غيوم دي لوبيتال

عالم رياضيات فرنسي (1660 – 1704)

وضع قاعدة لوبيتال في التحليل الرياضي (تستعمل الاشتقاق بهدف إيجاد النهايات لصيغ غير محددة في معظم الكسور)

قاعدة لوبيتال

إذا كان f, g دالتين قابلتين للاشتقاق في c ، ومساويتين للصفر في c ، فإن:

$$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f'(c)}{g'(c)}$$

مثال 1

أوجد نهاية $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2+4x-5}{x^2-1}$

بالتعويض المباشر

$$\frac{1^2+4(1)-5}{1^2-1}=\frac{0}{0}$$

بالتحليل

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x+5)\cancel{(x-1)}}{(x+1)\cancel{(x-1)}}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x+5)}{(x+1)}$$

$$=\frac{(1+5)}{(1+1)}=3$$

قاعدة لوبيتال

$$=\lim_{x\to 1}\frac{2x+4}{2x}$$

مشتقة البسط

مشتقة المقام

$$=\frac{2(1)+4}{2(1)}=3$$

مثال 2

أوجد نهاية $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{4x}{\sqrt{x+1}-1}$

بالتعويض المباشر

$$\frac{4(0)}{\sqrt{0+1}-1}=\frac{0}{0}$$

بإنطاق المقام

$$=\lim_{x\to 0}\frac{4x}{\sqrt{x+1}-1}\times\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{4\cancel{x}(\sqrt{x+1}+1)}{(\cancel{x}+\cancel{1})-\cancel{1}}$$

$$=\lim_{x\to 0}4(\sqrt{x+1}+1)$$

$$=4(\sqrt{0+1}+1)=8$$

قاعدة لوبيتال

$$=\lim_{x\to 0}\frac{4}{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}$$

مشتقة البسط

مشتقة المقام

$$=\lim_{x\to 0}4(2\sqrt{x+1})$$

$$=4(2\sqrt{0+1})=8$$