المشتقات

النهايات والاشتقاق

فيما سبق:

درستُ حساب ميل المماسات لإيجاد مُعدّل التغيُّر اللحظي. (الدرس 3–4)

والآن:

- أجدُ ميل منحنى دالة غير خطية باستعمال المشتقات.
- أستعملُ قواعد الاشتقاق لإيجاد المشتقات.

المفردات:

المشتقة
derivative

الاشتقاق
differentiation

المعادلة التفاضلية
differential equation

المؤثر التفاضلي
differential operator

النهايات والاشتقاق

لماذا؟

ركل أحمد كرةً رأسيًّا إلى أعلى من ارتفاع 3 ft، فانطلقت بسرعة 65 ft/s . يمكنك استعمال معادلات الحركة بتسارع ثابت، التي درستها في الفيزياء لكتابة دالة تصف ارتفاع الكرة بعد t ثانية، ومن ثم تحديد ما إذا كانت الكرة ستبلغ ارتفاع 68 ft أم لا.

النهايات والاشتقاق

قواعد أساسية للاشتقاق: استعملت النهايات في الدرس 3-8 لتحديد ميل مماس منحنى الدالة $f(x)$ عند أي نقطة عليه ، وتُسمى هذه النهاية **مشتقة الدالة** ويرمز لها بالرمز $f'(x)$، وتُعطى بالصيغة:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

بشرط وجود هذه النهاية، وتُسمَّى عملية إيجاد المشتقة **الاشتقاق**، وتُسمَّى النتيجة **معادلة تفاضلية**.

قراءة الرياضيات

المشتقات

يُقرأ الرمز $f'(x)$ مشتقة f بالنسبة للمتغير x، أو f prime of x.

تاريخ الرياضيات

شرف الدين الطوسي

العالم المسلم شرف الدين الطوسي (المتوفى عام 610هـ) من خلال دراسته المعادلات التي درجتها ≤ 3 استعمل في حل هذه المعادلات، القيمة العظمى للعبارات الجبرية، وأخذ "المشتق الأول" لهذه العبارات من دون أن يستعمل اسمه (المشتق الأول)، وبرهن على أن جذر المعادلة التي يحصل عليها إذا ما عُوِّض به في العبارة الجبرية، أعطى القيمة العظمى للعبارة.

مثال 1 مشتقة دالة عند أي نقطة

أوجد مشتقة $f(x) = 4x^2 - 5x + 8$ باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عندما $x = 1 , 5$.

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$ صيغة المشتقة

$$= \lim_{h\to 0} \frac{4(x+h)^2 - 5(x+h) + 8 - (4x^2 - 5x + 8)}{h}$$ $f(x+h) = 4(x+h)^2 - 5(x+h) + 8$, $f(x) = 4x^2 - 5x + 8$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{8xh + 4h^2 - 5h}{h}$$ بسّط

$$= \lim_{h\to 0} \frac{h(8x + 4h - 5)}{h}$$ حلّل

$$= \lim_{h\to 0} (8x + 4h - 5)$$ اقسم على h

$$= [8x + 4(0) - 5] = 8x - 5$$ عوّض

أي أن مشتقة $f(x)$ هي $f'(x) = 8x - 5$. احسب $f'(x)$ عندما $x = 1 , 5$.

$f'(x) = 8x - 5$	المعادلة الأصلية	$f'(x) = 8x - 5$
$f'(5) = 8(5) - 5$	$x = 1 , x = 5$	$f'(1) = 8(1) - 5$
$f'(5) = 35$	بسّط	$f'(1) = 3$

تحقق من فهمك :

أوجد مشتقة $f(x)$ باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند قيم x المعطاة

1A) $f(x) = 6x^2 + 7, x = 2, 5$

....

....

....

....

....

....

....

....

1B) $f(x) = -5x^2 + 2x - 12, x = 1, 4$

....

....

....

....

....

....

....

....

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب

أوجد مشتقةَ كلٍّ دالة مما يأتي باستعمال النهايات، ثم احسب قيمة المشتقة عند النقاط المعطاة: (مثال 1)

1) $f(x) = 4x^2 - 3 , x = 2 , -1$

....

....

....

....

....

....

....

....

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@Hudali_math

يُرمز لمشتقة $y = f(x)$ أيضًا بالرموز $\frac{dy}{dx}$ ، $\frac{df}{dx}$ ، y' ، وإذا سبق الدالة **المؤثر التفاضلي** $\frac{d}{dx}$ ، فإن ذلك يعني إيجاد مشتقة الدالة.

حتى هذه اللحظة استعملت النهاية؛ لإيجاد كلٍّ من المشتقة وميل المماس والسرعة المتجهة اللحظية. وتُعدُّ قاعدة مشتقة القوة من أكثر القواعد فعالية لإيجاد المشتقات من دون اللجوء إلى استعمال النهايات، مما يجعل عملية إيجاد المشتقات أكثر سهولةً ودقة.

مفهوم أساسي — قاعدة مشتقة القوة

التعبير اللفظي: قوة x في المشتقة أقل بواحد من قوة x في الدالة الأصلية، ومعامل x في المشتقة يساوي قوة x في الدالة الأصلية.

الرموز: إذا كان $f(x) = x^n$ ، حيث n عدد حقيقي، فإن: $f'(x) = nx^{n-1}$.

مثال 2 قاعدة مشتقة القوة

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

a) $f(x) = x^9$

$f(x) = x^9$	الدالة المعطاة
$f'(x) = 9x^{9-1}$	قاعدة مشتقة القوة
$= 9x^8$	بسّط

b) $g(x) = \sqrt[5]{x^7}$

$g(x) = \sqrt[5]{x^7}$	الدالة المعطاة
$g(x) = x^{\frac{7}{5}}$	أعد كتابة الدالة كقوّة نسبية
$g'(x) = \frac{7}{5} x^{\frac{7}{5}-1}$	قاعدة مشتقة القوة
$= \frac{7}{5} x^{\frac{2}{5}} = \frac{7}{5}\sqrt[5]{x^2}$	بسّط

c) $h(x) = \frac{1}{x^8}$

$h(x) = \frac{1}{x^8}$	الدالة المعطاة
$h(x) = x^{-8}$	أعد كتابة الدالة كقوّة سالبة
$h'(x) = -8x^{-8-1}$	قاعدة مشتقة القوة
$= -8x^{-9} = -\frac{8}{x^9}$	بسّط

تنبيه!

مشتقات القوى السالبة

مشتقة $f(x) = x^{-4}$ ليست $f'(x) = -4x^{-3}$. تذكر بأننا يجب أن نطرح واحدًا من الأس؛ لنحصل على: $-4-1=-4+(-1)=-5$؛ لذا فإن $f'(x) = -4x^{-5}$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@Hudali_math

تحقق من فهمك :

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

(2A $j(x) = x^4$

....

(2B $k(x) = \sqrt{x^3}$

....

(2C $m(x) = \dfrac{1}{x^5}$

....

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

هناك العديد من قواعد الاشتقاق الأخرى المهمة التي تفيد في إيجاد مشتقات الدوال التي تحوي أكثر من حدٍّ.

مفهوم أساسي **قواعد أخرى للاشتقاق**

مشتقة الثابت: مشتقة الدالة الثابتة تساوي صفرًا؛ أي أنه إذا كانت $f(x) = c$، حيث c عدد ثابت، فإن $f'(x) = 0$.

مشتقة مضاعفات القوّة: إذا كانت $f(x) = cx^n$ ، حيث c ثابت، و n عدد حقيقي، فإن: $f'(x) = cnx^{n-1}$.

مشتقة المجموع أو الفرق: إذا كانت: $f(x) = g(x) \pm h(x)$ ، فإن: $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 3 قواعد الاشتقاق

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

$f(x) = 5x^3 + 4$ (a

الدالة المعطاة	$f(x) = 5x^3 + 4$
قواعد مشتقات الثابت، ومضاعفات القوى، والمجموع	$f'(x) = 5 \cdot 3x^{3-1} + 0$
بسِّط	$= 15x^2$

$g(x) = x^5(2x^3 + 4)$ (b

الدالة المعطاة	$g(x) = x^5(2x^3 + 4)$
خاصية التوزيع	$g(x) = 2x^8 + 4x^5$
قاعدتا مشتقتَي مضاعفات القوى، والمجموع	$g'(x) = 2 \cdot 8x^{8-1} + 4 \cdot 5x^{5-1}$
بسِّط	$= 16x^7 + 20x^4$

$h(x) = \dfrac{5x^3 - 12x + 6\sqrt{x^5}}{x}$ (c

الدالة المعطاة	$h(x) = \dfrac{5x^3 - 12x + 6\sqrt{x^5}}{x}$
اقسم كل حدٍّ في البسط على x	$h(x) = \dfrac{5x^3}{x} - \dfrac{12x}{x} + \dfrac{6\sqrt{x^5}}{x}$
$x^{\frac{5}{2}} \cdot x^{-1} = x^{\frac{3}{2}}$	$h(x) = 5x^2 - 12 + 6x^{\frac{3}{2}}$
قواعد مشتقات الثابت، ومضاعفات القوى، والمجموع والفرق	$h'(x) = 5 \cdot 2x^{2-1} - 0 + 6 \cdot \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}-1}$
بسِّط	$= 10x + 9x^{\frac{1}{2}} = 10x + 9\sqrt{x}$

إرشادات للدراسة

المشتقات

إذا كانت $f(x) = x$، فإن $f'(x) = 1$، و إذا كانت $f(x) = cx$، فإن $f'(x) = c$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@Hudali_math

تحقق من فهمك :

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

(3A $f(x) = 2x^5 - x^3 - 102$

(3B $g(x) = 3x^4(x + 2)$

(3C $h(x) = \dfrac{4x^4 - 3x^2 + 5x}{x}$

تدرب

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي :

6) $y(f) = -11f$

....

....

....

....

....

....

....

....

7) $z(n) = 2n^2 + 7n$

....

....

....

....

....

....

....

....

4 النهايات والاشتقاق

الآن ، وبعد أن درست القواعد الأساسية للاشتقاق، يمكنك حل المسائل التي تتطلب حساب ميل مماس المنحنى، أو إيجاد السرعة المتجهة اللحظية بخطوات أقل، ففي مثال 5 من الدرس 3−8 ، أوجدنا معادلة السرعة المتجهة اللحظية لجسم متحركٍ، وستلاحظ الآن سهولة حل المسألة نفسها بتطبيق قواعد الاشتقاق.

مثال 4 السرعة المتجهة اللحظية

تُعطى المسافة التي يقطعها جسم بالسنتمترات بعد t ثانية بالدالة: $s(t) = 18t - 3t^3 - 1$ ، أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية $v(t)$ للجسم.

السرعة المتجهة اللحظية للجسم هي $s'(t)$.

$s(t) = 18t - 3t^3 - 1$	الدالة المعطاة
$s'(t) = 18 \cdot 1t^{1-1} - 3 \cdot 3t^{3-1} - 0$	قواعد مشتقات الثابت، ومضاعفات القوى، والفرق
$= 18 - 9t^2$	بسّط

أي أن سرعة الجسم المتجهة اللحظية هي: $v(t) = 18 - 9t^2$ ، لاحظ أن هذه الإجابة مكافئة لتلك التي حصلت عليها في المثال 5 من الدرس 3-8 .

تنبيه!

للتسهيل يمكنك إيجاد كلٍّ من ميل المماس لمنحنى الدالة، والسرعة المتجهة اللحظية، ومشتقة الدالة، باستخدام القواعد ما لم يُطلب منك استخدام النهايات لإيجاد أيٍّ منها.

تحقق من فهمك :

4) الدالة: $h(t) = 55t - 16t^2$ تمثّل الارتفاع بالأقدام بعد t ثانية لكرة قُذِفت رأسيًّا إلى أعلى. أوجد معادلة السرعة المتجهة اللحظية للكرة عند أي زمن .

....

....

....

....

....

....

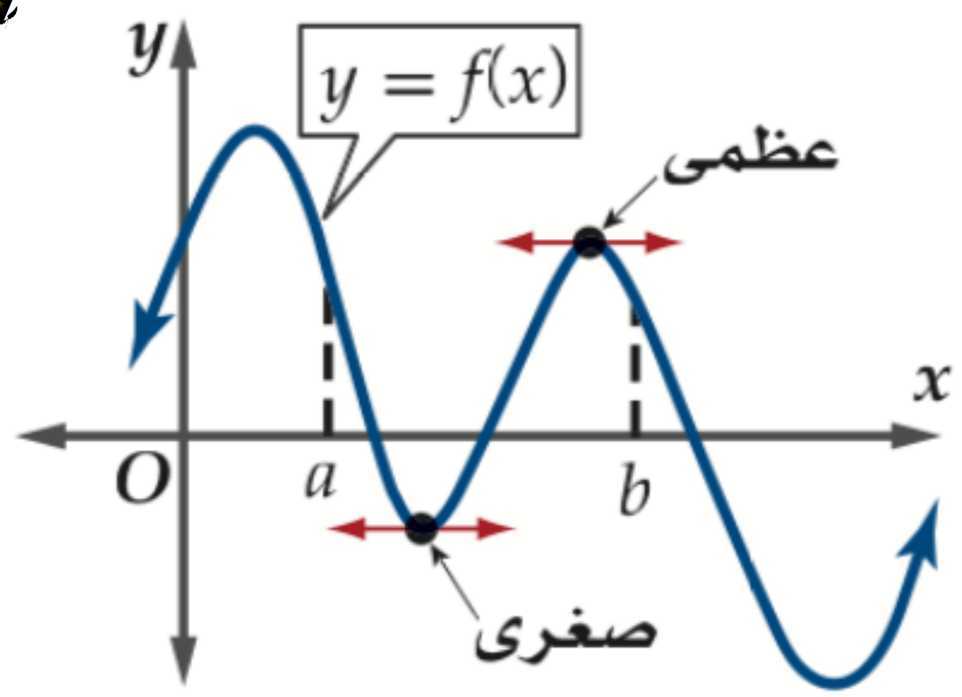
....

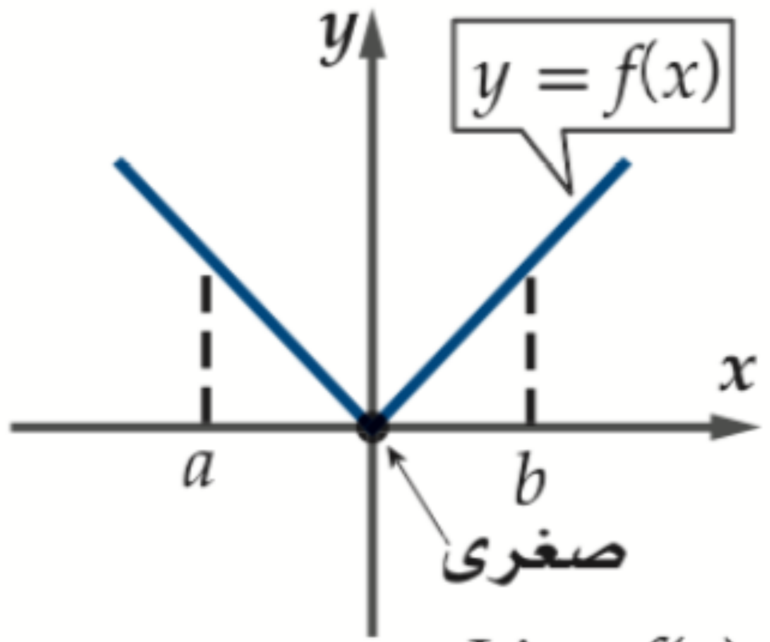
....

النقطة التي تكون عندها مشتقة الدالة صفرًا أو غير موجودة تُسمَّى نقطةً حرجةً للدالة، والنقطة الحرجة قد تشير إلى وجود نقطة قيمة عظمى أو صغرى للدالة ، وتحدثُ عندما يكون ميل مماس منحنى الدالة صفرًا أو غير موجود.

مفهوم أساسي — نظرية القيمة القصوى

إذا كانت $f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، فإن لها قيمة عظمى وصغرى على الفترة $[a, b]$ ، وذلك إما عند أحد طرفَي الفترة أو عند إحدَى النقاط الحرجة.





$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ غير موجودة

النقطة التي تكون عندها مشتقة الدالة صفرًا أو غير موجودة تُسمَّى نقطةً حرجةً للدالة، والنقطة الحرجة قد تشير إلى وجود نقطة قيمة عظمى أو صغرى للدالة ، وتحدثُ عندما يكون ميل مماس منحنى الدالة صفرًا أو غير موجود.

🌍 **الربط مع الحياة**

ازدادت سرعة الأفعوانيات حديثًا لتصل إلى 120 mi/h، وكذلك ازدادت ارتفاعاتها لتبلغ 450 ft.

مثال 5 من واقع الحياة — القيمتان العظمى والصغرى لدالة

أفعوانية: الدالة: $h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + \frac{11}{3}$ تمثِّل ارتفاع إبراهيم بالأقدام في أثناء ركوبه أفعوانية، حيث t الزمن بالثواني في الفترة الزمنية $[1, 12]$، أوجد أقصى وأدنى ارتفاع يبلغه إبراهيم.

أوجد مشتقة $h(t)$.

$$h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + \frac{11}{3}$$ الدالة المعطاة

$$h'(t) = -\frac{1}{3} \cdot 3\, t^{3-1} + 4 \cdot 2t^{2-1} + 0$$ قواعد اشتقاق الثابت، ومضاعفات القوى، والمجموع، والفرق

$$= -t^2 + 8t$$ بسّط

أوجد النقاط الحرجة بحل المعادلة $h'(t) = 0$.

$$h'(t) = 0$$ اكتب المعادلة

$$-t^2 + 8t = 0$$ $h'(t) = -t^2 + 8t$

$$-t(t-8) = 0$$ حلّل

إذن: $t = 8$ أو $t = 0$، وحيث إن $t = 0$ لا تقع في الفترة $[1, 12]$، فإن للدالة ... عند $t = 8$؛ لذا نحسب قيم $h(t)$ عندما $t = 1, 8, 12$.

$$h(1) = -\frac{1}{3}(1)^3 + 4(1)^2 + \frac{11}{3} \approx 7.33$$

$$h(8) = -\frac{1}{3}(8)^3 + 4(8)^2 + \frac{11}{3} = 89$$ قيمة عظمى

$$h(12) = -\frac{1}{3}(12)^3 + 4(12)^2 + \frac{11}{3} \approx 3.67$$ قيمة صغرى

أي أن أقصى ارتفاع يبلغه إبراهيم هو 89 ft، وذلك بعد 8 s، في حين أن أدنى ارتفاع هو 3.67 ft تقريبًا بعد 12 s.

إرشادات للدراسة

دالة كثيرة الحدود

مجال تعريف دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية لذلك إذا كانت المشتقة دالة كثيرة حدود، فإن النقاط الحرجة توجد فقط عندما تكون المشتقة صفرًا.

ولذلك عند إيجاد القيم العظمى والصغرى لدالة كثيرة حدود $f(x)$ على فترة $[a, b]$، نجد قيم الدالة عند طرفي الفترة وعند أي قيمة لـ x تكون عندها $f'(x) = 0$.

تحقق من فهمك :

5) **رياضة القفز:** الدالة: $h(t) = 20t^2 - 160t + 330$ تمثّل ارتفاع سعد بالأقدام في أثناء مشاركته في قفزة البنجي (القفز من أماكن مرتفعة، بحيث تكون القدمان موثقتين بحبل مطاطيٍّ)، حيث t الزمن بالثواني في الفترة $[0, 6]$. أوجد أقصى وأدنى ارتفاع يبلغه سعد في هذه الفترة الزمنية.

....

....

....

....

....

....

....

....

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب

استعمل الاشتقاق لإيجاد النقاط الحرجة، ثم أوجد نقاط القيم العظمى والصغرى لكل دالة مما يأتي على الفترة المعطاة. (مثال 5)

15) $f(x) = 2x^2 + 8x, [-5, 0]$

....

....

....

....

....

....

....

....

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قاعدتا مشتقَّتي الضرب والقسمة: تعلَّمت في هذا الدرس أن مشتقة مجموع دالَّتين تساوي مجموع مشتقَّتي الدالَّتين، فهل تكون مشتقة ناتج ضرب دالتين مساويةً لناتج ضرب مشتقَّتي الدالتين؟ افترض أن: $f(x) = x, g(x) = 3x^3$.

مشتقة الضرب

$$\frac{d}{dx}[f(x) \cdot g(x)] = \frac{d}{dx}[x \cdot 3x^3] = \frac{d}{dx}(3x^4) = 12x^3$$

ضرب المشتقات

$$\frac{d}{dx}f(x) \cdot \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}(x) \cdot \frac{d}{dx}(3x^3) = 1 \cdot 9x^2 = 9x^2$$

يتضح من هذا المثال أن مشتقة ناتج ضرب دالَّتين لا تساوي بالضرورة ناتج ضرب مشتقَّتي الدالتين، ويمكننا استعمال القاعدة الآتية لإيجاد مشتقة ناتج ضرب دالَّتين.

مفهوم أساسي **قاعدة مشتقة الضرب**

إذا كانت مشتقة كلٍّ من الدالتين f وَ g موجودة عند x، فإن: $\frac{d}{dx}[f(x)\, g(x)] = f'(x)\, g(x) + f(x)\, g'(x)$.

مثال 6 قاعدة مشتقة الضرب

أوجد مشتقة كل دالةٍ مما يأتي:

a) $h(x) = (x^3 - 2x + 7)(3x^2 - 5)$

افترض أن: $f(x) = x^3 - 2x + 7,\ g(x) = 3x^2 - 5$، أي أن: $h(x) = f(x)g(x)$.

$f(x) = x^3 - 2x + 7$	من الفرض
$f'(x) = 3x^2 - 2$	قواعد مشتقات القوة، ومضاعفات القوى، والثابت، والمجموع والفرق
$g(x) = 3x^2 - 5$	من الفرض
$g'(x) = 6x$	قواعد مشتقات مضاعفات القوى، والثابت، والفرق

استعمل $f(x), f'(x), g(x), g'(x)$ لإيجاد مشتقة $h(x)$.

$h'(x) = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$	قاعدة مشتقة الضرب
$= (3x^2 - 2)(3x^2 - 5) + (x^3 - 2x + 7)(6x)$	عوّض
$= 9x^4 - 15x^2 - 6x^2 + 10 + 6x^4 - 12x^2 + 42x$	خاصية التوزيع
$= 15x^4 - 33x^2 + 42x + 10$	بسّط

إرشادات للدراسة

قاعدة مشتقة الضرب

يَنتج عن قاعدة مشتقة الضرب مقدار يمكن تبسيطه. ويمكنك أيضًا تركه على حاله من دون تبسيط، ما لم تكن في حاجة إلى تبسيطه.

$h(x) = (x^3 - 4x^2 + 48x - 64)(6x^2 - x - 2)$ (b

افترض أن: $g(x) = 6x^2 - x - 2$, $f(x) = x^3 - 4x^2 + 48x - 64$.

$f(x) = x^3 - 4x^2 + 48x - 64$ من الفرض

$f'(x) = 3x^2 - 8x + 48$ قواعد مشتقات القوة، ومضاعفات القوى، والثابت، والمجموع والفرق

$g(x) = 6x^2 - x - 2$ من الفرض

$g'(x) = 12x - 1$ قواعد مشتقات ومضاعفات القوى، والقوة، والثابت، والفرق

استعمل $f(x), f'(x), g(x), g'(x)$ لإيجاد مشتقة $h(x)$.

$h'(x) = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$ قاعدة مشتقة الضرب

$= (3x^2 - 8x + 48)(6x^2 - x - 2) + (x^3 - 4x^2 + 48x - 64)(12x - 1)$ عوّض

تحقق من فهمك :

أوجد مشتقة كل دالةٍ مما يأتي:

6A) $h(x) = (x^5 + 13x^2)(7x^3 - 5x^2 + 18)$

....

....

....

....

....

....

....

....

6B) $h(x) = (x^2 + x^3 + x)(8x^2 + 3)$

....

....

....

....

....

....

....

....

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب

أوجد مشتقة كل دالة مما يأتي:

22) $f(x) = (4x+3)(x^2+9)$

بطريقة التبرير نفسها في مشتقة الضرب، يمكنك ملاحظة أن مشتقة ناتج قسمة دالتين لا تساوي ناتج قسمة مشتقتَي الدالتين، ويمكن استعمال القاعدة الآتية لحساب مشتقة قسمة دالتين.

مفهوم أساسي **قاعدة مشتقة القسمة**

إذا كانت مشتقة كلٍّ من الدالتين f, g موجودة عند x ، وكان $g(x) \neq 0$ ، فإن:

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)\, g(x) - f(x)\, g'(x)}{[g(x)]^2}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 7 قاعدة مشتقة القسمة

أوجد مشتقة كل دالةٍ مما يأتي:

a) $h(x) = \dfrac{5x^2 - 3}{x^2 - 6}$

افترض أن: $f(x) = 5x^2 - 3, g(x) = x^2 - 6$ ؛ أي أن: $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

$f(x) = 5x^2 - 3$ من الفرض

$f'(x) = 10x$ قواعد مشتقات مضاعفات القوى ، والثابت، والفرق

$g(x) = x^2 - 6$ من الفرض

$g'(x) = 2x$ قواعد مشتقات القوة ، والثابت، والفرق

استعمل $f(x), f'(x), g(x), g'(x)$ لإيجاد مشتقة $h(x)$.

$h'(x) = \dfrac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}$ قاعدة مشتقة القسمة

$= \dfrac{10x(x^2 - 6) - (5x^2 - 3)(2x)}{(x^2 - 6)^2}$ عوِّض

$= \dfrac{10x^3 - 60x - 10x^3 + 6x}{(x^2 - 6)^2}$ خاصية التوزيع

$= \dfrac{-54x}{(x^2 - 6)^2}$ بسِّط

b) $h(x) = \dfrac{x^2 + 8}{x^3 - 2}$

افترض أن: $f(x) = x^2 + 8 , g(x) = x^3 - 2$.

$f(x) = x^2 + 8$ من الفرض

$f'(x) = 2x$ قواعد مشتقات القوة ، والثابت، والمجموع

$g(x) = x^3 - 2$ من الفرض

$g'(x) = 3x^2$ قواعد مشتقات القوة ، والثابت، والفرق

استعمل $f(x), f'(x), g(x), g'(x)$ لإيجاد مشتقة $h(x)$.

$h'(x) = \dfrac{f'(x)\,g(x) - f(x)\,g'(x)}{[g(x)]^2}$ قاعدة مشتقة القسمة

$= \dfrac{2x(x^3 - 2) - (x^2 + 8)3x^2}{(x^3 - 2)^2}$ عوِّض

$= \dfrac{-x^4 - 24x^2 - 4x}{(x^3 - 2)^2}$ فك الأقواس، ثم بسِّط

إرشادات للدراسة

قاعدة مشتقة القسمة

يُعدّ تبسيط ناتج مشتقة القسمة مهمًا في كثير من التمارين، إلا أنه ليس من الضروري فك أقواس المقام، ما لم ينتج عن ذلك تبسيط أكثر.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

@Hudali_math

تحقق من فهمك :

أوجد مشتقة كل دالةٍ مما يأتي:

(7A $j(x) = \dfrac{7x - 10}{12x + 5}$

....

....

....

....

....

....

....

....

(7B $k(x) = \dfrac{6x}{2x^2 + 4}$

....

....

....

....

....

....

....

....

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب

استعمل قاعدة مشتقة القسمة لإيجاد مشتقة كل دالةٍ ممّا يأتي:

(29 $f(m) = \dfrac{3 - 2m}{3 + 2m}$

....

....

....

....

....

....

....

....

الواجب المنزلي :