$1+2=3$

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

جدول التعلم

ماذا أعرف	
ماذا أريد أن أعرف	
ماذا تعلمت	
كيف أتعلم أكثر	

بسمة math

المفردات:

المعادلة اللوغاريتمية
logarithmic equation

المتباينة اللوغاريتمية
logarithmic inequality

فيما سبق :

درست إيجاد قيمة عبارات لوغاريتمية.

والآن :

- أحل معادلات لوغاريتمية
- أحل متباينات لوغاريتمية

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

٢-٥

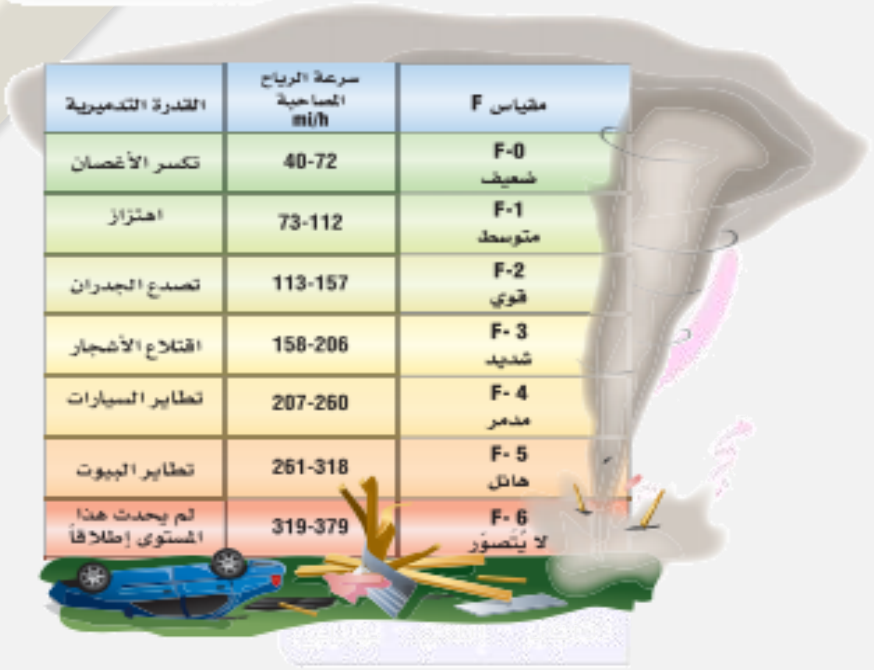
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

تُقاس شدة الأعاصير بمقياس يُدعى فوجيتا (Fujita)، ويرمز إليه بالرمز F، ويصنَّف هذا المقياس الأعاصير إلى سبع فئات من F−0 إلى F−6 بحسب: سرعة الرياح المصاحبة للإعصار (w) والتي تعطى بالمعادلة $w = 93 \log_{10} d + 65$ حيث تمثل d المسافة التي يقطعها الإعصار بالميل، وبحسب طول مساره، وعرضه، وقدرته التدميرية، والفئة F−6 هي فئة أشد الأعاصير تدميرًا.

إن معرفة المعادلة السابقة تمكنك من إيجاد المسافة التي يقطعها الإعصار بالميل عند أية قيمة لسرعة الرياح المصاحبة معطاة بالميل لكل ساعة.



مقياس F	سرعة الرياح المصاحبة mi/h	القدرة التدميرية
F-0 ضعيف	40-72	تكسر الأغصان
F-1 متوسط	73-112	اهتزاز
F-2 قوي	113-157	تصدع الجدران
F-3 شديد	158-206	اقتلاع الأشجار
F-4 مدمر	207-260	تطاير السيارات
F-5 هائل	261-318	تطاير البيوت
F-6 لا يُتصوَّر	319-379	لم يحدث هذا المستوى إطلاقاً

بسمة math

مقطع توضيحي

مثال ١

حُلّ المعادلة $\log_{36} x = \frac{3}{2}$ ، ثم تحقق من صحة حلّك.

$\log_{36} x = \frac{3}{2}$	المعادلة الأصلية
$x = 36^{\frac{3}{2}}$	تعريف اللوغاريتم
$x = (6^2)^{\frac{3}{2}}$	$36 = 6^2$
$x = 6^3 = 216$	خاصية قوة القوة

التحقق: عوّض عن x بـ 216 في المعادلة الأصلية .

$\log_{36} x \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	المعادلة الأصلية
$\log_{36} 216 \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	عوّض 216 بدلًا من x
$\log_{36} (36)(6) \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	حلّل
$\log_{36} 36 + \log_{36} (36)^{\frac{1}{2}} \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	خاصيتا ضرب اللوغاريتميات ولوغاريتم القوة
$1 + \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	بسّط
$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ ✓	الحل صحيح

حل معادلات باستعمال تعريف اللوغاريتم

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

(1A $\log_9 x = \frac{3}{2}$

(1B $\log_{16} x = \frac{5}{2}$

1+2=3

تـــــدريب

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلّك: (مثال 1)

1) $\log_8 x = \frac{4}{3}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٢

حُلّ المعادلة $\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$.

A -2 **B** -1 **C** 2 **D** 4

اقرأ فقرة الاختبار: المطلوب هو إيجاد قيمة x في المعادلة اللوغاريتمية.

حل فقرة الاختبار:

$\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$	المعادلة الأصلية
$x^2 - 4 = 3x$	خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية
$x^2 - 3x - 4 = 0$	اطرح $3x$ من كلا الطرفين
$(x - 4)(x + 1) = 0$	حلّل إلى العوامل
$x + 1 = 0$ أو $x - 4 = 0$	خاصية الضرب الصفري
$x = -1$ أو $x = 4$	حُل كل معادلة

التحقق: عوّض بكل من القيمتين في المعادلة الأصلية.

$x = -1$

$\log_2 [(-1)^2 - 4] \stackrel{?}{=} \log_2 3(-1)$

$\log_2 (-3) = \log_2 (-3)$ ✗

$x = 4$

$\log_2 (4^2 - 4) \stackrel{?}{=} \log_2 3(4)$

$\log_2 12 = \log_2 12$ ✓

بما أن $\log_2 (-3)$ غير معرف، فالإجابة -1 مرفوضة، والإجابة الصحيحة هي D

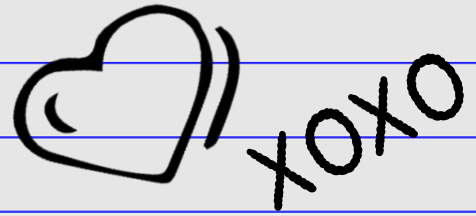
إرشادات للدراسة

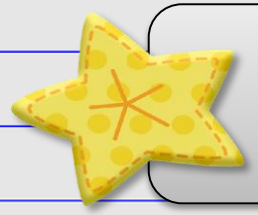
التعويض

اختصارًا للوقت، يمكنك تعويض كل متغير بقيمته في المعادلة الأصلية للتحقق من صحة الحل.

مثال على اختبار

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق





تحقق من فهمك

2) حُلّ المعادلة $\log_3 (x^2 - 15) = \log_3 2x$.

A -3 **B** -1 **C** 5 **D** 15

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٣

حُلّ المعادلة $\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$ ، ثم تحقق من صحة حلك.

$\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$	المعادلة الأصلية
$\log_6 x(x - 9) = 2$	خاصية الضرب في اللوغاريتمات
$x(x - 9) = 6^2$	تعريف اللوغاريتم
$x^2 - 9x - 36 = 0$	بسّط ثم اطرح 36 من كلا الطرفين
$(x - 12)(x + 3) = 0$	حلّل
$x + 3 = 0$ أو $x - 12 = 0$	خاصية الضرب الصفري
$x = -3$ $\quad x = 12$	حُل كل معادلة

التحقق:

$\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$

$\log_6 (-3) + \log_6 (-3 - 9) \stackrel{?}{=} 2$

$\log_6 (-3) + \log_6 (-12) \stackrel{?}{=} 2$

بما أن $\log_6 (-3)$ و $\log_6 (-12)$ غير معرفين فإن 3− حل مرفوض.

$\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$

$\log_6 12 + \log_6 (12 - 9) \stackrel{?}{=} 2$

$\log_6 12 + \log_6 3 \stackrel{?}{=} 2$

$\log_6 (12 \cdot 3) \stackrel{?}{=} 2$

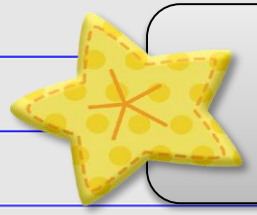
$\log_6 36 \stackrel{?}{=} 2$

$2 = 2$ ✓

وبذلك يكون الحل هو $x = 12$.

حل معادلات باستعمال خاصية الضرب في اللوغاريتمات

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

(3A $2\log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$

(3B $\log_6 x + \log_6 (x+5) = 2$

تـــــدرب

9) $5\log_2 x = \log_2 32$

10) $3\log_2 x = \log_2 8$

مقطع توضيحي

حل المتباينات اللوغاريتمية: **المتباينة اللوغاريتمية** هي متباينة تتضمن عبارة لوغاريتمية أو أكثر، ويمكن استعمال الخاصية الآتية لحل متباينات لوغاريتمية تتضمن عبارة لوغاريتمية واحدة.

مفهوم أساسي

خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية

إذا كان $b > 1$, $x > 0$ و $\log_b x > y$ ، فإن $x > b^y$

تتحقق هذه الخاصية أيضًا إذا احتوت المتباينة رمزي التباين $\leq$ ، $\geq$

بسمة math

مثال ٤

أوجد مجموعة حلّ المتباينة $\log_3 x > 4$ ، ثم تحقق من صحة حلك.

$\log_3 x > 4$	المتباينة الأساسية
$x > 3^4$	خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية
$x > 81$	بسّط

إذن مجموعة الحل هي $\{x \mid x > 81 \ , \ x \in R\}$

التحقق: عوّض بعدد أقل من 81، وعدد أكبر من 81 في المتباينة الأصلية.

$x = 9$	$x = 243$
$\log_3 9 \stackrel{?}{>} 4$	$\log_3 243 \stackrel{?}{>} 4$
$2 > 4$ ✗	$5 > 4$ ✓

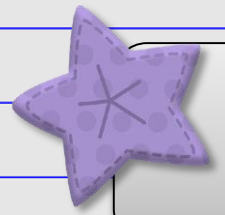
إذن الحل صحيح.

إرشادات للدراسة

حل المعادلة اللوغاريتمية، عند حل متباينة لوغاريتمية يستثنى قيم المتغير التي لا يكون اللوغاريتم عندها معرّفًا.

حل متباينات تتضمن عبارة لوغاريتمية واحدة

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math



تحقق من نفسك

(4A $\log_4 x \geq 3$

(4B $\log_2 x < 4$

1+2=3

مفهوم أساسي

خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية

الرموز: إذا كان $b > 1$ ، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$

$x > 0, y > 0$

مثال: إذا كان $\log_6 x > \log_6 35$ ، فإن $x > 35$.

تتحقق هذه الخاصية أيضًا إذا احتوت المتباينة رمزي التباين $\leq$ ، $\geq$

بسمة math

مثال ٥

أوجد مجموعة حل المتباينة $\log_4 (x+3) > \log_4 (2x+1)$، ثم تحقق من صحة حلك.

$\log_4 (x+3) > \log_4 (2x+1)$	المتباينة الأساسية
$x+3 > 2x+1$	خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية
$2 > x$	اطرح $x+1$ من كلا الطرفين

ثم استثن قيم x التي تجعل $x+3 \le 0$ أو $2x+1 \le 0$ $(x \le -3$ أو $x \le -\frac{1}{2})$

إذن مجموعة الحل هي $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 2, x \in R\right\}$.

التحقق: عوّض بعدد يقع في الفترة $(-\frac{1}{2}, 2)$، وآخر يقع خارج الفترة $(-\frac{1}{2}, 2)$.

$x = 1$	$x = 3$
$\log_4 (1+3) \stackrel{?}{>} \log_4 (2+1)$	$\log_4 (3+3) \stackrel{?}{>} \log_4 (2\times 3+1)$
$\log_4 4 \stackrel{?}{>} \log_4 3$	$\log_4 6 \stackrel{?}{>} \log_4 7$
$\log_4 4 > \log_4 3$ ✓	$\log_4 6 > \log_4 7$ ✗
الدالة اللوغاريتمية متزايدة عندما تكون قيمة الأساس أكبر من 1	الدالة اللوغاريتمية متزايدة عندما تكون قيمة الأساس أكبر من 1

إذن الحل صحيح.

حل متباينات تتضمن عبارتين لوغاريتميتين لهما الأساس نفسه

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

1+2=3

تحقق من فهمك

5) أوجد مجموعة حل المتباينة $\log_5 (2x + 1) \leq \log_5 (x + 4)$ ، ثم تحقق من صحة حلك.

مجموعة رفعة الرياضيات

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

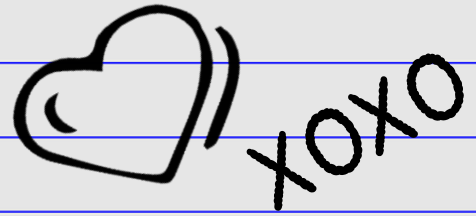
1+2=3

تدرب

(19 $\log_6 x < -3$

(23 $\log_4 (2x + 5) \leq \log_4 (4x - 3)$

بسمة math



تدرب

33) **تحدٍ:** أوجد قيمة

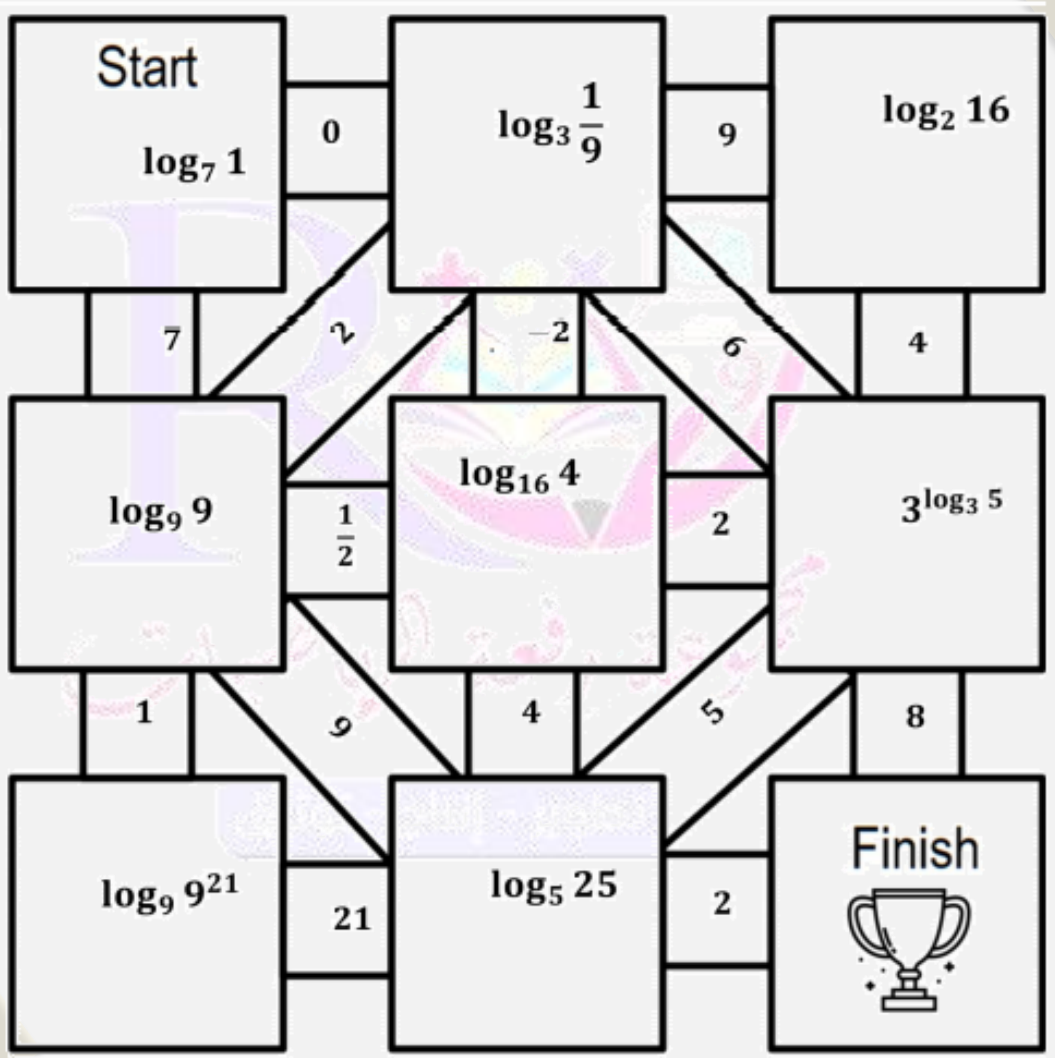
$$\log_3 27 + \log_9 27 + \log_{27} 27 + \log_{81} 27 + \log_{243} 27$$

51) أي مما يأتي يمثل حلًّا للمعادلة $\log_4 x - \log_4 (x-1) = \frac{1}{2}$؟

A $-\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{2}$

C -2 **D** 2

العب واستمتع



حل المعادلات الأسية واللوغاريتمية

معادلة أسيّة

الأساس = الأساس

الأس = الأس

$2^{x-5} = 64$

$2^{x-5} = 2^6$

$x - 5 = 6$

$x = 6 + 5$

$x = 11$

الأساس ≠ الأساس

بأخذ log للطرفين
ثم حل المعادلة

$4^x = 17$

$log\ 4^x = log\ 17$

$x\ log\ 4 = log\ 17$

$x = \frac{log\ 17}{log\ 4} \approx 2.04$

معادلة لوغاريتمية

log في طرف واحد من المعادلة

تحويلها إلى معادلة أسية ، ثم حل المعادلة

$\log_x 81 = 4$

$x^4 = 81$

$x^4 = 3^4$

$x = 4$

log في طرفين من المعادلة

حذف log من الطرفين
ثم حل المعادلة

$\log_8(2x + 1) = \log_8 21$

$2x + 1 = 21$

$2x = 21 - 1$

$2x = 20$

$x = 10$

بسمة math

جدول التعلم

ماذا أعرف	
ماذا أريد أن أعرف	
ماذا تعلمت	
كيف أتعلم أكثر	

بسمة math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تصميم وإخراج الأستاذة : ابتسام الطاهري

عضو في مجموعة رفعة التعليمية .

الحسابات الالكترونية :