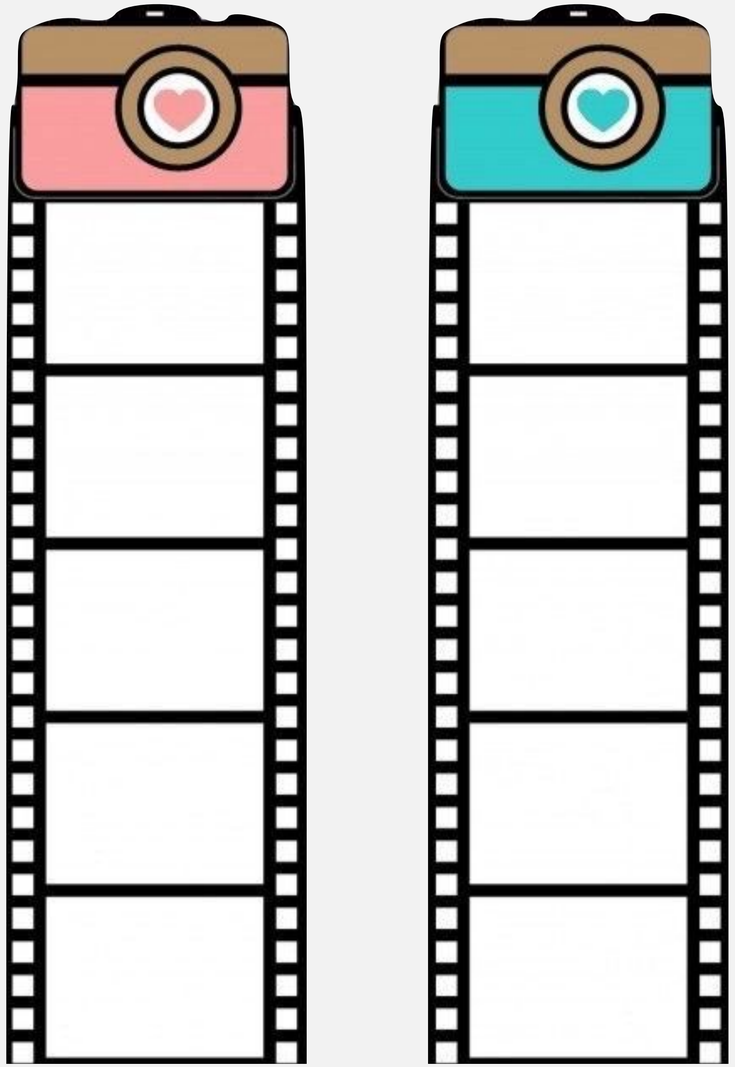
التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

الزوايا والمستقيمات المتوازية

بسمة math

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

استراتيجية شريط الذكريات



فيما سبق

درست تسمية أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين وقاطع لهما

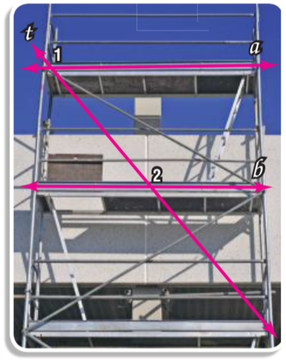
المفردات

الآن

- أستعمل نظريات المستقيمين المتوازيين لتحديد العلاقات بين أزواج محددة من الزوايا
- أستعمل الجبر لأجد قياسات الزوايا

بسمة math

الزوايا و المستقيمات المتوازيه



لماذا؟

تستعمل طريقة السقالات كثيرًا في أعمال البناء، وتتكون من أذرع معدنية موصولة بطريقة هندسية توفر مساحات عمل أفقية عند ارتفاعات مختلفة وبطريقة آمنة. فالقاطع t المبين في الصورة يوفر دعامة لمساحتَي العمل المتوازيتين.

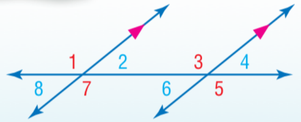
المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا : في الصورة أعلاه: المستقيم t قاطع للمستقيمين a, b ؛ إذن $\angle 1$ و $\angle 2$ متناظرتان.
وبما أن a, b متوازيان؛ لذا فإن هناك علاقة خاصة بين $\angle 1$ و $\angle 2$.

مسلمة 2.1

مسلَمة الزاويتين المتناظرتين

أضف إلى مطويتك

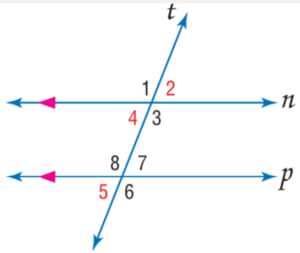
إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.



أمثلة : $\angle 8 \cong \angle 6, \angle 7 \cong \angle 5, \angle 2 \cong \angle 4, \angle 1 \cong \angle 3$

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

مثال ١/ استعمال مسلمة الزاويتين المتناظرتين



في الشكل المجاور: $m\angle 5 = 72^\circ$. أوجد قياس كلٍّ من الزاويتين الآتيتين، واذكر المسلّمات أو النظريات التي استعملتها.

a) $\angle 4$

$\angle 4 \cong \angle 5$	مسلَمة الزاويتين المتناظرتين
$m\angle 4 = m\angle 5$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 4 = 72^\circ$	بالتعويض

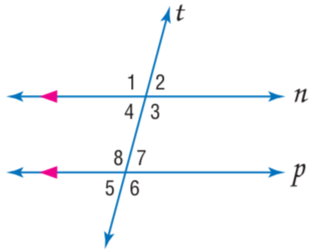
b) $\angle 2$

$\angle 2 \cong \angle 4$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$\angle 4 \cong \angle 5$	مسلَمة الزاويتين المتناظرتين
$\angle 2 \cong \angle 5$	خاصية التعدي للتطابق
$m\angle 2 = m\angle 5$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 2 = 72^\circ$	بالتعويض

تحقق من فهمك

في الشكل المجاور: $m\angle 8 = 105^\circ$. أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.

A1) $\angle 1$



التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

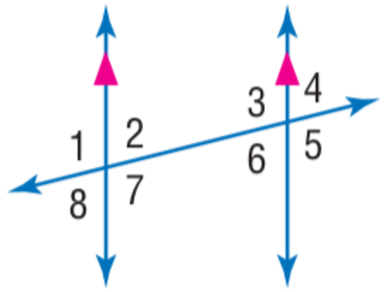
الزوايا و المستقيمات المتوازيه

تأكد

في الشكل المجاور: $m\angle 1 = 94^\circ$. أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:

1) $\angle 3$

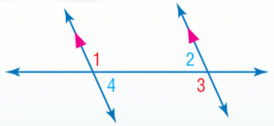
3) $\angle 4$



نظريات

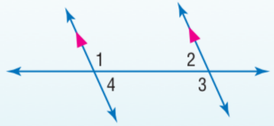
أضف إلى مطويتك

المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا



2.1 نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين داخليًا متطابقتان.

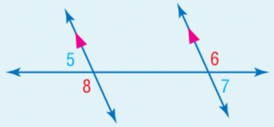
أمثلة: $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$



2.2 نظرية الزاويتين المتحالفتين: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.

أمثلة: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.



2.3 نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين خارجيًا متطابقتان.

أمثلة: $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$

برهان

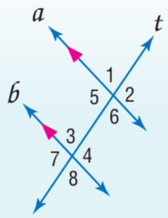
نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا

المعطيات: $a \parallel b$

t قاطع للمستقيمين b ، a.

المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 3$ ، $\angle 5 \cong \angle 4$

برهان حر:



لدينا من المعطيات $a \parallel b$ ، والمستقيم t قاطع لهما. ومن مسلّمة الزاويتين المتناظرتين $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 8 \cong \angle 6$. وكذلك $\angle 2 \cong \angle 5$ و $\angle 3 \cong \angle 8$ ؛ لأن الزاويتين المتقابلتين بالرأس متطابقتان؛ لذا فإن $\angle 5 \cong \angle 4$ و $\angle 3 \cong \angle 6$ بحسب خاصية التعدي للتطابق.

بسمه math

الزوايا و المستقيمات المتوازيه

مثال ؟ / من واقع الحياة

تخطيط المدن : شارع A وشارع B متوازيان ويقطعهما شارع C.

فإذا كان $m\angle 1 = 118^\circ$، فأوجد $m\angle 2$، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.

$\angle 2 \cong \angle 1$	نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا
$m\angle 2 = m\angle 1$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 2 = 118^\circ$	بالتعويض

الربط مع الحياة

عند تخطيط الأحياء الجديدة في بعض المدن، يُشترط ألا يقل قياس زوايا تقاطعات شوارعها عن 60°.

مقطع مرئي للفائدة

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

تحقق من فهمك

تخطيط المدن : استعمل الشكل أعلاه للإجابة عن السؤالين الآتيين، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها :

2A) إذا كان $m\angle 1 = 100^\circ$، فأوجد $m\angle 4$.

2B) إذا كان $m\angle 3 = 70^\circ$، فأوجد $m\angle 4$.

بسمه math

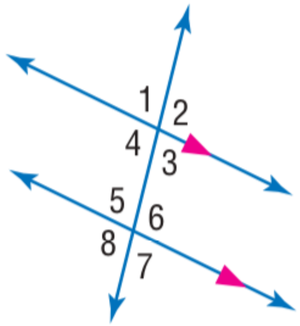
الزوايا و المستقيمات المتوازيه

تأكد

في الشكل المجاور: $m\angle 4 = 101^\circ$. أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:

4) $\angle 6$

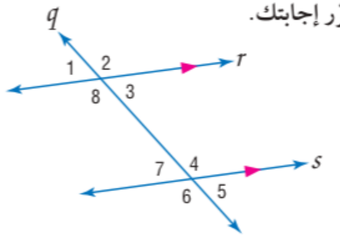
5) $\angle 7$



التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

مثال ٣ / ايجاد قيم المتغير

جبر: استعمل الشكل المجاور لإيجاد المتغير في كلٍّ مما يأتي. برّر إجابتك.



a) إذا كان $m\angle 1 = 85^\circ$, $m\angle 4 = (2x - 17)^\circ$، فأوجد قيمة x.

$\angle 3 \cong \angle 1$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle 3 = m\angle 1$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 3 = 85^\circ$	عوّض

بما أن المستقيمين r, s متوازيان، فإن الزاويتين $\angle 3$, $\angle 4$ متكاملتان بحسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$m\angle 3 + m\angle 4 = 180$	تعريف الزاويتين المتكاملتين
$85 + 2x - 17 = 180$	عوّض
$2x + 68 = 180$	بسّط
$2x = 112$	اطرح 68 من كلا الطرفين
$x = 56$	اقسم كلا الطرفين على 2

b) إذا كان $m\angle 7 = (7y + 6)^\circ$, $m\angle 3 = (4y + 30)^\circ$، فأوجد قيمة y .

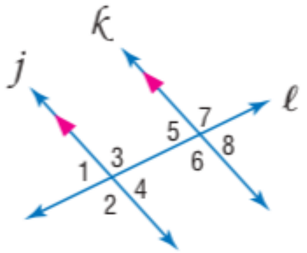
$\angle 3 \cong \angle 7$	نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا
$m\angle 3 = m\angle 7$	تعريف تطابق الزوايا
$4y + 30 = 7y + 6$	عوّض
$30 = 3y + 6$	اطرح $4y$ من كلا الطرفين
$24 = 3y$	اطرح 6 من كلا الطرفين
$8 = y$	اقسم كلا الطرفين على 3

الزوايا و المستقيمات المتوازيه

تحقق من فهمك

3A) إذا كان $m\angle 7 = (5x - 13)^\circ$, $m\angle 2 = (4x + 7)^\circ$، فأوجد قيمة x.

3B) إذا كان $m\angle 3 = (3y - 2)^\circ$, $m\angle 5 = 68^\circ$، فأوجد قيمة y.

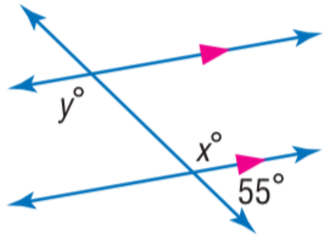


التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

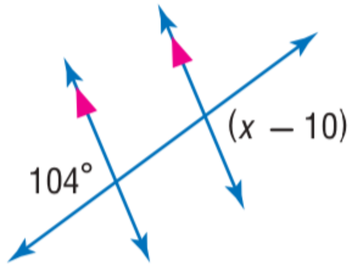
تأكد

أوجد قيمة كل متغير في الأشكال الآتية. برّر إجابتك:

8)



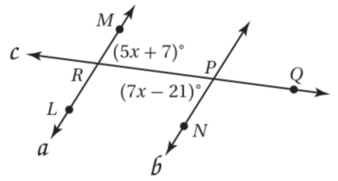
9)



الزوايا و المستقيمات المتوازيه

مثال ٤ / من الاختبار المعياري

مسألة مفتوحة: إذا كان $a \parallel b$ فأوجد $m\angle MRQ$. وبيّن خطوات الحل.



اقرأ سؤال الاختبار

تعلم من الشكل أن $m\angle RPN = (7x-21)^\circ$, $m\angle MRQ = (5x+7)^\circ$، والمطلوب أن تجد $m\angle MRQ$.

حُلَّ سؤال الاختبار

$\angle MRQ$, $\angle RPN$ متبادلتان داخليًا. وبما أن المستقيمين a ، b متوازيان، إذن يجب أن تكون الزاويتان المتبادلتان داخليًا متطابقتين؛ لذا $\angle MRQ \cong \angle RPN$. وبحسب تعريف التطابق يكون $m\angle MRQ = m\angle RPN$. عوِّض بقياسات الزوايا المُعطاة في هذه المعادلة وحلها لإيجاد قيمة x.

$m\angle MRQ = m\angle RPN$	زاويتان متبادلتان داخليًا
$5x + 7 = 7x - 21$	عوّض
$7 = 2x - 21$	اطرح $5x$ من كلا الطرفين
$28 = 2x$	اجمع 21 إلى كلا الطرفين
$14 = x$	اقسم كلا الطرفين على 2

الآن، استعمل قيمة x لإيجاد $m\angle MRQ$.

$m\angle MRQ = (5x + 7)^\circ$	عوّض
$= (5(14) + 7)^\circ$	$x = 14$
$= 77^\circ$	بسّط

تحقق: تحقق من إجابتك باستعمال قيمة x لتجد $m\angle RPN$.

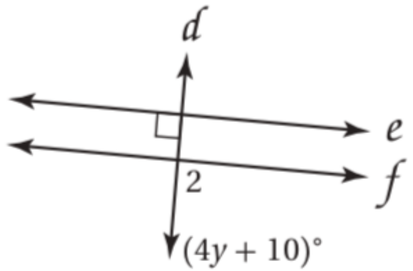
$$m\angle RPN = (7x - 21)^\circ$$
$$= (7(14) - 21)^\circ$$
$$= 77^\circ \quad ✓$$

بما أن $a \parallel b$ فإن $m\angle MRQ = m\angle RPN$، فإن $\angle MRQ \cong \angle RPN$ ، و $a \parallel b$. ✓

التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

تحقق من فهمك

4) إذا كان $e \parallel f$ ، فأوجد قيمة y مبينًا خطوات الحل.

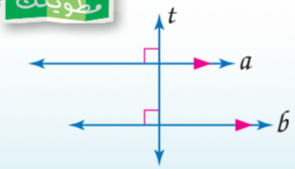


نظرية 2.4 نظرية القاطع العمودي

إذا كان مستقيم عموديًا على أحد مستقيمين متوازيين في مستوى ، فإنه يكون عموديًا على المستقيم الآخر.

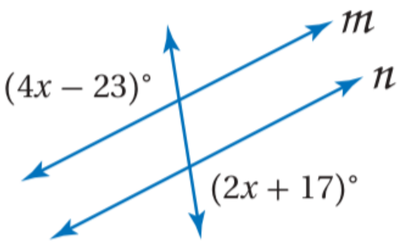
مثال: إذا كان $a \parallel b$ ، و $t \perp a$ ، فإن $t \perp b$.

أضف إلى مطويتك



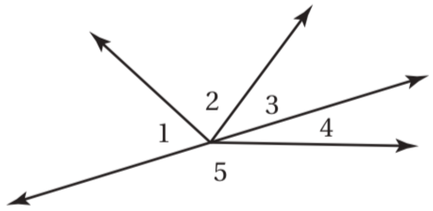
تأكد

11) **إجابة قصيرة:** إذا كان $n \parallel m$، فأوجد قيمة x .
بيِّن خطوات حلك.



تدريب تقويمي

43) افترض أن $\angle 4, \angle 5$ متجاورتان على مستقيم، إذا كان
$m\angle 1 = (2x)°, m\angle 2 = (3x - 20)°, m\angle 3 = (x - 4)°$،
فما قيمة $m\angle 3$؟



A $26°$
B $28°$
C $30°$
D $32°$

التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

الواجب المنزلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استراتيجية التعلم باللعب

بسمة math

حسابات
مصممة العرض

حسابات
مجموعة رفعة الرياضيات