مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

فيما سبق:

درستُ كتابة معادلات القطوع المخروطية على الصورة القياسية.

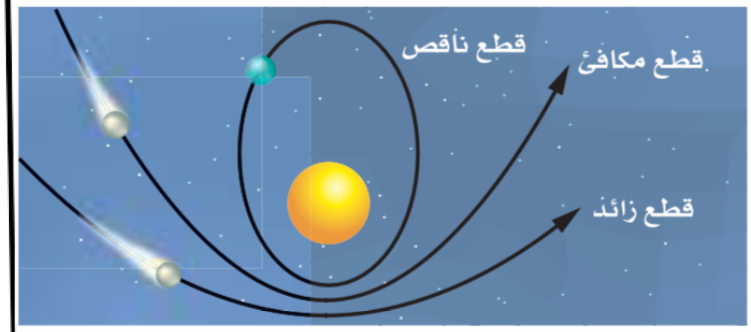
(الدروس من 1–4 إلى 3–4)

والآن:

- أحدد نوع القطوع المخروطية من معادلاتها.

لماذا؟

تدور كواكب مجموعتنا الشمسية حول الشمس في مدارات على شكل قطع ناقص، في حين تنطلق المذنبات في مسارات قد تكون على شكل قطع مكافئ أو قطع ناقص أو قطع زائد، بحيث يمثِّل مركز الشمس بؤرة للقطع.



الصورة العامة لمعادلات القطوع المخروطية: يمكن كتابة معادلة أي قطع مخروطي على الصورة العامة: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$، على أن لا تساوي A, B, C جميعها أصفارًا. ويمكن تحويل هذه الصورة إلى الصور القياسية باستعمال طريقة إكمال المربع إذا كانت $B = 0$.

@Hudali_math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

مثال 1 كتابة المعادلة العامة لقطع مخروطي على الصورة القياسية

اكتب كلًّا من المعادلتين الآتيتين على الصورة القياسية، ثم حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله:

a) $16x^2 - 25y^2 - 128x - 144 = 0$

المعادلة الأصلية	$16x^2 - 25y^2 - 128x - 144 = 0$
حلّل وبسّط	$16(x^2 - 8x + 16) - 25y^2 = 144 + 16(16)$
مربع كامل	$16(x - 4)^2 - 25y^2 = 400$
اقسم كل حدّ على 400	$\frac{(x-4)^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$

بما أن المعادلة على الصورة $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ فإنها معادلة قطع زائد مركزه $(4, 0)$.

b) $x^2 + 4y^2 - 6x - 7 = 0$

المعادلة الأصلية	$x^2 + 4y^2 - 6x - 7 = 0$
جمّع الحدود المتشابهة	$(x^2 - 6x) + 4y^2 = 7$
أكمل المربع	$(x^2 - 6x + 9) + 4y^2 = 7 + 9$
حلّل وبسّط	$(x - 3)^2 + 4y^2 = 16$
اقسم كلا الطرفين على 16	$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

بما أنّ المعادلة على الصورة $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ فإنها معادلة قطع ناقص مركزه $(3, 0)$.

@Hudali_math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

تحقق من فهمك

1) اكتب المعادلة $4x^2 + y^2 - 16x + 8y - 4 = 0$ على الصورة القياسية، ثم حدِّد نوع القطع المخروطي الذى تمثله.

@Hudali_math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

تحديد أنواع القطوع المخروطية يمكنك تحديد نوع القطع المخروطي دون أن تكتب المعادلة: $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ على الصورة القياسية، وذلك باستعمال المميز B^2-4AC.

مفهوم أساسي **تصنيف القطوع المخروطية باستعمال المميز**

نوع القطع المخروطي	المميز
قطع مكافئ	$B^2-4AC=0$
قطع ناقص	$B^2-4AC<0, A\neq C$ أو $B\neq 0$
دائرة	$B^2-4AC<0, B=0, A=C$
قطع زائد	$B^2-4AC>0$

مراجعة المفردات

المميز
تذكر أن مميز المعادلة التربيعية $ax^2+bx+c=0$ هو b^2-4ac.

@Hudali_math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

مثال 2 تحديد نوع القطع المخروطي من معادلته

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

a) $y^2 + 4x^2 - 3xy + 4x - 5y - 8 = 0$

$A = 4, B = -3, C = 1$

المميز يساوي $(-3)^2 - 4(4)(1) = -7$.

ولأن المميز أصغر من الصفر، $B \neq 0$، فإن المعادلة تمثِّل قطعًا ناقصًا.

b) $3x^2 - 6x + 4y - 5y^2 + 2xy - 4 = 0$

$A = 3, B = 2, C = -5$

المميز يساوي $2^2 - 4(3)(-5) = 64$.

ولأن المميز أكبر من الصفر، فإن القطع زائد.

c) $4y^2 - 8x + 6y - 14 = 0$

$A = 0, B = 0, C = 4$

المميز يساوي $0^2 - 4(0)(4) = 0$.

ولأن المميز يساوي صفرًا ، فإن المعادلة تمثِّل قطع مكافئ.

@Hudali_math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

تحقق من فهمك

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية:

2A) $8y^2 - 6x^2 + 4xy - 6x + 2y - 4 = 0$

2B) $3xy + 4x^2 - 2y + 9x - 3 = 0$

2C) $3x^2 + 16x - 12y + 2y^2 - 6 = 0$

@Hudali_math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

تدرب وحل المسائل

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القياسية، ثم حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله. (مثال 1)

1) $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$

@Hudali_math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

حدِّد نوع القطع المخروطي الذي تمثِّله كل معادلة مما يأتي، دون كتابتها على الصورة القياسية. (مثال 2)

5) $4x^2 - 5y = 9x - 12$

@Hudali_math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

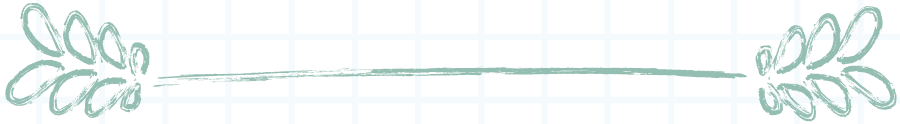
4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

مسائل مهارات التفكير العليا

23) اكتب: اكتب أوجه الشبه والاختلاف بين منحنيات القطوع المخروطية ومعادلاتها.

@Hudali_math

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية



تدريب على اختبار

31) سؤال ذو إجابة قصيرة: حدِّد ما إذا كانت المعادلة $3x^2 + 6xy + 3y^2 - 4x + 5y = 12$ تمثِّل قطعًا مكافئًا أو دائرة أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا، دون كتابتها على الصورة القياسية.

32) اختيار من متعدد: ما المعادلة التي تمثِّل قطعًا مكافئًا رأسه عند النقطة $(2, 2)$، ويمر بالنقطة $(0, 6)$؟

A $y = x^2 - 4x + 6$

B $y = x^2 + 4x - 6$

C $y = -x^2 - 4x + 6$

D $y = -x^2 + 4x - 6$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

اختر الإجابة الصحيحة:

1 نوع القطع المخروطي الذي تمثله المعادلة $4x^2 - 5y = 9x - 12$:

A	قطع مكافئ	B	قطع زائد	C	قطع ناقص	D	دائرة

2 نوع القطع المخروطي الذي تمثله المعادلة $5y^2 = 2x + 6y - 8 + 3x^2$:

A	قطع مكافئ	B	قطع زائد	C	قطع ناقص	D	دائرة

3 نوع القطع المخروطي الذي تمثله المعادلة $16xy + 8x^2 - 10y^2 - 18x + 8y = 13$

A	قطع مكافئ	B	قطع زائد	C	قطع ناقص	D	دائرة

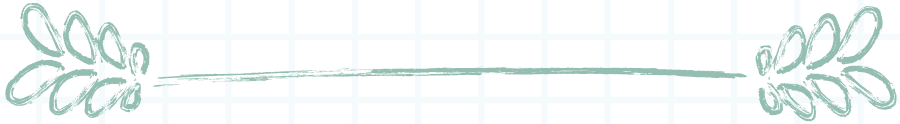
أكمل الفراغات التالية :

1 المعادلة $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$ على الصورة القياسية .....

2 نوع القطع المخروطي $8x^2 + 8y^2 + 16x + 24 = 0$ .....

@Hudali_math

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية



تدريب على اختبار

31) سؤال ذو إجابة قصيرة: حدِّد ما إذا كانت المعادلة $3x^2 + 6xy + 3y^2 - 4x + 5y = 12$ تمثِّل قطعًا مكافئًا أو دائرة أو قطعًا ناقصًا أو قطعًا زائدًا، دون كتابتها على الصورة القياسية.

32) اختيار من متعدد: ما المعادلة التي تمثِّل قطعًا مكافئًا رأسه عند النقطة $(2, 2)$، ويمر بالنقطة $(0, 6)$؟

A $y = x^2 - 4x + 6$

B $y = x^2 + 4x - 6$

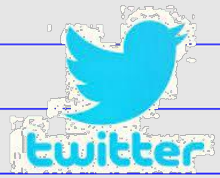
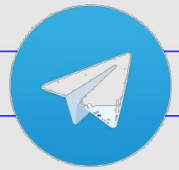
C $y = -x^2 - 4x + 6$

D $y = -x^2 + 4x - 6$

4-4 تحديد أنواع القطوع المخروطية

تصميم واخراج الاستاذة : هدى علي الشمراني
عضو في مجموعة رفعة الرياضيات

الحسابات الالكترونية :

@Hudali_math

المراجع

- مع سلسلة رفعة لأوراق العمل رياضيات 5
- إعداد الأستاذة : جواهر العنزي

- لعبة وخريطة في الرياضيات
- إعداد الاستاذة : هدى الغفيص

- رياضيات 5

- قناة الاستاذة ابتسام الطاهري
- youtube.com/playlist?list=PL8ed4UGEvzzfXiXAqAe6sYcHuasoTAN42