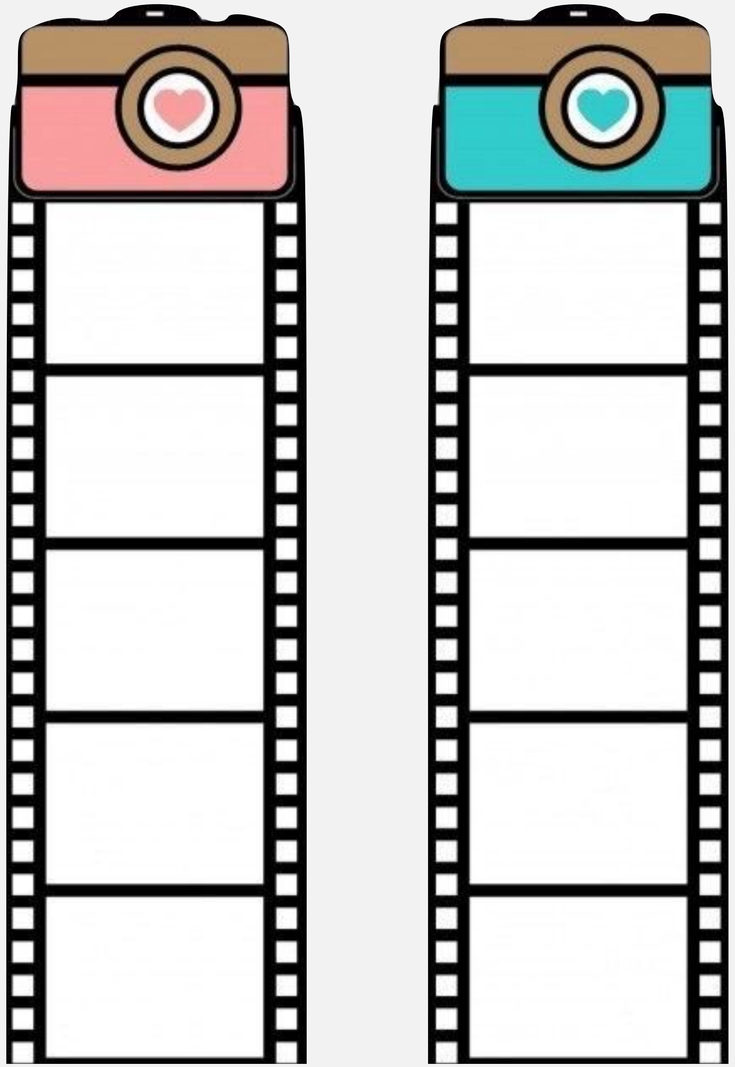
التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

اثبات توازي مستقيمين

بسمه math

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

استراتيجية شريط الذكريات



فيما سبق

درست استعمال خصائص المستقيمات المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة

الآن

- أميز المستقيمات المتوازية بناء على علاقات بين أزواج من الزوايا الناتجة عن مستقيم قاطع
- ابرهن توازي مستقيمين باستعمال العلاقات بين أزواج الزوايا

المفردات

اثبات توازي مستقيمين

لماذا؟

عندما تنظر إلى سكة القطار، تجد أن البعد بين خطَّيها ثابت دائمًا حتى عند المنحنيات والمنعطفات. فقد صُممت السكك بدقة، بحيث يكون خطَّاها متوازيين عند جميع النقاط ليسير عليها القطار بأمان.

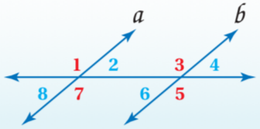
تحديد المستقيمين المتوازيين: خطَّا سكة القطار متوازيان، وكذلك جميع الخطوط العرضية في السكة متوازية أيضًا، والزوايا المتكوّنة بين خطَّي السكة والخطوط العرضية للسكة المتوازيةِ متناظرة. درست سابقًا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما يكون المستقيمان متوازيين. وعكس هذه العلاقة صحيح أيضًا.

مسلمة 2.2

أضف إلى مطويتك

عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.



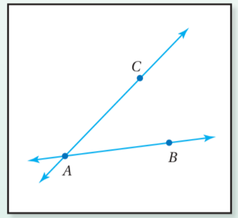
أمثلة: إذا كانت: $\angle 8 \cong \angle 6$ أو $\angle 7 \cong \angle 5$ أو $\angle 4 \cong \angle 2$ أو $\angle 3 \cong \angle 1$، فإن $a \parallel b$.

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

إنشاءات هندسية

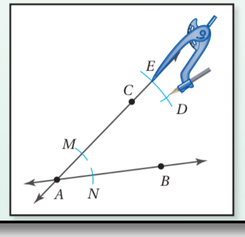
رسم مستقيم موازٍ لمستقيم معلوم ويمر بنقطة لا تقع عليه

الخطوة 1: استعمل مسطرة لرسم $\overleftrightarrow{AB}$، وعيّن نقطة C لا تقع على $\overleftrightarrow{AB}$، وارسم $\overleftrightarrow{CA}$.

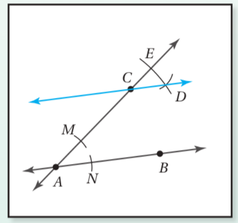


الخطوة 2: استعمل فرجارًا لنقل $\angle CAB$، بحيث تكون النقطة C رأس الزاوية الجديدة، وذلك من خلال الخطوات الآتية:

- ضع رأس الفرجار عند النقطة A، وارسم قوسين يقطعان $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AB}$ في النقطتين M, N.
- بفتحة الفرجار نفسها، ارسم قوسًا مركزه C يقطع $\overleftrightarrow{AC}$ في النقطة E
- ارجع للنقطة M وافتح الفرجار بنفس طول $\overline{MN}$.
- بفتحة الفرجار نفسها، ارسم قوسًا مركزه E، ويقطع القوس السابق في D كما في الشكل.



الخطوة 3: ارسم $\overleftrightarrow{CD}$.
بما أن $\angle ECD \cong \angle CAB$ من الإنشاء، وهما متناظرتان فإن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.

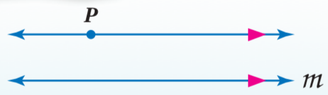


مسلّمة 2.3

أضف إلى مطويتك

مسلّمة التوازي

إذا عُلِمَ مستقيم ونقطة لا تقع عليه، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعلوم.

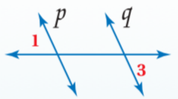


اثبات توازي مستقيمين

نظريات

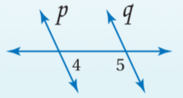
أضف إلى مطويتك

2.5 **عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجيًا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.



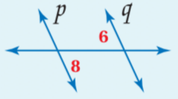
إذا كانت $\angle 3 \cong \angle 1$، فإن $p \parallel q$

2.6 **عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان، فإن المستقيمين متوازيان.



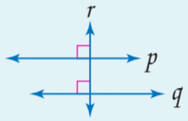
إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، فإن $p \parallel q$

2.7 **عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخليًا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.



إذا كانت $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $p \parallel q$

2.8 **عكس نظرية القاطع العمودي:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، وكان عموديًا على كل منهما، فإن المستقيمين متوازيان.

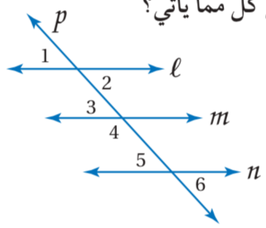


إذا كان $r \perp p$ و $r \perp q$، فإن $p \parallel q$

مقطع مرئي للفائدة

مثال ١/ تعيين المستقيمات المتوازية

هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي؟ وإذا كان أيٌّ منها متوازيًا ، فاذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1, \angle 6$ متبادلتان خارجيًا بالنسبة للمستقيمين ℓ, n .

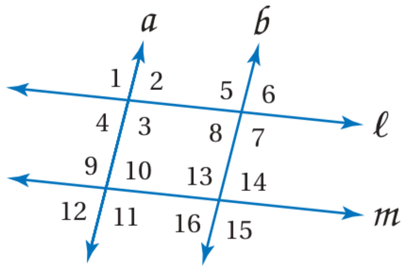
وبما أن $\angle 1 \cong \angle 6$، فإن $\ell \parallel n$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا.

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ ، $\angle 3$ متبادلتان داخليًا بالنسبة للمستقيمين ℓ, m.

وبما أن $\angle 2 \cong \angle 3$، فإن $\ell \parallel m$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا.

تحقق من فهمك



1A $\angle 2 \cong \angle 8$

1B $\angle 3 \cong \angle 11$

1C $\angle 12 \cong \angle 14$

1D $\angle 1 \cong \angle 15$

1E $m\angle 8 + m\angle 13 = 180^\circ$

اثبات توازي مستقيمين

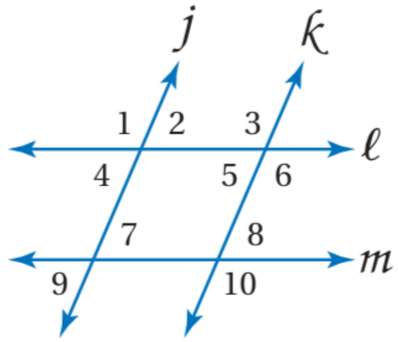
تأكد

هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا ، فاذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.

3) $\angle 3 \cong \angle 10$

4) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180^\circ$

2) $\angle 2 \cong \angle 5$



التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

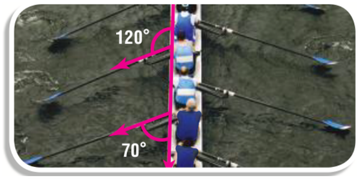
مثال ٢/ من واقع الحياة

سلالم: كل درجة من درجات السلّم في الشكل المجاور عموديّة على دعامتيه الرئيستين، وهل يمكن إثبات أن الدعامتين الرئيستين متوازيتان، وأن جميع الدرجات متوازية؟ وضح ذلك إن كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.

بما أن الدعامتين الرئيستين عموديتان على كل درجة فهما متوازيتان بحسب عكس نظرية القاطع العمودي. وبما أن أي درجتين في السلم عموديتان على أيٍّ من الدعامتين الرئيستين فهما متوازيتان أيضًا.

تحقق من فهمك

2) تجديف: حتى يتحرك قارب التجديف في مسار مستقيم، يجب أن تكون مجاديف كل جانب متوازية. هل يمكن أن تبرهن أن مجاديف الجانب الأيسر في الصورة المجاورة متوازية؟ وضح ذلك إن كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.

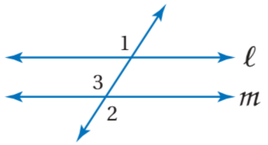


بسمه math

اثبات توازي مستقيمين

تأكد

5) برهان: أكمل برهان النظرية 2.5 .



المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\ell \parallel m$

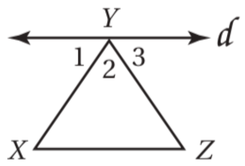
البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\angle 1 \cong \angle 2$	a) مُعطى
b) $\angle 2 \cong \angle 3$	b) ؟
c) $\angle 1 \cong \angle 3$	c) خاصية التعدي للتطابق
d) $\ell \parallel m$	d) ؟

التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

مثال تقويمي

29) أي الحقائق الآتية كافية لإثبات أن المستقيم d يوازي $\overline{XZ}$ ؟



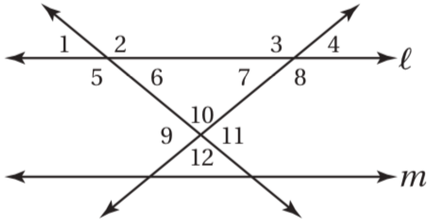
A $\angle 1 \cong \angle 3$

B $\angle 3 \cong \angle Z$

C $\angle 1 \cong \angle Z$

D $\angle 2 \cong \angle X$

30) استعمل الشكل المجاور لتحديد أن صحة أيٍّ مما يأتي ليست مؤكدةً:



A $\angle 4 \cong \angle 7$

B $\angle 4$ و $\angle 8$ متكاملتان

C $\ell \parallel m$

D $\angle 5$ و $\angle 6$ متكاملتان

التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

الواجب المنزلي

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استراتيجية التعلم باللعب

بسمة math

حسابات
مصممة العرض

حسابات
مجموعة رفعة الرياضيات