

$$1 + 2 = 3$$

حل المعادلات والمتباينات الأسية

لتطوير - إنتاج - توثيق

جدول التعلم



ماذا أعرف



ماذا أريد أن أعرف



ماذا تعلمت



كيف أنظم
أكثر

المفردات:

المعادلة الأسية
exponential equation
الربح المركب
compound interest
المتباينة الأسية
exponential inequality

فيما سبق : درست الدوال الأسية بيانيا

والآن :

- أحل معادلات أسية
- أحل متباينات أسية
- أحل مسائل تتضمن نموا أسيا
وأضحلال أسيا .

حل المعادلات
والمتباينات
الأسية

تطوير - إنتاج - توثيق
٢-٢



لماذا؟

تتزايد اشتراكات مواقع الإنترنت بطريقة سريعة، فتأخذ شكل دالة أسية. فإذا كان عدد الاشتراكات في أحد المواقع يُعطى بالمعادلة $y = 2.2(1.37)^x$ ، حيث x عدد السنوات منذ عام 1435 هـ، و y عدد المشتركين بالملايين.

فيمكنك استعمال المعادلة $y = 2.2(1.37)^x$ لتحديد عدد المشتركين في سنة معينة، أو تحديد السنة التي يكون فيها عدد المشتركين عند مستوى معين.

$$1 + 2 = 3$$

حل المعادلات الأسية: تظهر المتغيرات في المعادلة الأسية في موقع الأسس.

مفهوم أساسي خاصية المساواة للدوال الأسية

التعبير اللفظي: إذا كان $b > 0, b \neq 1$ فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

مثال: إذا كان $3^x = 3^5$ ، فإن $x = 5$. وإذا كان $x = 5$ ، فإن $3^x = 3^5$.

مقطع توضيحي



مثال ١

حل كل معادلة مما يأتي:

$$(a) \quad 2^x = 8^3$$

$$2^x = 8^3$$

$$2^x = (2^3)^3$$

$$2^x = 2^9$$

$$x = 9$$

المعادلة الأصلية

$$8 = 2^3$$

خاصية قوة القوة

خاصية المساواة للدوال الأسية

$$(b) \quad 9^{2x-1} = 3^{6x}$$

$$9^{2x-1} = 3^{6x}$$

$$(3^2)^{2x-1} = 3^{6x}$$

$$3^{4x-2} = 3^{6x}$$

$$4x - 2 = 6x$$

$$-2 = 2x$$

$$-1 = x$$

المعادلة الأصلية

$$9 = 3^2$$

خاصية قوة القوة

خاصية المساواة للدوال الأسية

ب طرح $4x$ من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 2

حل المعادلات
الأسية

مجموعة رعدة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



تفكر من نفسك

$$5^{5x} = 125^{x+2} \quad (1B)$$

$$4^{2n-1} = 64 \quad (1A)$$



تدريب

$$8^{2y+4} = 16^{y+1} \quad (10)$$

$$16^{2y-3} = 4^{y+1} \quad (4)$$

$$8^{4x+2} = 64 \quad (1)$$

مثال ٢

علوم: بدأ سلطان تجربة مخبرية بـ 7500 خلية بكتيرية. وبعد أربع ساعات أصبح عدد الخلايا البكتيرية 23000 خلية.

(a) اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد الخلايا البكتيرية y بعد x ساعة إذا استمر تغير عدد الخلايا البكتيرية بالمعدل نفسه تقريبًا الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.

في بداية التجربة كان الزمن (x) صفر ساعة، وعدد الخلايا (y) يساوي 7500 خلية بكتيرية، لذا عوّض هذه القيم لإيجاد المقطع y أو قيمة a .

الدالة الأسية

$$y = ab^x$$

بالتعويض عن x بالعدد 0، وعن y بالعدد 7500

$$7500 = ab^0$$

$$b^0 = 1$$

$$7500 = a$$

وعندما $x = 4$ ، يصبح عدد الخلايا البكتيرية 23000، عوّض هذه القيم في الدالة الأسية لتحديد قيمة b .

بالتعويض عن x بالعدد 4، وعن y بالعدد 23000، وعن a بالعدد 7500

$$23000 = 7500 \cdot b^4$$

بقسمة كلا الطرفين على 7500

$$3.067 \approx b^4$$

بإيجاد الجذر الرابع للطرفين

$$\sqrt[4]{3.067} \approx b$$

باستعمال الحاسبة

$$1.323 \approx b$$

الدالة التي تمثل عدد الخلايا البكتيرية هي $y = 7500(1.323)^x$.

(b) ما العدد المتوقع للخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة؟

المعادلة التي تمثل عدد الخلايا البكتيرية

$$y = 7500(1.323)^x$$

بالتعويض عن x بالعدد 12

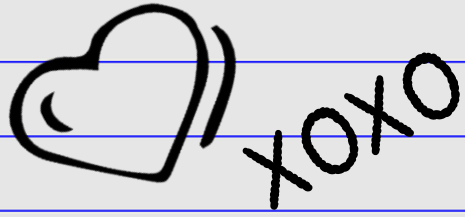
$$= 7500(1.323)^{12}$$

باستعمال الحاسبة

$$\approx 215664$$

سيكون هنالك 215664 خلية بكتيرية تقريبًا بعد 12 ساعة.



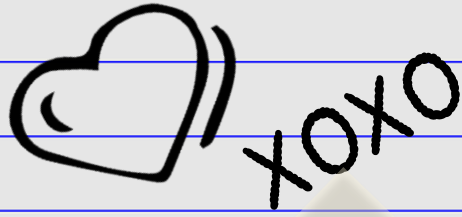


تفقق من فهمك

(2) إعادة تصنيع: أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

(2A) مفترضاً أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها y بعد x سنة مقرباً الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

(2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المعادة التصنيع عام 1481 هـ؟



تستعمل الدوال الأسية في مسائل تتضمن الربح المركب؛ وهو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر (رأس المال) مضافاً إليه أي أرباح سابقة، وليس فقط عن رأس المال كما هو في الربح البسيط.

مفهوم أساسي الربح المركب

يمكنك حساب الربح المركب باستعمال الصيغة

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

حيث A المبلغ الكلي بعد t سنة، P المبلغ الأصلي الذي تم استثماره أو رأس المال، r معدل الربح السنوي المتوقع، n عدد مرات إضافة الأرباح إلى رأس المال في السنة.

تطوير - إنتاج - توثيق

تطوير - إنتاج - توثيق



مثال ٣

مال: استثمر حمد مبلغ 25000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 4.2%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 15 سنة مقربًا إلى أقرب منزلتين عشريتين؟
افهم: أوجد المبلغ الكلي المتوقع بعد 15 سنة.

خطط: بما أنه تتم إضافة الأرباح إلى رأس المال، إذن استعمل صيغة الربح المركب.

$$P = 25000, r = 0.042, n = 12, t = 15$$

حل: صيغة الربح المركب $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

$$P = 25000, r = 0.042, n = 12, t = 15 \quad = 25000\left(1 + \frac{0.042}{12}\right)^{12 \cdot 15}$$

$$\approx 46888.66$$

تحقق: مثل المعادلة المناظرة بيانيًا

$$f(x) = 25000(1.0035)^{12x} \quad \text{ثم أوجد قيمة } y \text{ عندما } x = 15$$

15 على الرسم بالضغط على مفتاح ثم اختر

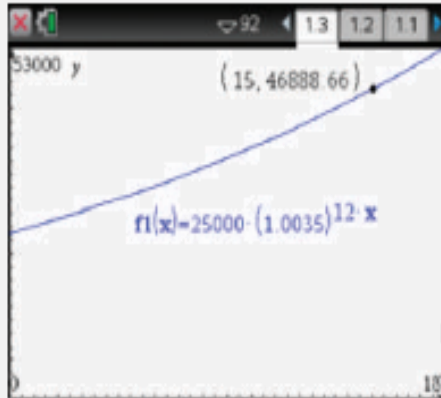
8: الهندسة واختر منها 1: النقاط والمستقيمات

ومنها 2: نقطة على المستقيم ثم اضغط على الرسم البياني

لتحدد نقطة يظهر الزوج المرتب الذي يمثلها.

اضغط ثم حدّد الإحداثي x للنقطة واكتب 15، سيظهر

الإحداثي y المقابل 46888.66، إذن الإجابة صحيحة.



باستعمال الحاسبة

الربح المركب

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



نحقق من فهمك

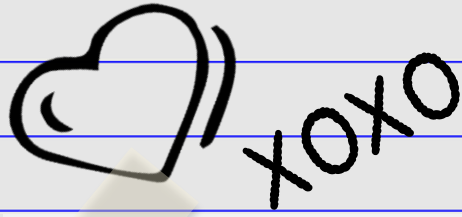
3) استثمر علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 12%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًا. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



حل المتباينات الأسية : المتباينة الأسية هي متباينة تتضمن عبارة أسية أو أكثر.

مفهوم أساسي

خاصية التباين لدالة النمو

التعبير اللفظي : إذا كان $b > 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
مثال : إذا كان $2^x > 2^6$ ، فإن $x > 6$ ، وإذا كان : $x > 6$ ، فإن $2^x > 2^6$.

تتحقق هذه الخاصية أيضًا مع رمز التباين $\geq$

مفهوم أساسي

خاصية التباين لدالة الاضمحلال

التعبير اللفظي : إذا كان $0 < b < 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$
مثال : إذا كان $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$ ، فإن $x < 5$ ، وإذا كان : $x < 5$ ، فإن $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$.

تتحقق هذه الخاصية أيضًا مع رمز التباين $\geq$

مقطع توضيحي



مثال ٤

$$\text{حل المتباينة } 16^{2x-3} < 8$$

$$16^{2x-3} < 8$$

$$(2^4)^{2x-3} < 2^3$$

$$2^{8x-12} < 2^3$$

$$8x - 12 < 3$$

$$8x < 15$$

$$x < \frac{15}{8}$$

المتباينة الأصلية

$$16 = 2^4, 8 = 2^3$$

خاصية قوة القوة

خاصية التباين لدالة النمو

بجمع 12 للطرفين

بقسمة الطرفين على 8

إرشادات للدراسة

دالتا النمو والاضحلال

الأسية،

لاحظ أن خاصية التباين

لدالة النمو تبين أن هذه

الدالة متزايدة على مجالها،

وأن خاصية التباين لدالة

الاضمحلال تبين أن هذه

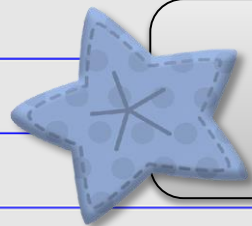
الدالة متناقصة على

مجالها.

حل المتباينات
الأسية

مجموعة رعدة الرياضيات

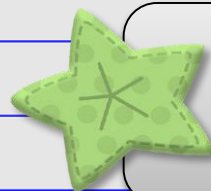
تطوير - إنتاج - توثيق



تفقد من تفكيرك

$$2^{x+2} > \frac{1}{32} \quad (4B)$$

$$3^{2x-1} \geq \frac{1}{243} \quad (4A)$$



تدريب

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6} \quad (20)$$

$$10^{5b+2} > 1000 \quad (18)$$

$$625 > 5^{a+8} \quad (17)$$



تدريب

$$1 + 2 = 3$$

(38) برهان: أثبت أن $27^{2x} \cdot 81^x + 1 = 3^{2x+2} \cdot 9^{4x+1}$

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

جدول التعلم



ماذا أعرف



ماذا أريد أن
أعرف



ماذا تعلمت



كيف أنظم
أكثر

الواجب المنزلي



تطوير - إنتاج - توزيع





تصميم وإخراج الأستاذة : ابتسام الطاهري
عضو في مجموعة رفعة التعليمية .



الحسابات الالكترونية :

