التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

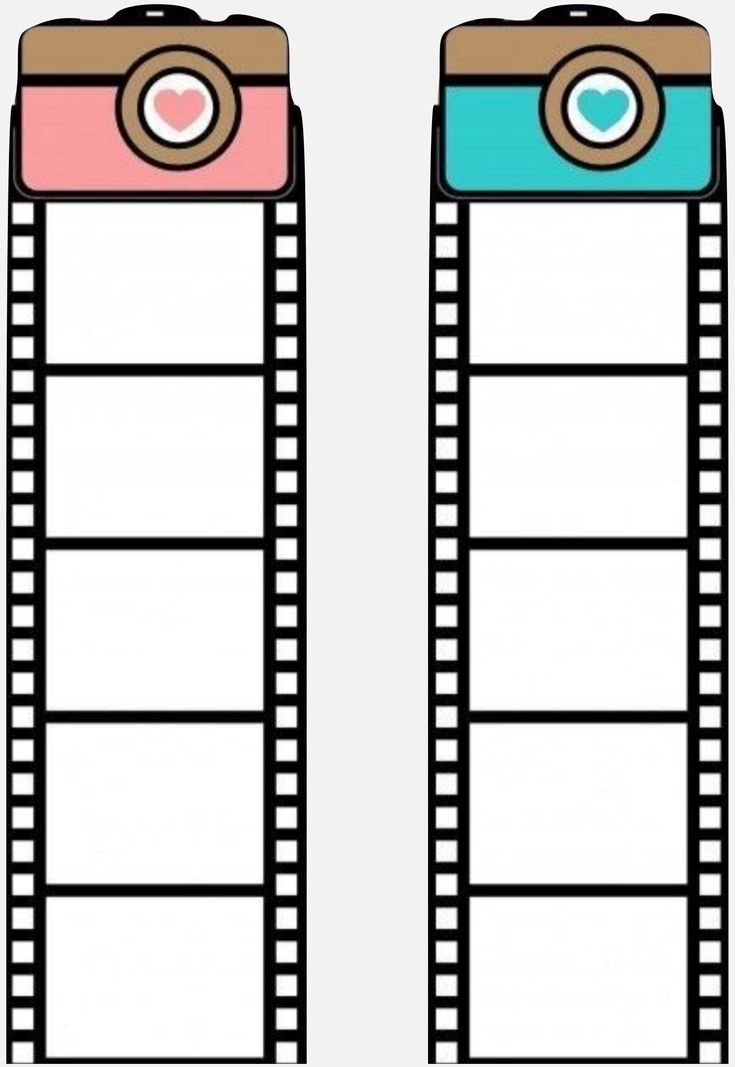
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

ميل المستقيم

بسمة math

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

استراتيجية شريط الذكريات



فيما سبق

درست برهنة توازي مستقيمين باستعمال علاقات الزوايا

المفردات

الميل
معدل التغير

الآن

- أجد ميل المستقيم
- استعمل الميل لتحديد المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

بسمة math

ميل المستقيم

لماذا؟

تستعمل لوحات مرورية لتنبه السائقين إلى حالة الطريق. فاللوحة المجاورة تشير إلى انحدار الطريق بنسبة 6% ، وهذا يعني أن الطريق ترتفع أو تهبط بمقدار 6 m رأسيًا لكل 100 m أفقيًا.

ميل المستقيم: درست سابقًا حساب ميل المستقيم في المستوى الإحداثي باستعمال أي نقطتين عليه، وعرفت أنه نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

يمكنك استعمال إحداثيات النقاط على المستقيم لتشتق صيغة للميل.

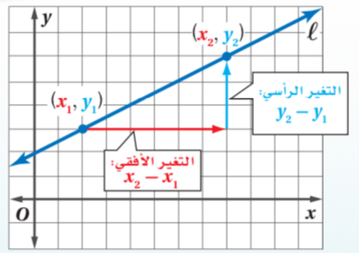
مفهوم أساسي — **ميل المستقيم**

أضف إلى مطويتك

في المستوى الإحداثي ، ميل المستقيم هو نسبة التغير في الإحداثي y إلى التغير في الإحداثي x بين أي نقطتين عليه.

ويعطى الميل m لمستقيم يحوي نقطتين إحداثياهما (x_1, y_1) و (x_2, y_2) بالصيغة:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ ، حيث $x_1 \neq x_2$.



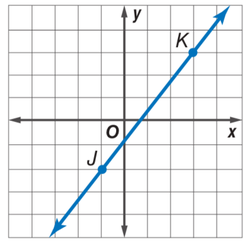
$$m = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

مثال ١/ ايجاد ميل المستقيم

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

(a)



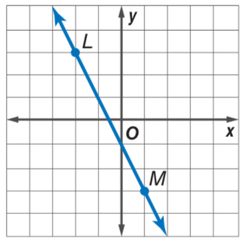
عوِّض عن (x_1, y_1) بـ $(-1, -2)$، وعن (x_2, y_2) بـ $(3, 3)$.

صيغة الميل: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

عوّض: $= \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)}$

بسّط: $= \frac{5}{4}$

(b)



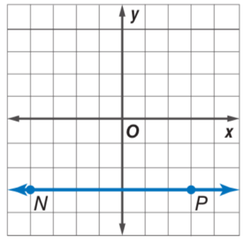
$(x_1, y_1) = (-2, 3), (x_2, y_2) = (1, -3)$

صيغة الميل: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

عوّض: $= \frac{-3 - 3}{1 - (-2)}$

بسّط: $= -2$

(c)



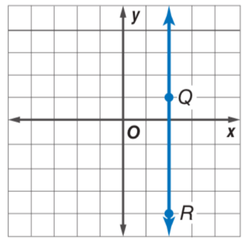
$(x_1, y_1) = (-4, -3), (x_2, y_2) = (3, -3)$

صيغة الميل: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

عوّض: $= \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)}$

بسّط: $= \frac{0}{7} = 0$

(d)



$(x_1, y_1) = (2, 1), (x_2, y_2) = (2, -4)$

صيغة الميل: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

عوّض: $= \frac{-4 - 1}{2 - 2}$

بسّط: $= \frac{-5}{0}$

ميل هذا المستقيم **غير معرّف**.

ميل المستقيم

تحقق من فهمك

1A) المستقيم الذي يحتوي على $(-3, -5), (6, -2)$.

1B) المستقيم الذي يحتوي على $(-6, -2), (8, -3)$.

1C) المستقيم الذي يحتوي على $(4, -3), (4, 2)$.

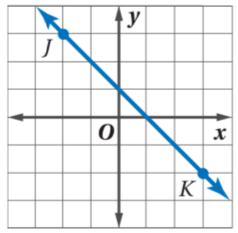
1D) المستقيم الذي يحتوي على $(4, 3), (-3, 3)$.

التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

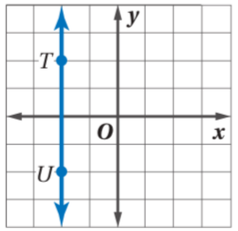
تأكد

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

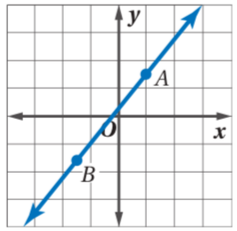
1)



2)



3)



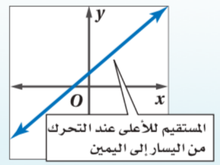
ميل المستقيم

ملخص المفهوم

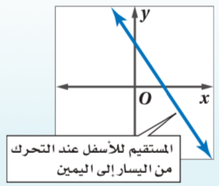
أضف إلى مطويتك

حالات الميل

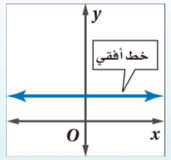
الميل موجب



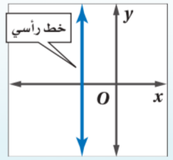
الميل سالب



الميل يساوي صفرًا



الميل غير معرّف

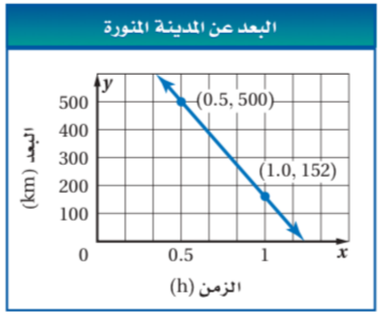


مثال ؟/ من واقع الحياة

طائرات: تحلِّق طائرة في مسارٍ جويٍّ مستقيم يمر بمدينة الرياض ثم بالمدينة المنورة. إذا كانت الطائرة على بُعد **500 km** من المدينة المنورة بعد **0.5 h** من مرورها فوق الرياض، ثم أصبحت على بُعد **152 km** من المدينة المنورة بعد نصف ساعة أخرى. كم كان بُعدها عن المدينة المنورة بعد **0.75 h** من مرورها فوق الرياض إذا كانت سرعتها ثابتةً.

افهم: استعمل البيانات المعطاة لترسم المستقيم الذي يمثل البعد y بالكيلومترات كدالة في الزمن x بالساعات.

عيِّن النقطتين $(1, 152)$, $(0.5, 500)$ في المستوى الإحداثي، ثم ارسم مستقيمًا يمر بهما.



المطلوب هو إيجاد البعد عن المدينة المنورة بعد 0.75 h

خطط: أوجد ميل المستقيم في الشكل المجاور، واستعمله معدّل تغيّر المسافة بالكيلومتر بالنسبة للزمن بالساعة لإيجاد بُعد الطائرة عن المدينة المنورة بعد 0.75 h

بسمه math

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

مثال ؟/ من واقع الحياة

حل: استعمل صيغة الميل لإيجاد ميل المستقيم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(152 - 500)\text{ km}}{(1.0 - 0.5)\text{ h}} = \frac{-348\text{ km}}{0.5\text{ h}} = \frac{-696\text{ km}}{1\text{ h}}$$

تحلِّق الطائرة بسرعة 696 km/h

والإشارة السالبة تشير إلى تناقص المسافة مع مرور الزمن.

استعمل ميل المستقيم وإحدى النقطتين عليه؛ لتجد البعد y عندما يكون الزمن $x = 0.75$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	صيغة الميل
$-696 = \frac{y_2 - 500}{0.75 - 0.5}$	$m = -696, x_1 = 0.5, y_1 = 500, x_2 = 0.75$
$-696 = \frac{y_2 - 500}{0.25}$	بسّط
$-174 = y_2 - 500$	اضرب كلا الطرفين في 0.25
$326 = y_2$	اجمع 500 إلى كل طرف

إذن كان بعد الطائرة عن المدينة المنورة بعد 0.75 h يساوي 326 km

تحقق يمكننا من الشكل تقدير البعد عن المدينة المنورة بعد 0.75 h بأكثر من 300 km قليلًا. وبما أن 326 قريبة من هذا التقدير فإن الإجابة معقولة. ✓

مقطع مرئي للفائدة

ميل المستقيم

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة: يمكنك استعمال ميلَي مستقيمين لتحدد ما إذا كانا متوازيين أو متعامدين. فالمستقيمات التي لها الميل نفسه تكون متوازية.

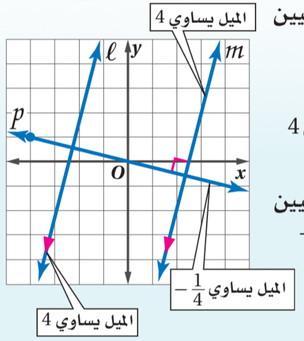
مسلمات

أضف إلى مطويتك

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

2.4 **ميلا المستقيمين المتوازيين:** يكون للمستقيمين غير الرأسيين الميل نفسه إذا وفقط إذا كانا متوازيين. وجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

مثال: المستقيمان المتوازيان ℓ, m لهما الميل نفسه ويساوي 4



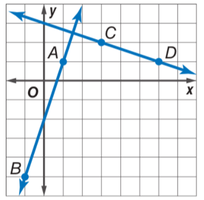
2.5 **ميلا المستقيمين المتعامدين:** يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا وفقط إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -1 والمستقيمات الأفقية والرأسية متعامدة.

مثال: المستقيم m عمودي على المستقيم p، أو $m \perp p$

ناتج ضرب الميلين هو $4 \cdot -\frac{1}{4} = -1$

مثال ٣/ تحديد علاقات المستقيمات

حدّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك إذا كانت $A(1, 1), B(-1, -5), C(3, 2), D(6, 1)$، ومثّل كل مستقيم بيانيًّا لتتحقق من إجابتك.



الخطوة 1: أوجد ميل كل مستقيم.

ميل $\overleftrightarrow{AB}$: $\frac{-5-1}{-1-1} = \frac{-6}{-2} = 3$

ميل $\overleftrightarrow{CD}$: $\frac{1-2}{6-3} = -\frac{1}{3}$

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

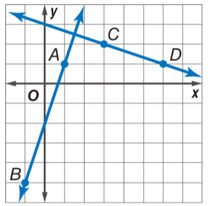
مثال ٣/ تحديد علاقات المستقيمات

الخطوة 2: حدّد العلاقة إن وجدت بين المستقيمين.

بما أن ميلَي المستقيمين غير متساويين فهما غير متوازيين. ولتحدد ما إذا كانا متعامدين أم لا، أوجد ناتج ضرب ميليهما.

ناتج ضرب ميلَي $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ $3\left(-\frac{1}{3}\right) = -1$

بما أن حاصل ضرب ميلَي $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ يساوي -1 إذن هما متعامدان



تحقق: من تمثيل المستقيمين بيانيًّا يبدو أنهما يشكّلان زاوية قائمة عند نقطة تقاطعهما. ✓

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كلٍّ مما يأتي، ومثّل كل مستقيم بيانيًّا لتتحقق من إجابتك.

3A $A(14, 13), B(-11, 0), C(-3, 7), D(-4, -5)$

التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

ميل المستقيم

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كلٍّ مما يأتي، ومثِّل كل مستقيم بيانيًّا لتتحقق من إجابتك.

3B $A(3, 6), B(-9, 2), C(5, 4), D(2, 3)$

تأكد

حدّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{WX}$, $\overleftrightarrow{YZ}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كلٍّ مما يأتي، ومثّل كل مستقيم بيانيًّا لتتحقق من إجابتك.

5 $W(2, 4), X(4, 5), Y(4, 1), Z(8, -7)$

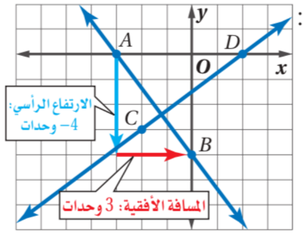
7 $W(-7, 6), X(-6, 9), Y(6, 3), Z(3, -6)$

بسمه math

ميل المستقيم

مثال ٤/ استعمال الميل لتمثيل المستقيم بيانيا

مثل بيانيًّا المستقيم الذي يمر بالنقطة $A(-3, 0)$ ويعامد $\overleftrightarrow{CD}$ ، حيث $C(-2, -3), D(2, 0)$.



لإيجاد ميل $\overleftrightarrow{CD}$ عوّض عن (x_1, y_1) بـ $(-3, -2)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(2, 0)$:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-3)}{2 - (-2)} = \frac{3}{4}$$

إذن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{CD}$ والمار بالنقطة A يساوي $-\frac{4}{3}$ ، لأن $\frac{3}{4}\left(-\frac{4}{3}\right) = -1$.

لتمثيل المستقيم بيانيًّا، ابدأ من النقطة A، وتحرك 4 وحدات إلى أسفل، ثم 3 وحدات نحو اليمين، وسمِّ النقطة B ، ثم ارسم $\overleftrightarrow{AB}$.

تحقق من فهمك

4) مثّل بيانيًّا المستقيم الذي يمر بالنقطة $P(0, 1)$ ويعامد $\overleftrightarrow{QR}$ ، حيث $Q(-6, -2), R(0, -6)$.

التاريخ : /. /١٤٤٤ هجري

تدرب

أوجد قيمة x أو y اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي، ثم مثِّل المستقيم بيانيًّا:

36) مستقيم يمر بالنقطتين $(x, -6), (4, -1)$ ، وميله يساوي $-\frac{5}{2}$

بسمه math

تدريب على اختبار

40 **اكتشف الخطأ:** حسب كلٌّ من خالد وطارق ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $Q(3, 5), R(-2, 2)$ هل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ وضّح تبريرك.

خالد

$$m = \frac{5-2}{-2-3} = -\frac{3}{5}$$

طارق

$$m = \frac{5-2}{3-(-2)} = \frac{3}{5}$$

44 أي المعادلات الآتية تمثل مستقيمًا يعامد المستقيم الذي معادلته $y = \frac{3}{4}x + 8$؟

A $y = -\frac{4}{3}x - 6$

B $y = \frac{4}{3}x + 5$

C $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

D $y = -\frac{3}{4}x - 5$

تدريب على اختبار

45 أي القيم الآتية تمثل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4), (0, -2)$؟

A $-\frac{1}{3}$

B -3

C $\frac{1}{3}$

D 3

التاريخ : /. /١٤٤٤/ هجري

الواجب المنزلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استراتيجية التعلم باللعب

بسمة math

حسابات
مصممة العرض

حسابات
مجموعة رفعة الرياضيات