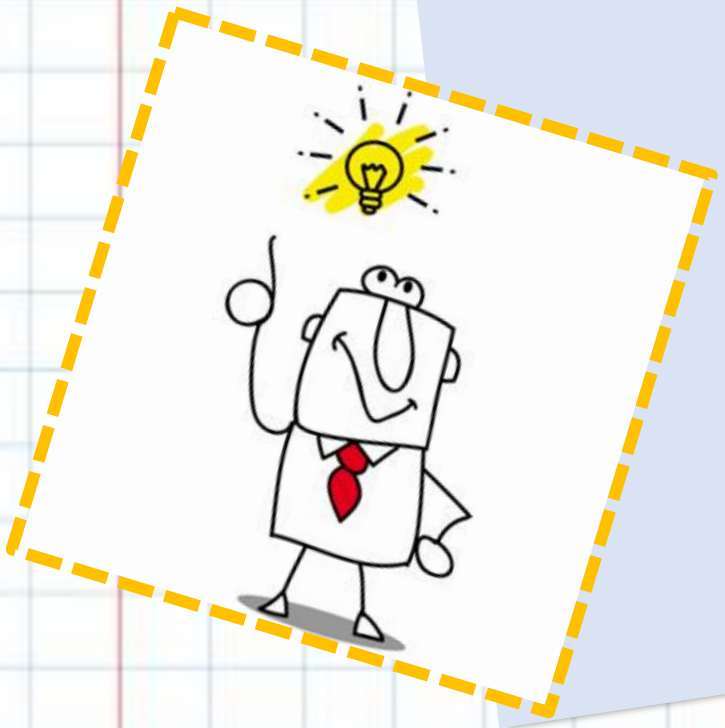
الزوايا المحيطية

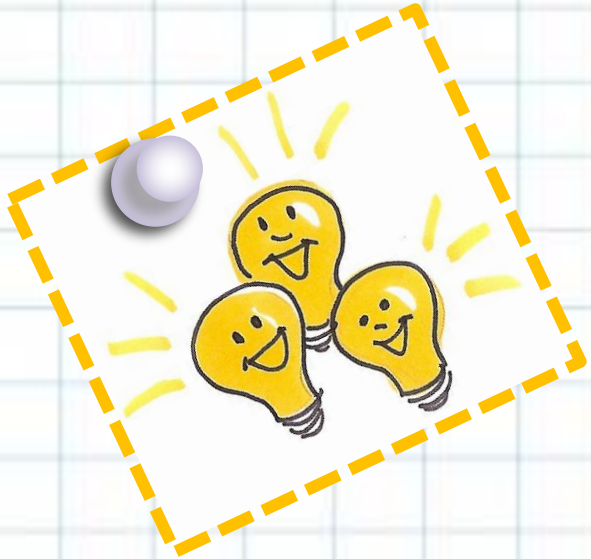


أ. غادة الفضلي

درستُ إيجاد قياس الزوايا الداخلية للمضلعات.

(مهارة سابقة)

- أجد قياسات الزوايا المحيطية.
- أجد قياسات زوايا المضلعات المحاطة بدائرة.



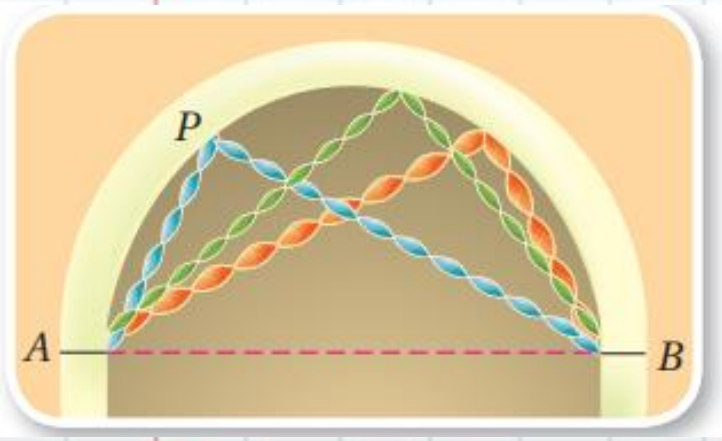
الزاوية المحيطية

inscribed angle

القوس المقابل

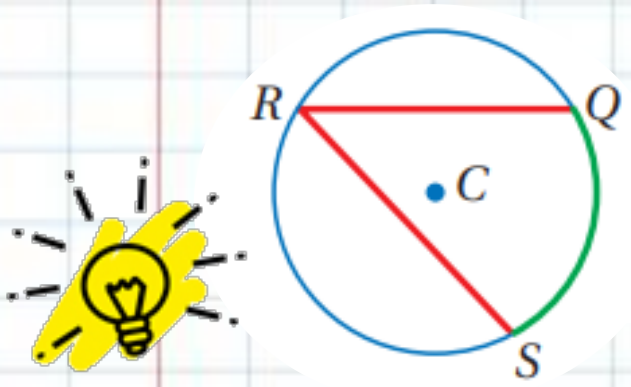
intercepted arc

ماذا ؟



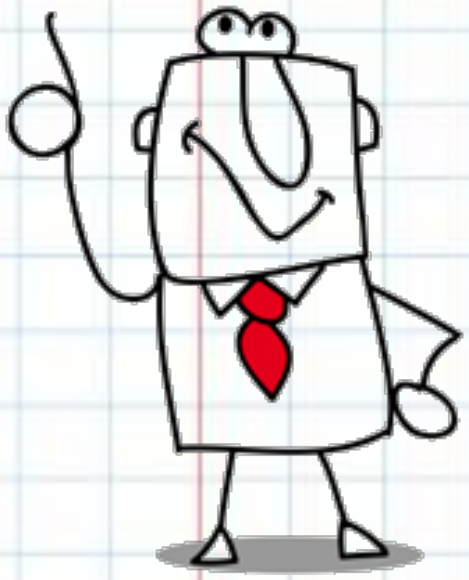
يعلو مدخل قاعة احتفالات قوس على شكل نصف دائرة. زُيّن هذا المدخل بأشرطة ملونة، بحيث ثُبِّت أحد طرفَي كل شريط عند النقطة A، والطرف الآخر عند النقطة B. ثم رفعت الأشرطة، وتم تثبيت كلٍّ منها عند نقطة مختلفة على القوس مثل P، كما في الشكل المجاور. لاحظ أن الزوايا المتكوّنة من هذه الأشرطة تبدو متطابقة، بغض النظر عن موقع النقطة P.

ماهي الزاوية المحيطية ؟



هي زاوية يقع رأسها على الدائرة،

ويحتوي ضلعاها على وترين في الدائرة. فالزاوية QRS هي زاوية محيطية في $\odot C$

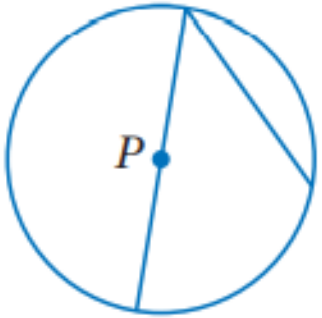


القوس المقابل للزاوية المحيطية هو قوس يقع داخل الزاوية المحيطية، ويقع طرفاه على ضِلْعَيها.

القوس الأصغر $\overset{\frown}{QS}$ في $\odot C$ هو القوس المقابل للزاوية QRS .

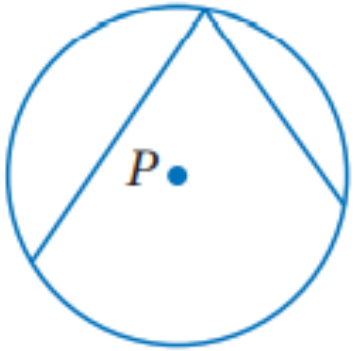
توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة.

الحالة الأولى



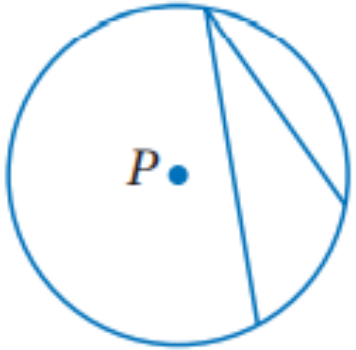
يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعَي الزاوية المحيطية.

الحالة الثانية



يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.

الحالة الثالثة

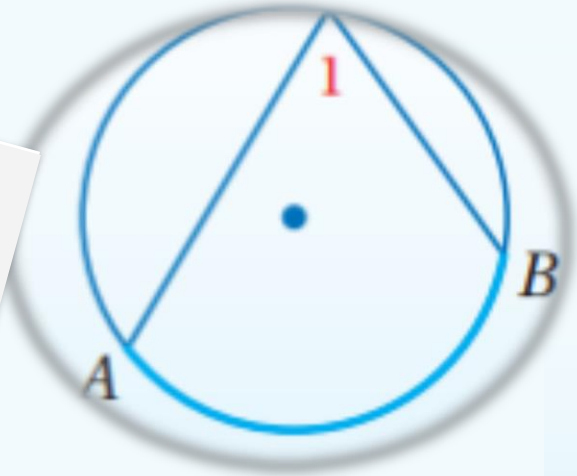


يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

والنظرية الآتية صحيحة لهذه الحالات الثلاث جميعها.

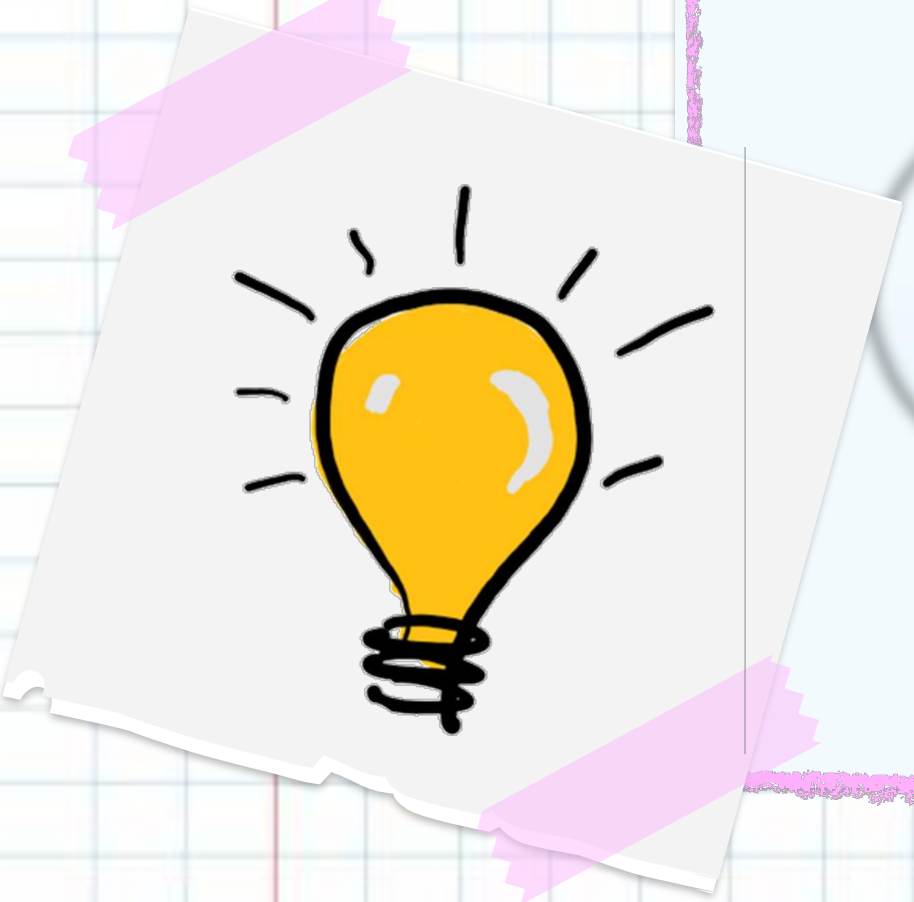
نظرية 4.6 نظرية الزاوية المحيطية

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.



مثال

$$m\angle 1 = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AB}, \quad m\overset{\frown}{AB} = 2m\angle 1$$



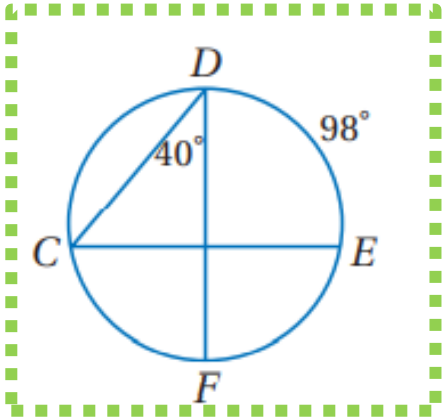
مثال 1 استعمال الزوايا المحيطية لإيجاد قياسات

تحقق من فهمك

أوجد القياسات الآتية مستعملًا الشكل المجاور:

1A $m\overset{\frown}{CF}$

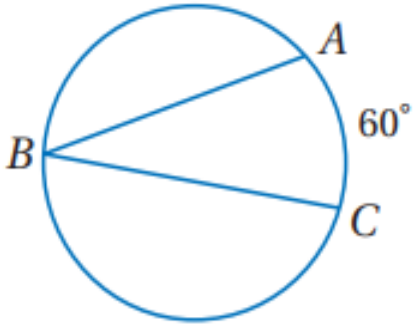
1B $m\angle C$



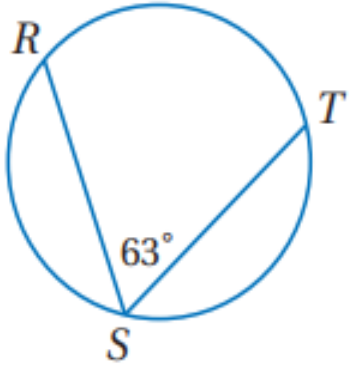
تأكد

أوجد كل قياس ممّا يأتي:

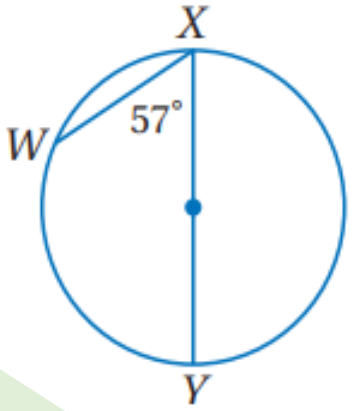
1) $m\angle B$



2) $m\overset{\frown}{RT}$



3) $m\overset{\frown}{WX}$

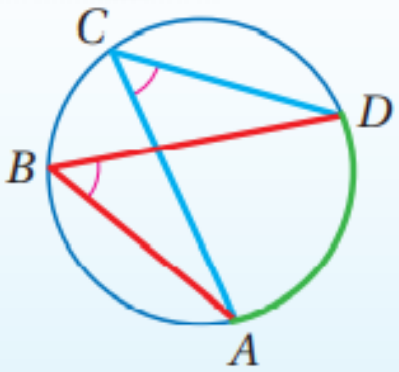


هناك علاقة بين الزاويتين المحيطيَّتين اللتين تقابلان القوس نفسه في دائرة.

نظرية 4.7

إذا قابلت زاويتان محيطيَّتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.

مثال

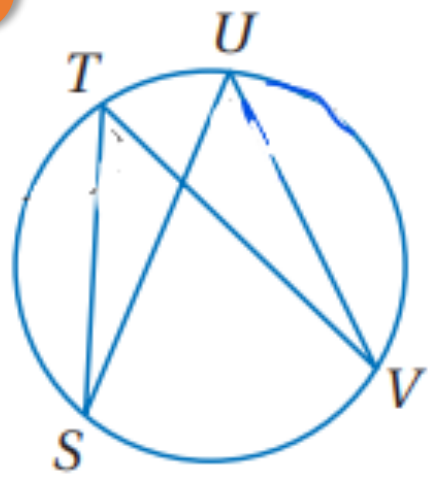


$\angle C$, $\angle B$ تقابلان $\overset{\frown}{AD}$ ، إذن $\angle B \cong \angle C$.

مثال 2 استعمال الزوايا المحيطية لإيجاد قياسات

تحقق من فهمك

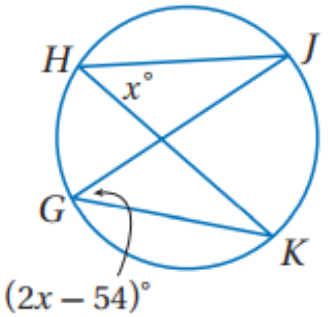
2) إذا كان: $m\angle V = (x + 16)^\circ$, $m\angle S = (3x)^\circ$ ، فأوجد $m\angle S$ مستعملًا الشكل أعلاه.



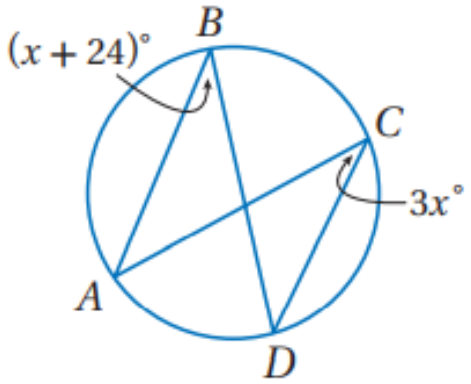
تأكد

جبر: أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

5) $m\angle H$



6) $m\angle B$



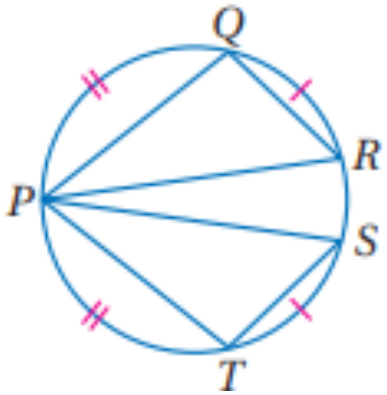
مثال 3 استعمال الزوايا المحيطية في البراهين

تحقق من فهمك

3) اكتب برهانًا ذا عمودين:

المعطيات: $\overset{\frown}{QR} \cong \overset{\frown}{ST}$, $\overset{\frown}{PQ} \cong \overset{\frown}{PT}$

المطلوب: $\triangle PQR \cong \triangle PTS$

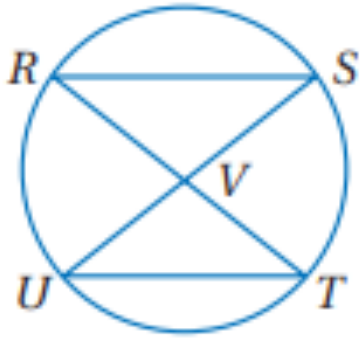


إرشادات للدراسة

المضلعات المحاطة بدائرة:

يكون المضلع محاطًا بدائرة، إذا وقعت رؤوسه جميعها على الدائرة نفسها.

تأكد



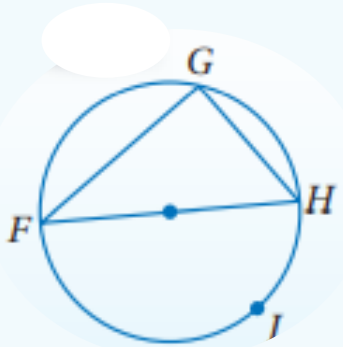
7) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{RT}$ تُنصِّف $\overline{SU}$.

المطلوب: $\triangle RVS \cong \triangle UVT$

زوايا المضلعات المحاطة بدائرة: للمثلثات والأشكال الرباعية المحاطة بدائرة خصائص خاصة.

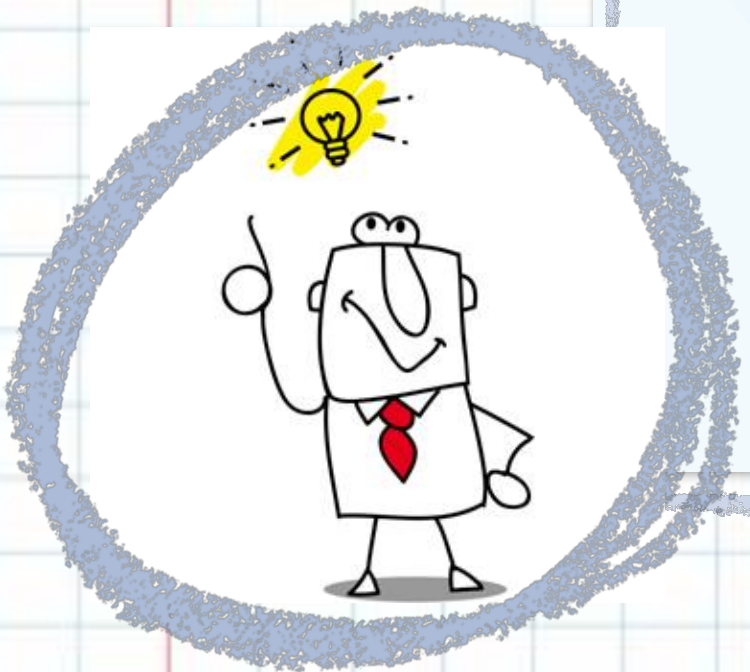
النظرية 4.8



تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطرًا أو نصف دائرة، إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة.

إذا كانت $\overset{\frown}{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90°$.

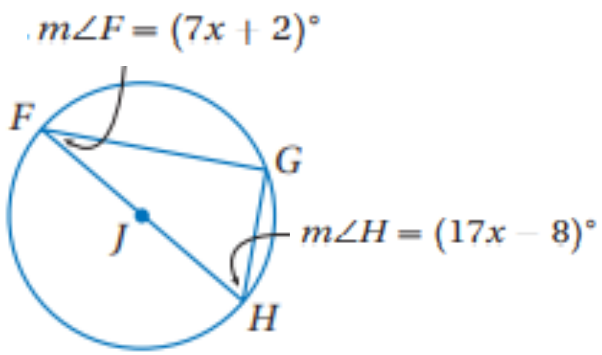
إذا كان $m\angle G = 90°$ ، فإن $\overset{\frown}{FJH}$ هي نصف دائرة، ويكون $\overline{FH}$ قطرًا فيها.



مثال 4 إيجاد قياسات زوايا المثلث المحاط بدائرة

تحقق من فهمك

4) إذا كان $m\angle H = (17x - 8)^\circ$ ، $m\angle F = (7x + 2)^\circ$ ، فأوجد قيمة x مستعملًا الشكل أعلاه.

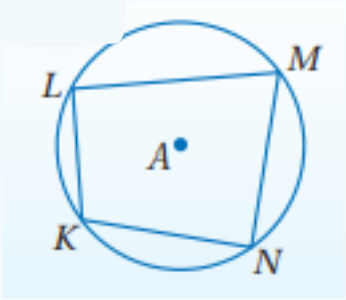


يمكنك إحاطة مختلف أنواع المثلثات، بما فيها المثلث القائم الزاوية بدائرة إلاّ أن أنواعًا معينة فقط من الأشكال الرباعية يمكنك إحاطتها بدائرة.

نظرية 4.9

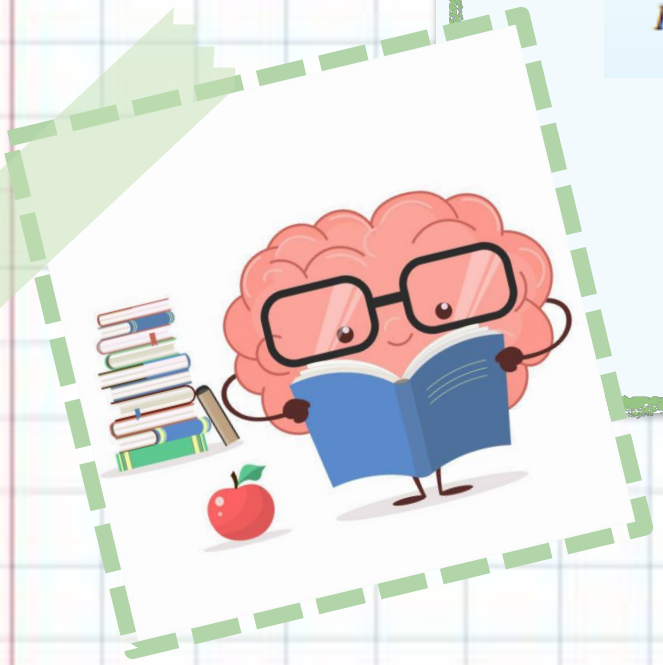
إذا كان الشكل الرباعي محاطًا بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطًا بـ $\odot A$ ،
فإن $\angle L, \angle N$ متكاملتان و $\angle K, \angle M$ متكاملتان أيضًا.



إرشادات للدراسة

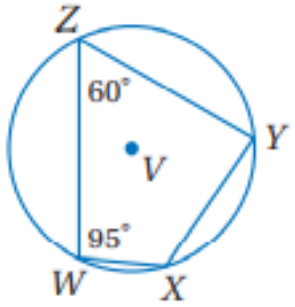
الأشكال الرباعية :
يمكن إثبات نظرية 4.9 ، بإثبات أن القوسين المقابلين لكل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي المحاط بدائرة يكوّنان دائرةً كاملةً.



مثال 5 من واقع الحياة

تحقق من فهمك

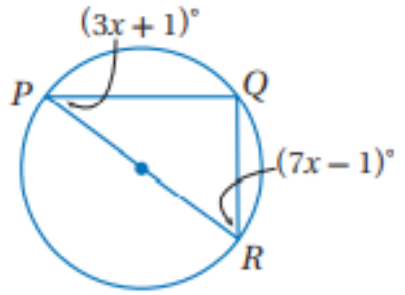
5) المضلع $WXYZ$ شكل رباعي محاط بِـ $\odot V$ ،
أوجد $m\angle X, m\angle Y$.



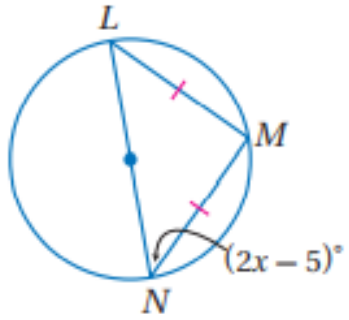
تأكد

جبر: أوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي:

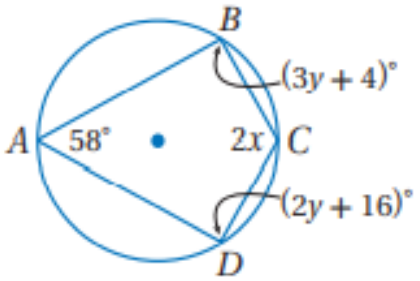
(8 $m\angle R$



(9 x



(10 $m\angle C, m\angle D$



مسائل مهارات التفكير العليا

40) **اكتب:** بيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في الدائرة، وإذا كانت هاتان الزاويتان تقابلان القوس نفسه، فما العلاقة بينهما؟

استعد للدرس اللاحق

جبر: افترض أن B نقطة منتصف $\overline{AC}$، استعمل المعلومات المعطاة في كلٍّ ممَّا يأتي لإيجاد القياسات المجهولة:

(47 $AB = 4x - 5, BC = 11 + 2x, AC = ?$

(48 $AB = 10s + 2, AC = 49 + 5s, BC = ?$

الواجب