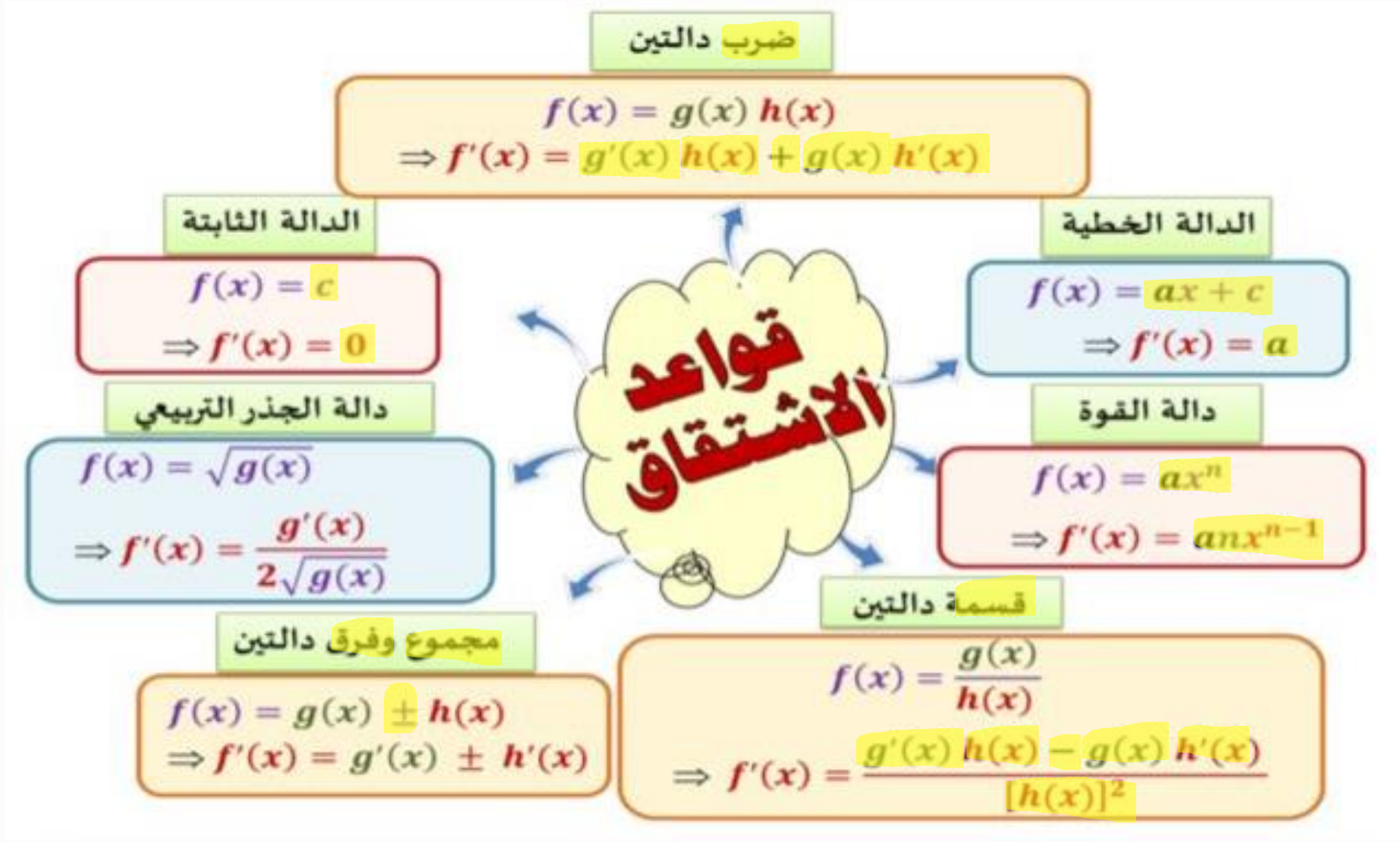
تطبيق فيزيائي

لإيجاد **السرعة المتجهة اللحظية**

- عند لحظة زمنية معينة $(t, f(t))$ ← الناتج قيمة عددية
- عند أي لحظة زمنية $(t, f(t))$ ← الناتج دالة بدلالة t

إزاحة ← سرعة ← تسارع } بدلالة الزمن

قواعد الاشتقاق $f'(x)$



الاشتقاق $f(x)$

(43 ما معادلة ميل منحنى $y = 2x^2$ عند أي نقطة عليه؟

A $m = 4x$

B $m = 2x$

C $m = x$

D $m = -4x$

$$y' = m = 4x$$

(45 ماميل مماس منحنى $y = x^3 + 7$ عند النقطة $(3, 34)$؟

A -9

B 9

C 27

D 34

$$y' = m = 3x^2 + 0$$

$$\acute{y}(3) = 3(3)^2 = 27$$

الاشتقاق $\acute{f}(x)$

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

بالاشتقاق

$$g(x) = 3x^4(x+2)$$

$$\acute{g}(x) = 12x^3(x+2) + 3x^4(1)$$

$$\acute{g}(x) = 12x^4 + 24x^3 + 3x^4$$

$$\acute{g}(x) = 15x^4 + 24x^3$$

بالتوزيع

$$g(x) = 3x^5 + 6x^4$$

$$\acute{g}(x) = 15x^4 + 24x^3$$

$$k(x) = \frac{6x}{2x^2+4}$$

$$\acute{k}(x) = \frac{6(2x^2+4) - 6x(4x)}{(2x^2+4)^2}$$

$$\acute{k}(x) = \frac{12x^2 + 24 - 24x^2}{(2x^2+4)^2} = \frac{24 - 12x^2}{(2x^2+4)^2}$$

التكامل $\int_a^b f(x)dx$

التكامل $\int_a^b f(x)dx$

إذا كانت $F(x)$ دالة أصلية للدالة $f(x)$ المتصلة ، فإن:

صيغة التكامل المحدد

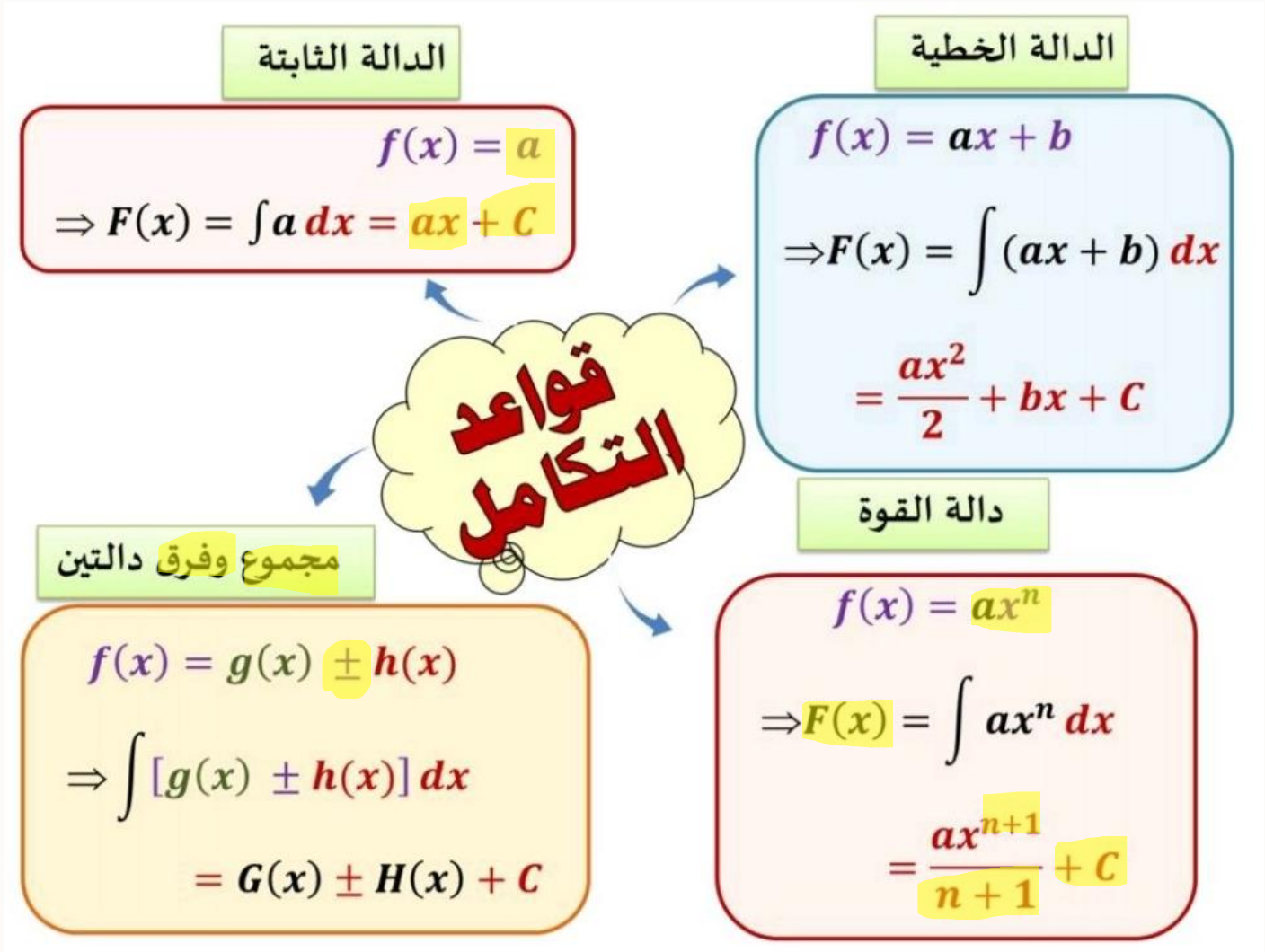
$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

$$= F(x)\Big|_a^b$$

صيغة التكامل غير المحدد

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

قواعد التكامل $\int_a^b f(x)dx$



التكامل $\int_a^b f(x)dx$

أوجد جميع الدوال الأصلية لكل دالة مما يأتي:

$$f(x) = 8x^7 + 6x + 2$$

احسب

$$\int (8x^7 + 6x + 2)dx$$

$$F(x) = \frac{8x^8}{8} + \frac{6x^2}{2} + 2x + c$$

$$= x^8 + 3x^2 + 2x + c$$

التكامل $\int_a^b f(x)dx$

(45) ما مساحة المنطقة المحصورة بين $y=-x^2-3x+6$ والمحور x، في الفترة $[2, 6]$ ؟

A 93.33 وحدة مربعة تقريبًا

B 90 وحدة مربعة تقريبًا

C 86.67 وحدة مربعة تقريبًا

D 52 وحدة مربعة تقريبًا

احسب

$$\int_2^6 (-x^2-3x+6)dx$$

$$=\frac{-x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+6x\Big|_2^6$$

$$=\left[\left(\frac{-6^3}{3}-\frac{3(6)^2}{2}+6(6)\right)-\left(\frac{-2^3}{3}-\frac{3(2)^2}{2}+6(2)\right)\right]$$

$$=-90-\frac{10}{3} \approx 93.33$$

وحدة مربعة

تم بحمد الله

refaheducation.com/ar

أ.سامي محمد المعيلي