2 - 3

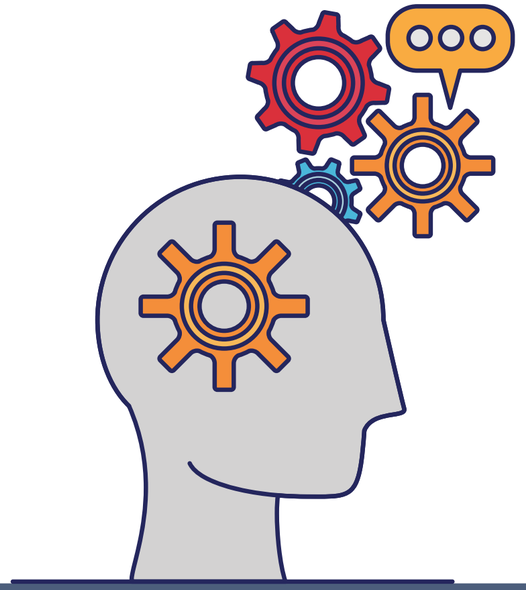
اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قدرات

مع ناصر 3000 ريال أعطى أمه الخمس وأعطى أبيه الثلث ، فكم ريالاً بقي معه؟



أ) 1400

ب) 1600

ج) 1500

د) 1200

المفردات

- الوغاريتم
- الدالة اللوغاريتمية

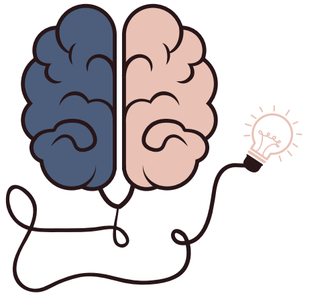
المحاور الرئيسية للدرس :

أجد قيمة عبارات لوغاريتمية

أمثل دوال لوغاريتمية بيانياً

فيما سبق

درست إيجاد الدالة العكسية لدالة .



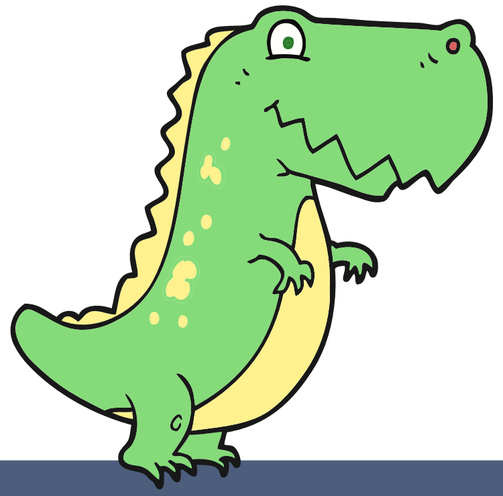
لماذا ؟

العصف الذهني

يُرجِّح كثير من العلماء أن سبب انقراض سلالة الديناصورات هو النيازك التي ضربت الأرض. ويستعمل الفلكيون مقياس باليرمو (Palermo) لتصنيف أجسام الفضاء كالنيازك وغيرها اعتمادًا على مدى تأثيرها في كوكب الأرض. ولجعل المقارنة بين هذه الأجسام أكثر سهولة تم تطوير المقياس باستعمال اللوغاريتمات ، إذ يمكن إيجاد قيمة مقياس باليرمو PS لجسم فضائي من خلال الدالة $R = 10^{PS}$ ، حيث R الخطر النسبي الذي يسببه ذلك الجسم، ويمكن كتابة هذه الدالة بصيغة أخرى تسمى الدالة اللوغاريتمية.

ماالمقصود بمدى التأثير ؟

سم أشياء تسبح في الفضاء بالقرب من الكرة الأرضية ؟



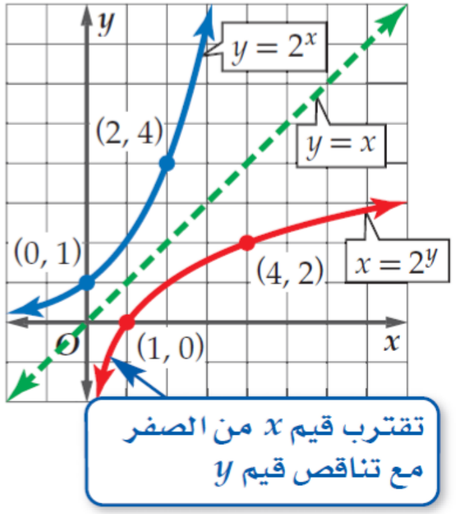
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إثراء

ماهي اللوغاريتمات !

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الدوال والعبارات اللوغاريتمية: يمكنك تمثيل الدالة العكسية للدالة الأسية $f(x) = 2^x$ بيانيًّا من خلال تبديل قيم x و y للأزواج المرتبة التي تمثل الدالة.



$y = 2^x$	
x	y
-3	$\frac{1}{8}$
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8

$x = 2^y$	
x	y
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3

يظهر من الجدول والتمثيل البياني أعلاه أن الدالة العكسية للدالة $y = 2^x$ هي $x = 2^y$. وبصورة عامة، فإن الدالة العكسية للدالة $y = b^x$ هي $x = b^y$. يسمى المتغير y في المعادلة $x = b^y$ **لوغاريتم** x، ويكتب عادة على الصورة $y = \log_b x$، ويقرأ y تساوي لوغاريتم x للأساس b.

اللوغاريتم للأساس b

إذا كان x, b عددين موجبين، حيث $b \neq 1$، يرمز للوغاريتم x للأساس b بالرمز $\log_b x$، ويُعرّف على أنه الأُس y الذي يجعل المعادلة $b^y = x$ صحيحة.

افترض أن $b > 0, b \neq 1$ فإن: لكل $x > 0$ يوجد عدد y بحيث

$$\log_b x = y \quad \text{إذا وفقط إذا كان} \quad b^y = x$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 1 التحويل من الصورة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية

تحقق من فهمك

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي على الصورة الأسية:

1A) $\log_4 16 = 2$

1B) $\log_3 729 = 6$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الدقيقة الواحدة

حل المعادلات الأسية

مثال 1

تدرب و حل المسائل

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي على الصورة الأسية: (مثال 1)

1) $\log_8 512 = 3$ ✓

2) $\log_5 625 = 4$ ✓

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2 التحويل من الصورة الاسية إلى الصورة اللوغاريتمية

تحقق من فهمك

اكتب كل معادلة أسّية مما يأتي على الصورة اللوغاريتمية:

2A) $4^3 = 64$

2B) $125^{\frac{1}{3}} = 5$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الدقيقة الواحدة

مثال 2 التحويل من الصورة الاسية إلى الصورة اللوغاريتمية

تدرب و حل المسائل

اكتب كل معادلة أسية مما يأتي على الصورة اللوغاريتمية: (مثال 2)

9) $11^3 = 1331$

10) $16^{\frac{3}{4}} = 8$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3 إيجاد قيمة عبارة لوغاريتمية

تحقق من فهمك

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد قيمة كل مما يأتي:

3A) $\log_3 81$

3B) $\log_{\frac{1}{2}} 256$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الدقيقة الواحدة

مثال 3 إيجاد قيمة عبارة لوغاريتمية

تدرب و حل المسائل

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

17) $\log_{13} 169$ **18)** $\log_2 \frac{1}{128}$

خريطة مفاهيم

الخصائص الأساسية للوغاريتمات

إذا كان $b > 0$ ، $b \neq 1$ ، x عدد حقيقي ، فإن الخصائص الآتية صحيحة:

$\log_b 1 = 0$

التبرير

$b^0 = 1$

$\log_b b = 1$

التبرير

$b^1 = b$

$\log_b b^x = x$

التبرير

$b^x = b^x$

$b^{\log_b x} = x,\ x > 0$

التبرير

$\log_b x = \log_b x$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 4 استعمال الخصائص الأساسية للوغاريتمات

تحقق من فهمك

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

4A) $\log_9 81$

4B) $3^{\log_3 1}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الدقيقة الواحدة

مثال 4 استعمال الخصائص الأساسية للوغاريتمات

تدرب و حل المسائل

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

17) $\log_{13} 169$

18) $\log_2 \frac{1}{128}$

19) $\log_6 1$

20) $\log_4 1$

21) $\log_{10} 10$

22) $\log_{10} 0.01$

23) $\log_3 \frac{1}{9}$

24) $\log_4 \frac{1}{64}$

25) $\log_6 216$

26) $\log_{27} 3$

27) $\log_{32} 2$

28) $\log_{121} 11$

29) $\log_{\frac{1}{5}} 3125$

30) $\log_{\frac{1}{8}} 512$

31) $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{216}$

الدالة اللوغاريتمية

$$f(x) = \log_b x$$

$b \neq 1$

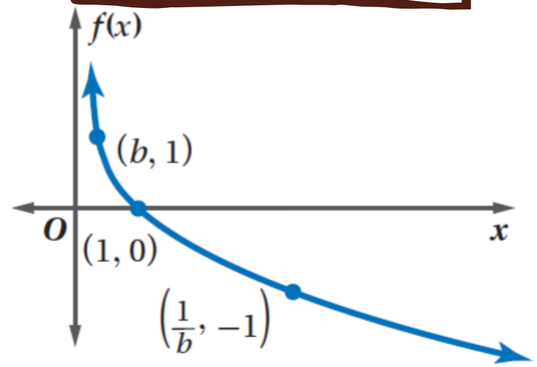
وكل من العددين b , x موجبًا

خريطة مفاهيم

التمثيل البياني للدوال اللوغاريتمية

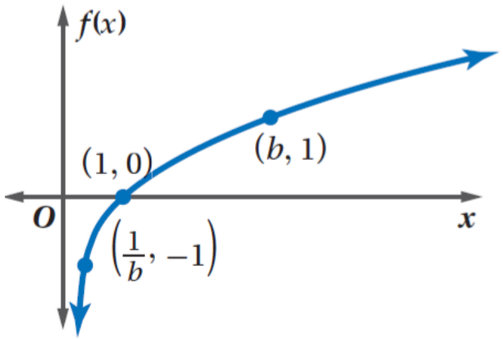
$$f(x) = \log_b x$$

$0 < b < 1$

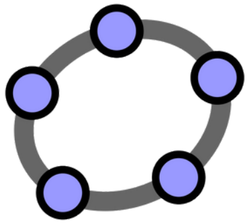


خصائص منحنى الدالة:	متصل، متباين، متناقص
المجال:	مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة (R^+)
المدى:	مجموعة الأعداد الحقيقية (R)
خط التقارب:	المحور y
مقطع المحور x:	1

$b > 1$



خصائص منحنى الدالة:	متصل، متباين، متزايد
المجال:	مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة (R^+)
المدى:	مجموعة الأعداد الحقيقية (R)
خط التقارب:	المحور y
مقطع المحور x:	1



مثال 5 تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانياً

تحقق من فهمك

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا:

5A $f(x) = \log_2 x$

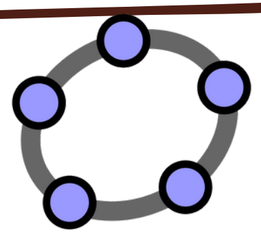
5B $f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الدقيقة الواحدة

مثال 5 تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانياً

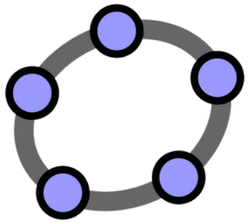
تدرب و حل المسائل



مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا:

32) $f(x) = \log_3 x$

33) $f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$



مثال 6 تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانياً

تحقق من فهمك

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا:

(6A $f(x) = 2\log_3(x-2)$ ✓

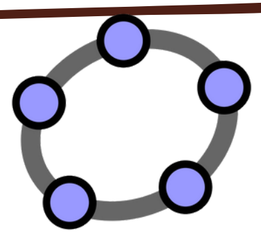
(6B $f(x) = \frac{1}{4}\log_{\frac{1}{2}}(x+1) - 5$ ✓

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الدقيقة الواحدة

مثال 5 تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانياً

تدرب و حل المسائل



مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا:

34 $f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$

35 $= 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 6 إيجاد الدوال العكسية للدوال الأسية

تحقق من فهمك

7) أوجد الدالة العكسية للدالة $y = 0.5^x$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مهارات التفكير العليا

إكتشف الخطأ

51) اكتشف الخطأ: يقول فهد: إن التمثيل البياني لجميع الدوال اللوغاريتمية يقطع المحور y في النقطة $(0, 1)$ ؛ لأن أي عدد مرفوع للأس صفر يساوي 1، ولكن سليمان لم يوافقه الرأي. أيهما على صواب؟ فسر إجابتك.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مهارات التفكير العليا

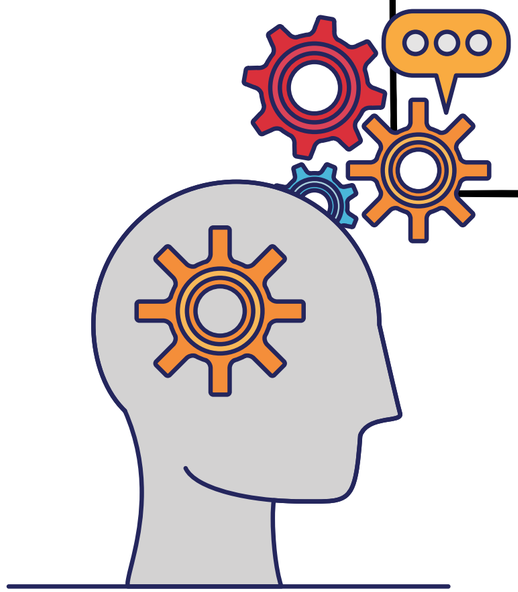
إكتشف الخطأ

52) اكتشف الخطأ: أوجدت كل من مها ومريم قيمة $\log_{\frac{1}{7}} 49$، أيٌّ منهما إجابتها صحيحة؟ برر إجابتك.

مها	مريم
$\log_{\frac{1}{7}} 49 = y$	$\log_{\frac{1}{7}} 49 = y$
$49^y = \frac{1}{7}$	$(\frac{1}{7})^y = 49$
$(7^2)^y = (7)^{-1}$	$(7^{-1})^y = 7^2$
$7^{2y} = (7)^{-1}$	$(7)^{-y} = 7^2$
$2y = -1$	$y = -2$
$y = -\frac{1}{2}$	

تحصيلي

ما قيمة x في المعادلة $\log_8 16 = x$؟



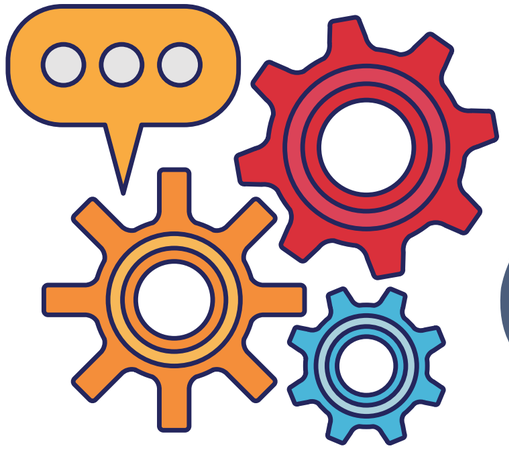
أ) $\frac{1}{2}$

ب) $\frac{3}{4}$

ج) $\frac{4}{3}$

د) 2

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



الواجب

لمزيد من
العروض
التقديمية
https://t.me/GhadahAlfadhly
https://t.me/RAFAH_Secondary5
Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter