التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

اليوم الوطني
السعودي ٩٢

البرهان الجبري

بسمه math

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

فيما سبق

درست المسلمات الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات

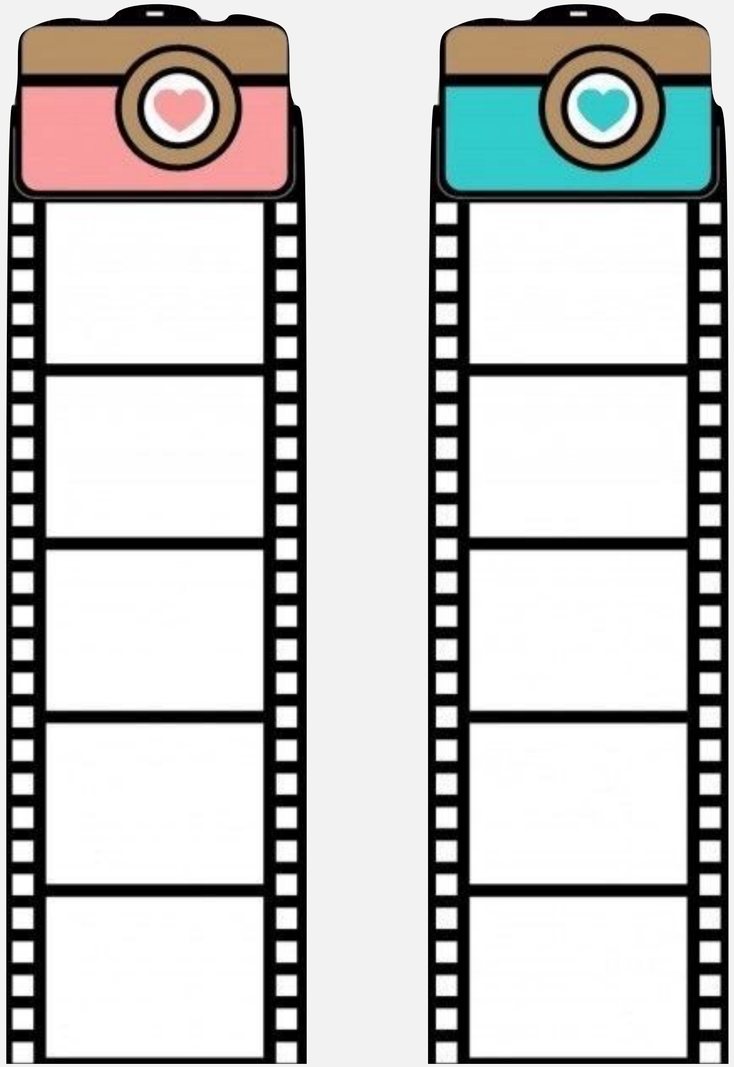
المفردات

البرهان الجبري
البرهان ذو عمودين

الآن

- أستعمل الجبر لكتابة برهان ذي عمودين
- استعمل خصائص المساواة لكتابة برهان هندسي

استراتيجية شريط الذكريات



بسمة math

البرهان الجبري

لماذا؟

تحتوي بعض السيارات على شاشة لعرض درجة الحرارة الخارجية بالمقياس الفهرنهايتي أو المقياس السيليزي.والمقياس الفهرنهايتي يحدد درجة تجمد الماء عند 32° ، ودرجة غليانه عند 212°، أما المقياس السيليزي فيحدد درجة تجمد الماء عند 0° ، وغليانه عند 100°.

يمكنك استعمال البرهان الجبري؛ لإثبات أنه إذا كانت العلاقة التي تربط هذين المقياسين معطاة بالصيغة $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ ، فإنها تعطى أيضًا بالصيغة $F = \frac{9}{5}C + 32$

البرهان الجبري: الجبر نظام مكوَّن من مجموعات من الأعداد، وعمليات عليها وخصائص تمكِّنك من إجراء هذه العمليات. والجدول الآتي يلخِّص عدة خصائص للأعداد الحقيقية التي ستستعملها في الجبر.

مفهوم أساسي — **خصائص الأعداد الحقيقية**

أضف إلى مطويتك

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c

خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$.
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$.
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن، $a = c$.
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإنه يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي على a
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$

البرهان الجبري هو برهان يتكون من سلسلة عبارات جبرية، وتبرر خصائص المساواة أعلاه كثيرًا من العبارات المُستعملة في البراهين الجبرية.

مثال ١/ تبرير كل خطوة عند حل المعادلة

A) اذكر الخاصية التي تبرر العبارة: إذا كان $x + 1 = 2$ ، فإن $x + 1 + (-3) = 2 + (-3)$

B) أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$، فإن $x = -18$. اكتب تبريرًا لكل خطوة.

$-5(x + 4) = 70$	المعادلة الأصلية، أو المعطيات
$-5 \cdot x + (-5) \cdot 4 = 70$	استعمل خاصية التوزيع
$-5x - 20 = 70$	بسّط
$-5x - 20 + 20 = 70 + 20$	استعمل خاصية الجمع للمساواة
$-5x = 90$	بسّط
$\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$	استعمل خاصية القسمة للمساواة
$x = -18$	بسّط

مقطع مرئي للفائدة

البرهان الجبري

تحقق من نفسك

اذكر الخاصية التي تبرر كلًّا من العبارتين الآتيتين:

1A) إذا كان $-1 = (-5) + 4$، فإن $x + 4 + (-5) = x - 1$

1B) إذا كانت $y = 5$ ، فإن $y = 5$

تأكد

3) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\frac{y+2}{3} = 3$

المطلوب: $y = 7$

البرهان:

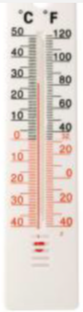
العبارات	المبررات
a) ؟	**a)** معطيات
b) $3\left(\frac{y+2}{3}\right) = 3(3)$	**b)** ؟
c) ؟	**c)** ؟
d) $y = 7$	**d)** خاصية الطرح للمساواة

يوضح المثال 1 برهان العبارة الشرطية "إذا كان $-5(x + 4) = 70$، فإن $x = -18$". لاحظ في هذا البرهان أن العمود الأيمن يحتوي على تفصيل الطريقة التي تقود إلى الحل خطوة بخطوة، أما العمود الأيسر فيحتوي على مبرر كل خطوة.

وتكتب براهين النظريات والتخمينات الهندسية عادةً على هذا النحو فيما يسمى **البرهان ذا العمودين** ، حيث العبارات مرتبة في عمود، والتبريرات في عمود موازٍ.

البرهان الجبري

مثال ٢ / من واقع الحياة



علوم: إذا كانت الصيغة التي تحول درجات الحرارة من فهرنهايتية إلى سيليزية هي $C = \frac{5}{9}(F - 32)$، فإن الصيغة التي تحول درجات الحرارة من سيليزية إلى فهرنهايتية هي $F = \frac{9}{5}C + 32$. اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة هذا التخمين.

اكتب المعطيات والمطلوب إثباته أولًا.

المعطيات: $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

المطلوب: $F = \frac{9}{5}C + 32$

البرهان:

العبارات	المبررات
1) $C = \frac{5}{9}(F - 32)$	1) معطيات
2) $\frac{9}{5}C = \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{9}(F - 32)$	2) خاصية الضرب للمساواة
3) $\frac{9}{5}C = F - 32$	3) بالتبسيط
4) $\frac{9}{5}C + 32 = F - 32 + 32$	4) خاصية الجمع للمساواة
5) $\frac{9}{5}C + 32 = F$	5) بالتبسيط
6) $F = \frac{9}{5}C + 32$	6) خاصية التماثل للمساواة

بسمه math

التاريخ : ./ /١٤٤٤ هجري

تحقق من نفسك

اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

2A) إذا كان $\frac{5x + 1}{2} - 8 = 0$، فإن $x = 3$.

البرهان الجبري

تأكد

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

4) إذا كان $-4(x-3)+5x=24$، فإن $x=12$.

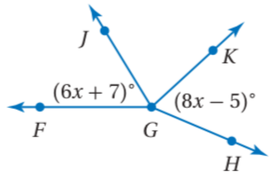
البرهان الهندسي: بما أن في الهندسة أيضًا متغيرات، وأعدادًا وعمليات، فإن معظم خصائص المساواة المُستعملة في الجبر صحيحة أيضًا في الهندسة. فأطوال القطع المستقيمة وقياس الزوايا هي أعداد حقيقية؛ لذا يمكن استعمال خصائص الجبر في إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة والزوايا.

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$، فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.
التعدي	إذا كانت $AB = CD$، و $CD = EF$، فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$، و $m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

يمكن استعمال هذه الخصائص لكتابة براهين هندسية .

مثال ٣ / كتابة البرهان الهندسي

اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أنه إذا كانت: $\angle FGJ \cong \angle JGK$, $\angle JGK \cong \angle KGH$، فإن $x = 6$.



المعطيات: $\angle FGJ \cong \angle JGK, \angle JGK \cong \angle KGH,$
$m\angle FGJ = (6x+7)^\circ, m\angle KGH = (8x-5)^\circ$

المطلوب: $x = 6$

البرهان:

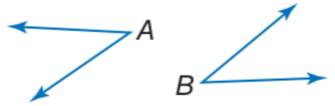
العبارات	المبررات
1) $\angle FGJ \cong \angle JGK;\ \angle JGK \cong \angle KGH$	**1)** معطيات
2) $m\angle FGJ = m\angle JGK;\ m\angle JGK = m\angle KGH$	**2)** تعريف تطابق الزوايا
3) $m\angle FGJ = m\angle KGH$	**3)** خاصية التعدي للمساواة
4) $6x + 7 = 8x - 5$	**4)** خاصية التعويض للمساواة
5) $6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$	**5)** خاصية الجمع للمساواة
6) $6x + 12 = 8x$	**6)** بالتبسيط
7) $6x + 12 - 6x = 8x - 6x$	**7)** خاصية الطرح للمساواة
8) $12 = 2x$	**8)** بالتبسيط
9) $\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$	**9)** خاصية القسمة للمساواة
10) $6 = x$	**10)** بالتبسيط
11) $x = 6$	**11)** خاصية التماثل للمساواة

البرهان الجبري

تحقق من نفسك

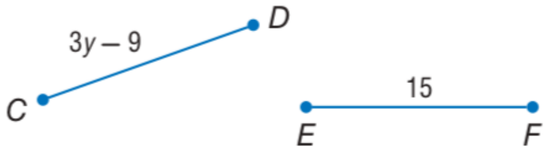
اكتب برهانًا ذا عمودين؛ لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

3A) إذا كان $\angle A \cong \angle B, m\angle A = 37°$،
فإن $m\angle B = 37°$.



تحقق من نفسك

3B) إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $y = 8$.

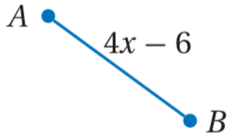


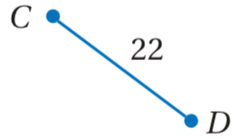
البرهان الجبري

تأكد

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

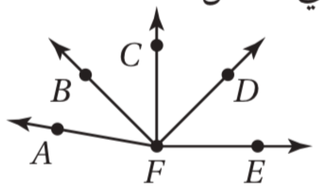
5) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $x = 7$.





تدريب تقويمي

33) في الشكل أدناه: $m\angle CFE = 90°$ و $\angle CFD \cong \angle AFB$.



أيٌّ مما يأتي ليس صحيحًا بالضرورة؟

A $m\angle BFD = m\angle BFD$ **C** $m\angle CFD = m\angle AFB$

B $\overleftrightarrow{FC}$ محور تناظر للشكل **D** $\angle CFE$ قائمة.

34) مراجعة: أي علاقة يمكن أن تُستعمل لإيجاد قيم $s(n)$ في الجدول التالي؟

n	-8	-4	-1	0	1
$s(n)$	1	2	2.75	3	3.25

A $s(n) = -n + 7$ **C** $s(n) = \frac{1}{2}n + 5$

B $s(n) = -2n + 3$ **D** $s(n) = \frac{1}{4}n + 3$

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

الواجب المنزلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استراتيجية التعلم باللعب

بسمة math

حسابات
مصممة العرض

حسابات
مجموعة رفعة الرياضيات