3-5

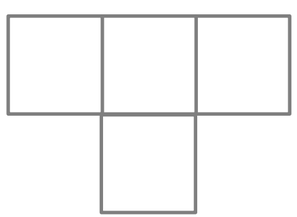
حل المعادلات المثلثية

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@Math_Ghadah

قدرات

الشكل المقابل مكون من مربعات متطابقة و مساحته الإجمالية =١٠٠ سم^{٢} ،



فما محيط الشكل .

أ) ٢٥

ب) ١٠٠

ج) ٤٠

د) ٥٠

المحاور الرئيسية للدرس :

أحل المعادلات المثلثية .

أميز الحلول الدخيلة للمعادلات المثلثية

فيما سبق

درست المتطابقات المثلثية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا ؟

عند ركوبك عجلة دوارة قطرها 40 m، وتدور بمعدل 1.5 دورة كل دقيقة. فإنه يمكن تمثيل ارتفاع مقعدك فوق سطح الأرض، بالأمتار بعد t دقيقة بالمعادلة:

$$h = 21 - 20\cos 3\pi t .$$

بعد كم دقيقة من بدء حركة العجلة يكون مقعدك على ارتفاع 31 m عن سطح الأرض للمرة الأولى؟

العصف الذهني

ما المسافة التي تقطعها نقطة على العجلة في الدورة الواحدة

ما قيمة $20\cos 3\pi t$ عندما $t=0$؟

ما المسافة التي يقطعها أي موقع على العجلة في دقيقة واحدة؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل المعادلات المثلثية

درست نوعًا خاصًّا من المعادلات المثلثية هو المتطابقات. والمتطابقات المثلثية معادلات تكون صحيحة للقيم جميعها التي يكون عندها المتغير معرّفًا. وفي هذا الدرس سوف تتعلم حل **المعادلات المثلثية** التي تكون صحيحة عند قيم محدّدة للمتغير.

مثال ١

حل المعادلات على فترة معطاة

تحقق من فهمك

1A) حُلّ المعادلة $\cos x \sin x = 3 \cos x$ ، إذا كانت $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

1B) $\sin^2 \theta + 2 \cos^2 \theta = 4$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ١

حل المعادلات على فترة معطاة

تدرب و حل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها الموضحة بجانب كل منها :

1) $\cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1 = 0 \; ; \; 0° \leq \theta \leq 360°$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2
معادلة مثلثية لها عدد لا نهائي من الحلول

تحل المعادلات المثلثية عادة، لقيم المتغيّر في الفترة $[0 , 2\pi]$ بالراديان، أو $[0° , 360°]$ بالدرجات. كما توجد حلول أخرى تقع خارج الفترات المحددة. لذلك ، فالحلول تختلف باختلاف الفترات.

تحقق من فهمك

2A) حُلّ المعادلة $4\sin x = 2\sin x + \sqrt{2}$

2B) حُلّ المعادلة $2\sin\theta = -1$ لقيم θ جميعها ، إذا كان قياس θ بالراديان.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2

معادلة مثلثية لها عدد لا نهائي من الحلول

تدرب و حل المسائل

حل كل معادلة مما يأتى، لقيم θ جميعها إذا كان قياس θ بالراديان:

5) $4 \sin^2 \theta - 1 = 0$

حل كل معادلة مما يأتي لقيم θ جميعها إذا كان قياس θ بالدرجات: (مثال 2)

9) $\cos 2\theta - \sin^2 \theta + 2 = 0$ **10)** $\sin^2 \theta - \sin \theta = 0$

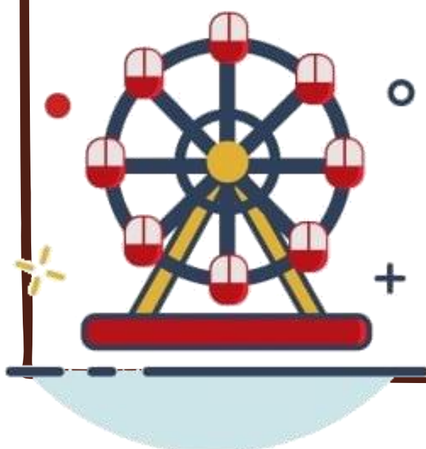
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3

حل معادلات مثلثية

تحقق من فهمك

3) كم من الوقت تحتاج من بداية دوران العجلة، ليكون ارتفاع مقعدك 41 مترًا فوق سطح الأرض للمرة الأولى؟



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحلول الدخيلة

الحلول الدخيلة: بعض المعادلات المثلثية ليس لها حل. فعلى سبيل المثال، المعادلة $\cos\theta = 4$ ليس لها حل؛ لأن قيم $\cos\theta$ جميعها تقع في الفترة $[-1, 1]$. كما أن بعض المعادلات المثلثية تعطي حلولًا لا تحقق المعادلة الأصلية، وتسمى مثل هذه الحلول حلولًا دخيلة.

إذا لم تتمكّن من حل معادلة بالتحليل إلى العوامل، فحاول إعادة كتابة العبارات التي تتضمنها باستعمال المتطابقات المثلثية. وقد يقودنا استعمال المتطابقات وبعض العمليات الجبرية، كالتربيع مثلا إلى حلول دخيلة. لذا، من الضروري التحقق من حلولك باستعمال المعادلات الأصلية.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٦

حل معادلات مثلثية مع وجود حلول دخيلة

تحقق من فهمك

4) حُلّ المعادلة: $\cos^2\theta + 3 = 4 - \sin^2\theta$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 5

حل المعادلات المثلثية باستعمال متطابقات

تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي، لقيم θ جميعها ، إذا كان قياس θ بالدرجات:

5A) $\sin\theta\cot\theta - \cos^2\theta = 0$

5B) $\dfrac{\cos\theta}{\cot\theta} + 2\sin^2\theta = 0$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب و حل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي: (المثالان 4, 5)

14 $\sin^2 2\theta + \cos^2 \theta = 0$ لجميع قيم θ

15 $\sin 2\theta - \cos \theta = 0$ لجميع قيم θ

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اكتشف الخطأ

مهارات التفكير العليا

31) اكتشف الخطأ: حلت كل من هلا وليلى المعادلة $2 \sin\theta \cos\theta = \sin\theta$ ، $0° \le \theta \le 360°$. أيّ منهما كانت إجابتها صحيحة؟ برِّر إجابتك. **انظر الهامش**

هلا

$2 \sin\theta \cos\theta = \sin\theta$

$\frac{2 \sin\theta \cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{\sin\theta}$

$2 \cos\theta = 1$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 60° , 300°$

ليلى

$2 \sin\theta \cos\theta = \sin\theta$

$-\sin\theta = -\sin\theta$

$2 \cos\theta = 0$

$\cos\theta = 0$

$\theta = 90° , 270°$

تحصيلي

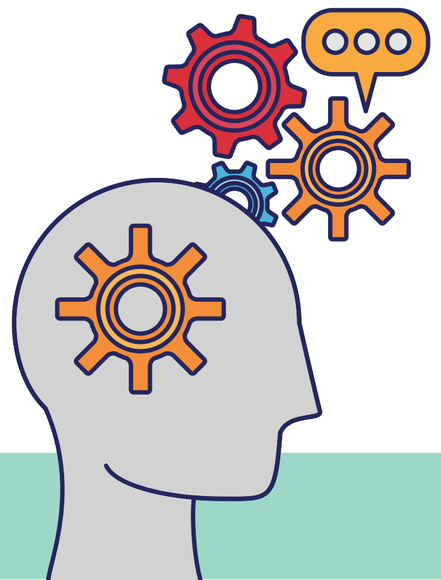
أي مما يأتي ليس حلًّا للمعادلة $\sin\theta + \cos\theta \tan^2\theta = 0$ ؟

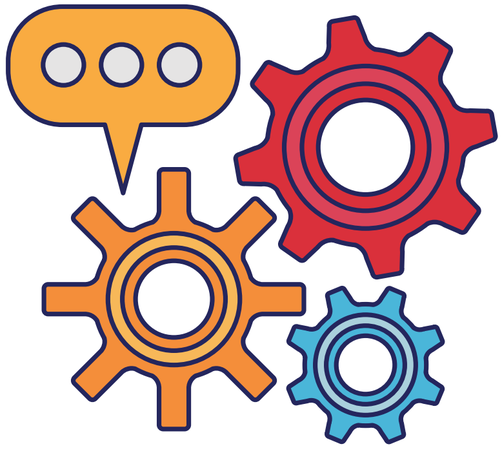
أ) $\frac{5\pi}{2}$

ب) $\frac{7\pi}{4}$

ج) 2π

د) $\frac{3\pi}{4}$





الواجب

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter

لمزيد من العروض التقديمية