

تمثيل الدوال التربيعية بيانيا

تمثيل الدوال التربيعية بيانيا

المفردات

- الدالة غير الخطية
- الدالة التربيعية
- الصورة القياسية للدالة التربيعية
- القطع المكافئ
- محور التماثل
- الرأس
- القيمة الصغرى
- القيمة العظمى
- متماثل

الان

احل التمثيلات البيانية
للدوال التربيعية

فيما سبق

درست تمثيل الدوال
الخطية بيانيا



@beso01987



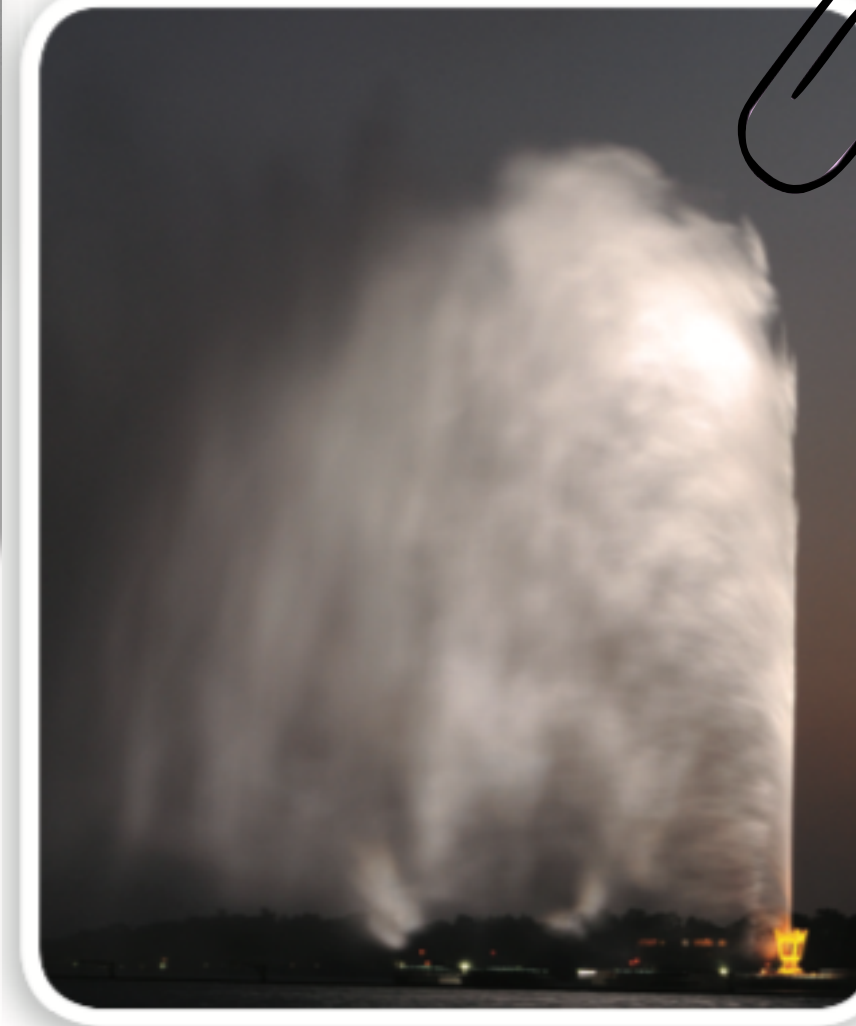
@bs87om



رابط الدرس الرقمي



www.iem.edu.sa



لماذا؟

تُعد نافورة الملك فهد في جدة أعلى نافورة من نوعها في العالم، إذ يصل ارتفاعها إلى ٣١٢ مترًا، وتقدم عرضًا رائعًا لحركة المياه والضوء، ويمكن تمثيل حركة المياه بمعادلات تربيعية. كما يمكنك استعمال التمثيلات البيانية لهذه المعادلات لتوضيح مسار المياه.

خصائص الدوال التربيعية: درست سابقًا الدوال الخطية، وهناك أيضًا دوال غير خطية تختلف أشكال تمثيلاتها البيانية. **فالدوال التربيعية** مثلًا هي دوال غير خطية، ويمكن كتابتها على الصورة $D(s) = As^2 + Bs + C$ ، حيث $A \neq 0$ ، وتُسمى هذه الصورة **بالصورة القياسية** للدالة التربيعية، ويسمى التمثيل البياني للدالة التربيعية **قطعًا مكافئًا**. وتتماثل القطوع المكافئة حول خط يتوسطها يُسمى **محور التماثل**، يقطع القطع في نقطة واحدة تُسمى **الرأس**.



@beso01987

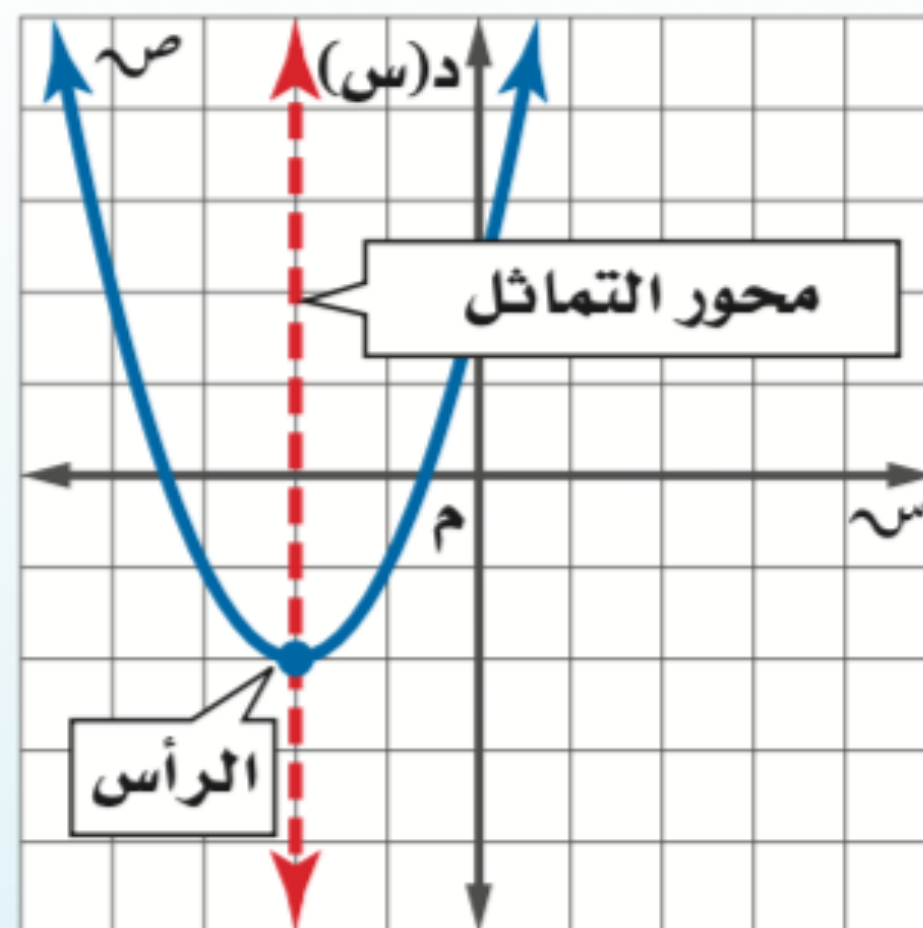


@bs87om



أضف إلى

مطويتك



الدوال التربيعية

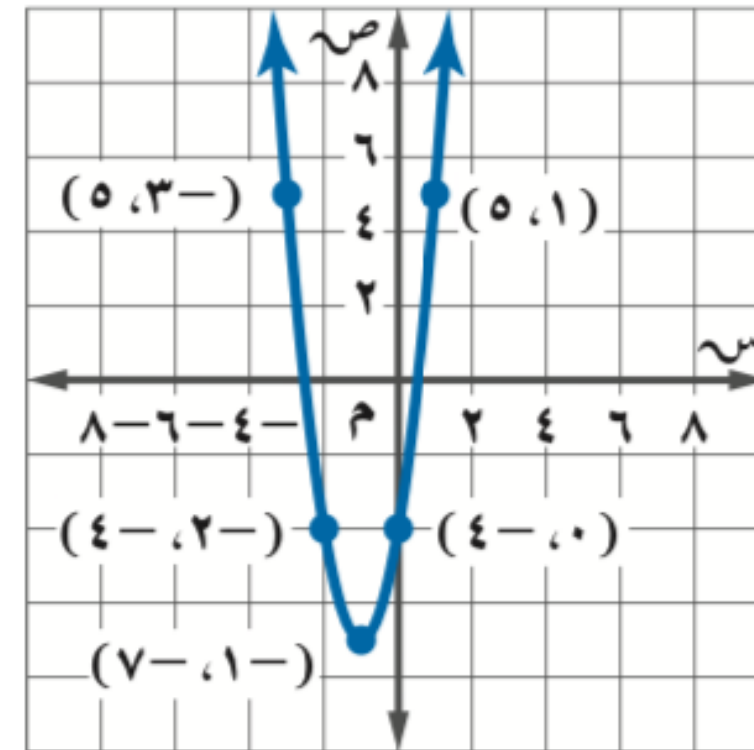
مفهوم أساسي

- الدالة المولدة (الأم): $د(س) = س^2$
- الصورة القياسية: $د(س) = أ س^2 + ب س + ج$
- شكل التمثيل: قطع مكافئ
- محور التماثل: $س = -\frac{ب}{أ}$
- المقطع الصادي: ج

مثال ١ : التمثيل البياني للقطع المكافئ

استعمل جدول القيم لتمثيل الدالة $ص = ٣س^٢ + ٦س - ٤$ بيانيًا، وحدد مجالها ومداها.

مثّل الأزواج المرتبة بيانيًا، ثم صل بينها بمنحنى.
يمتد التمثيل البياني للقطع المكافئ إلى ما لا نهاية
من كلا طرفيه، ومجال الدالة هو جميع الأعداد
الحقيقية، ومداها هو $\{ص | ص \geq -٧\}$ ؛ لأن -٧
هي القيمة الصغرى.

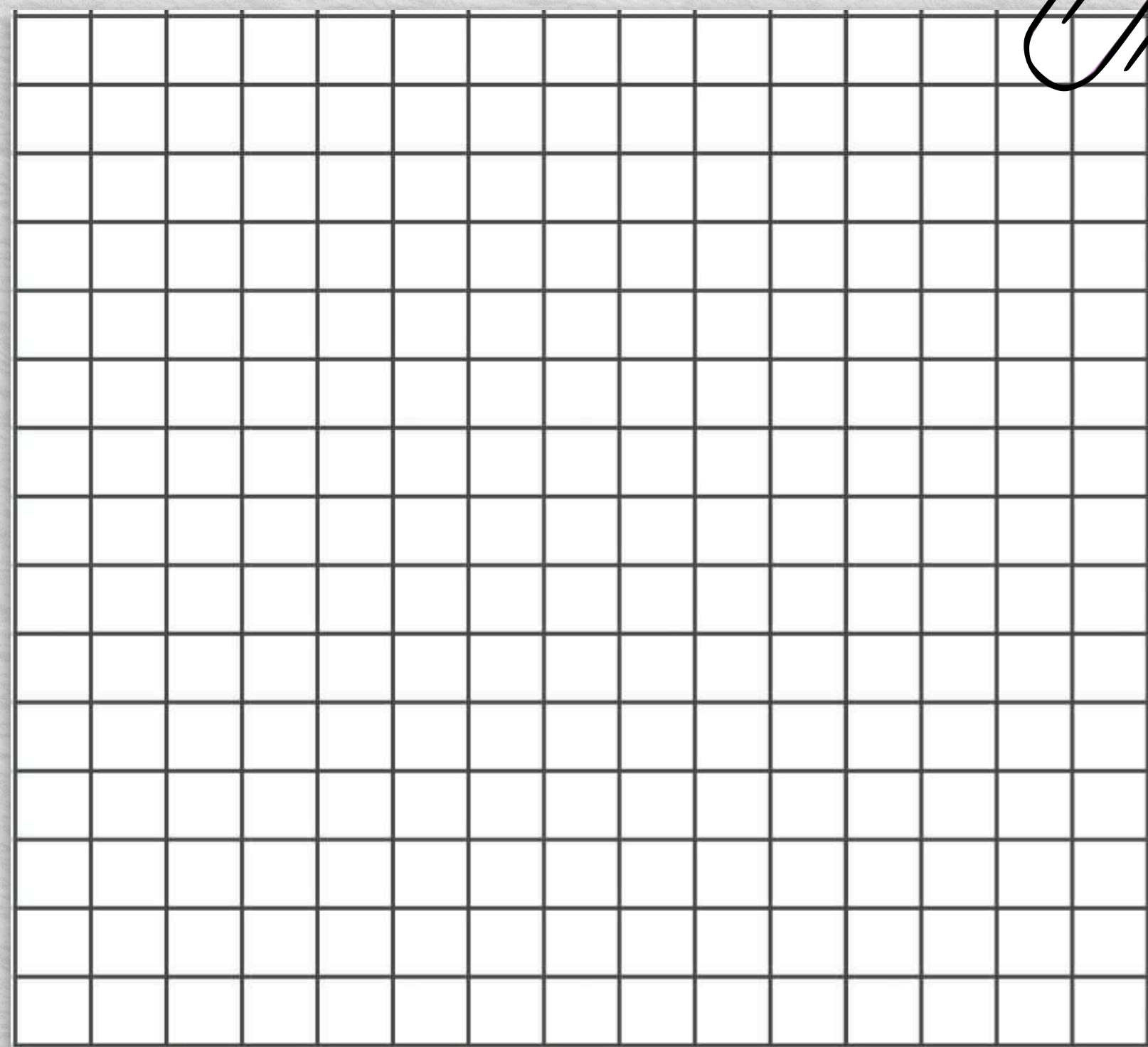
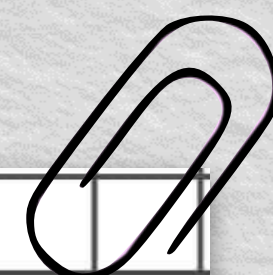


س	ص
١	٥
٠	٤-
١-	٧-
٢-	٤-
٣-	٥

تحقق من فهمك

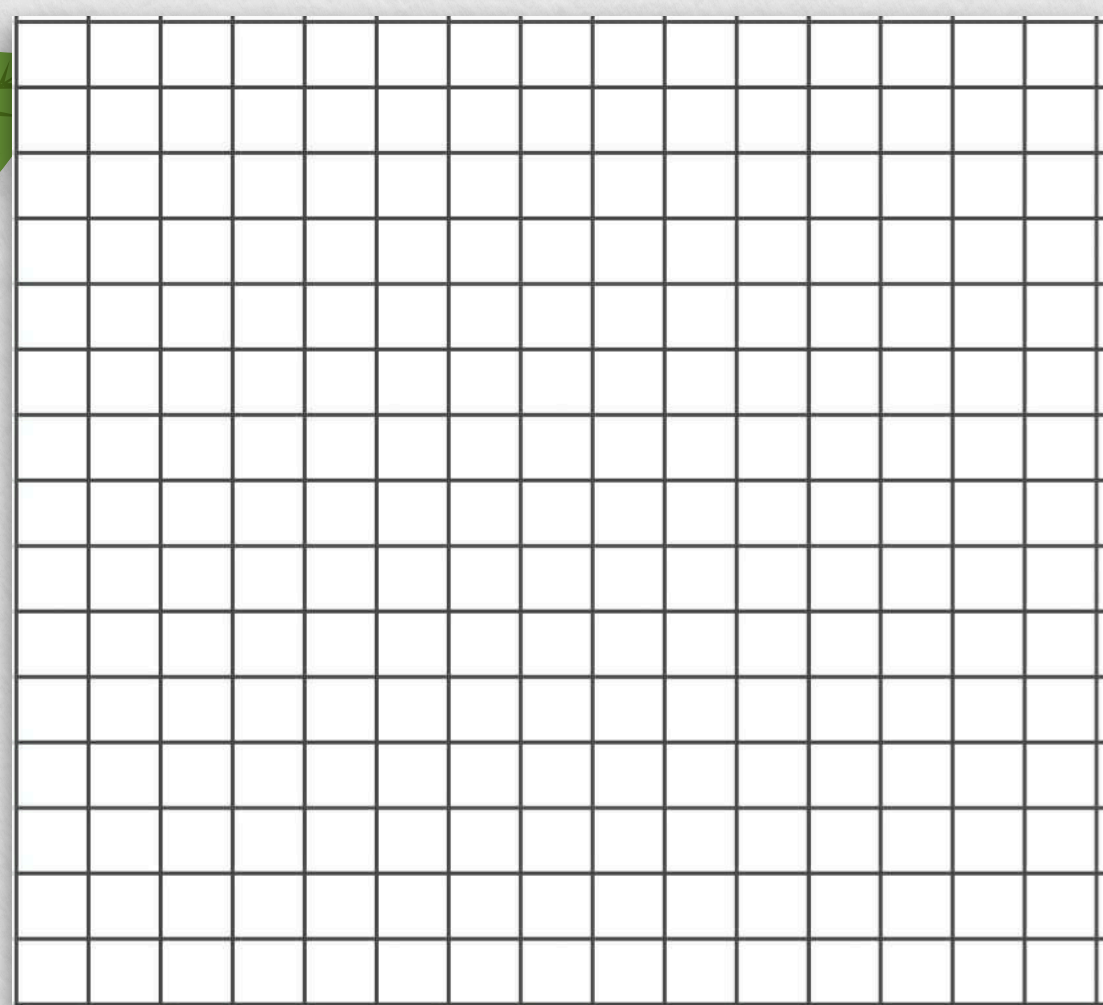


(١) استعمل جدول القيم لتمثيل الدالة $ص = س^٢ + ٣$ بيانيًا، وحدد مجالها ومدنها.

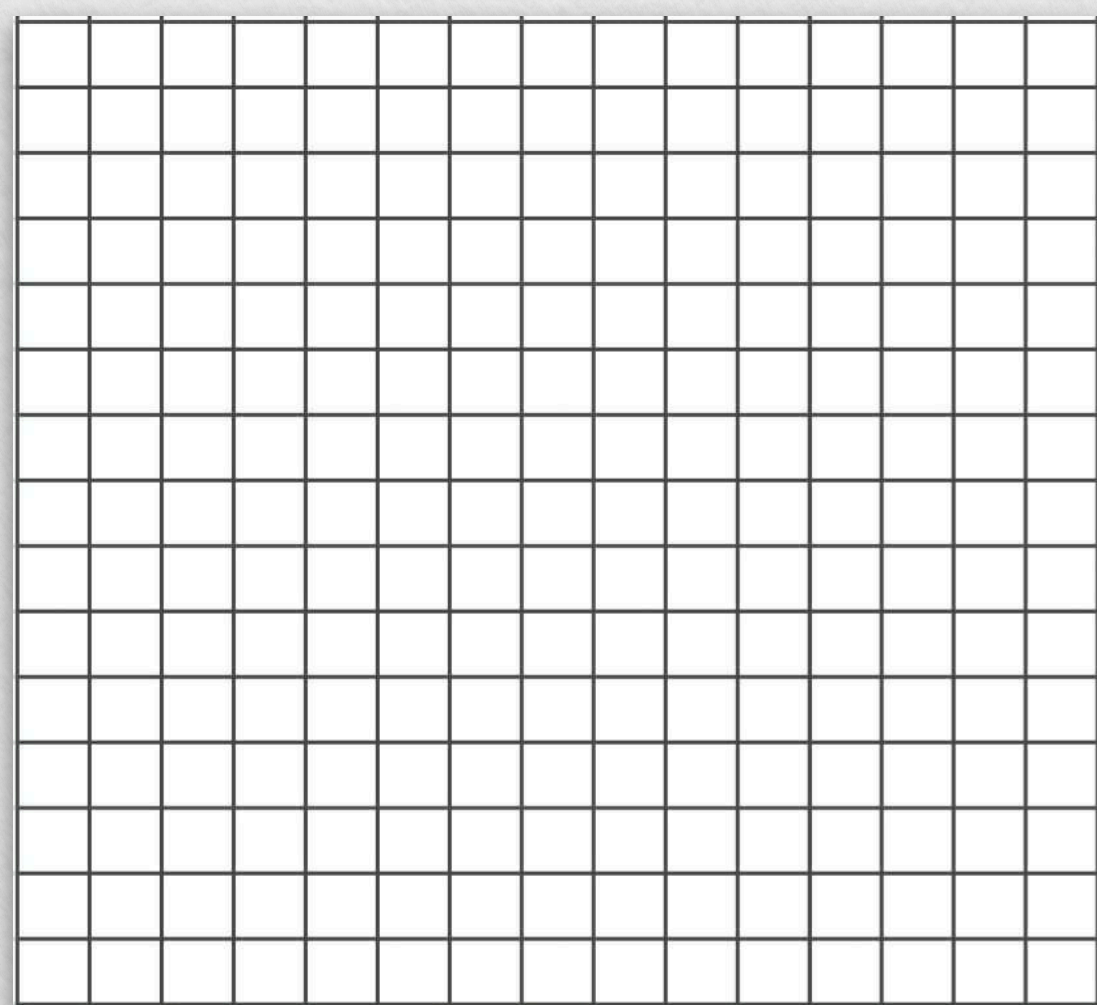


تأكد

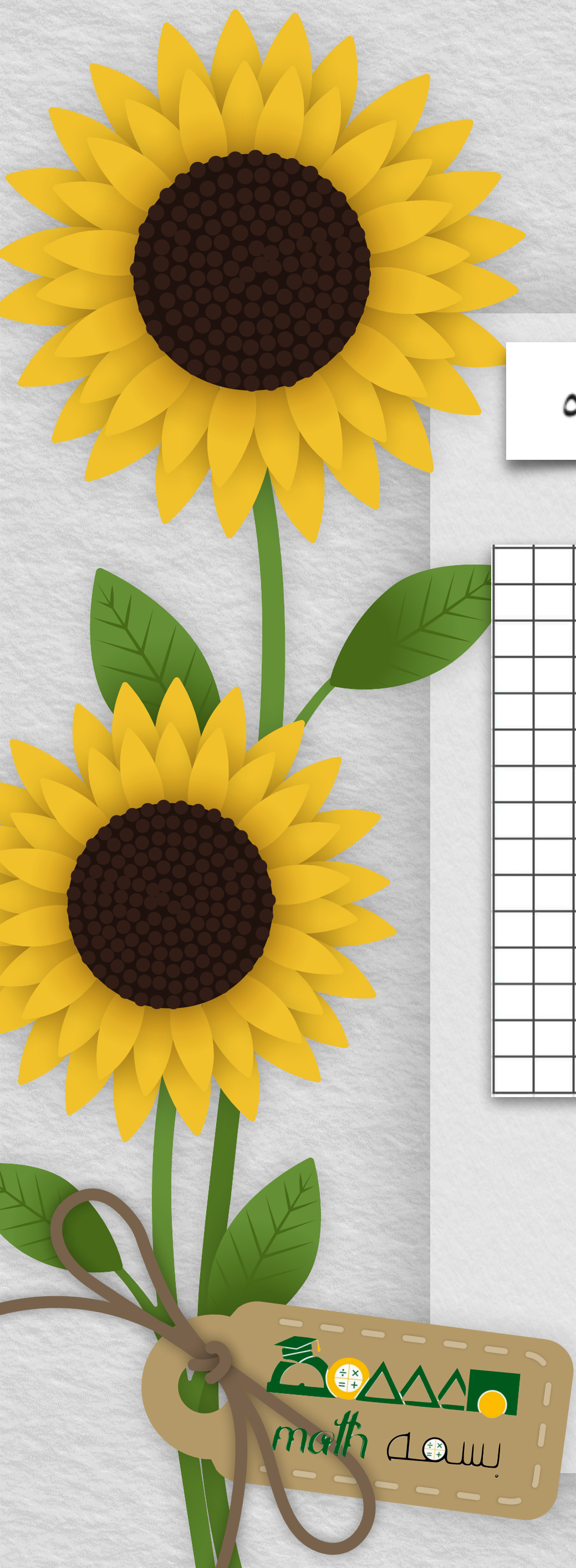
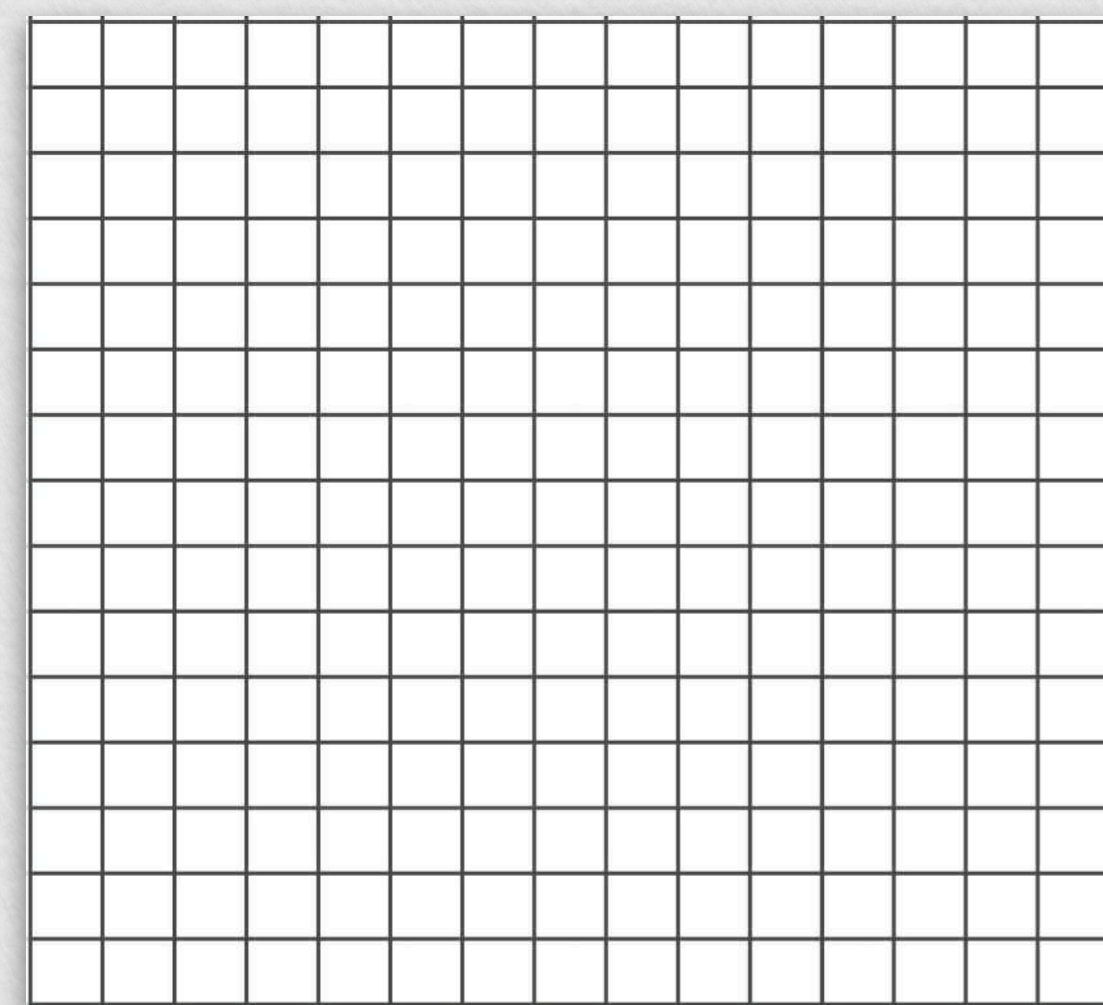
(٣) ص = ٣س^٢ - ٦س - ٥

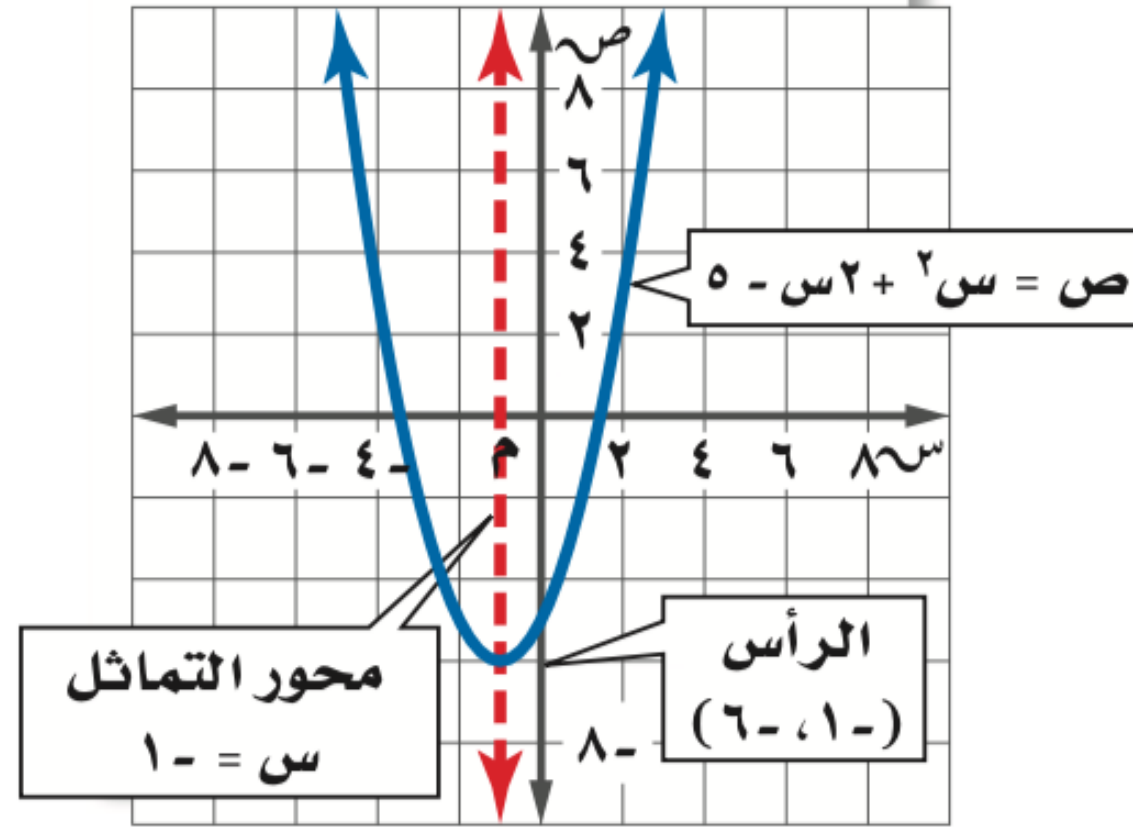


(٢) ص = ٢س^٢ + ٢س - ١



(١) ص = ٢س^٢ + ٤س - ٦





الأشكال **المتماثلة** هي تلك الأشكال التي يكون نصفها متطابقين تمامًا. فالقطع المكافئ هو شكل متماثل وله محور تماثل، وكل نقطة في نصف القطع إلى يسار محور التماثل تقابلها نقطة في النصف الآخر له.

ومن الأسهل عادة تحديد الرأس أولاً عند إيجاد الخصائص من التمثيل البياني، والذي يمثل إما نقطة عظمى أو نقطة صغرى للقطع.

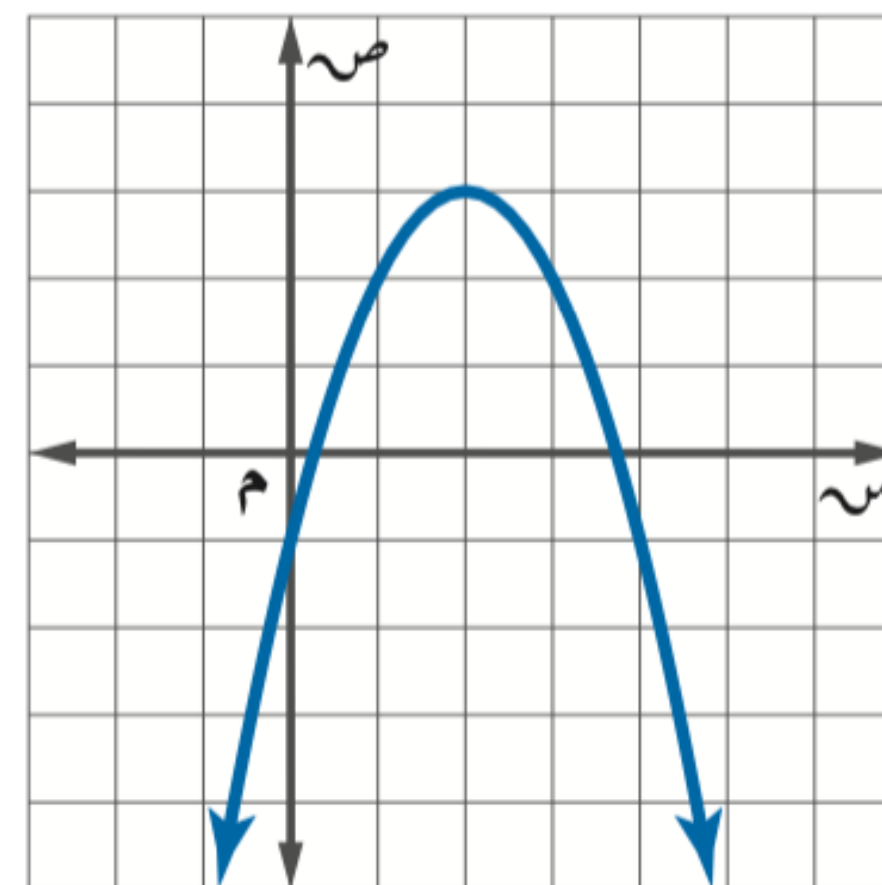


مثال ٢ : تحديد خصائص القطع المكافئ من تمثيله البياني

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للتمثيل البياني الآتي:

الخطوة ١ : أوجد الرأس.

بما أن القطع المكافئ مفتوح إلى أسفل فالرأس يمثل
النقطة العظمى له وهي $(٣, ٢)$.



الخطوة ٢ : أوجد محور التماثل.

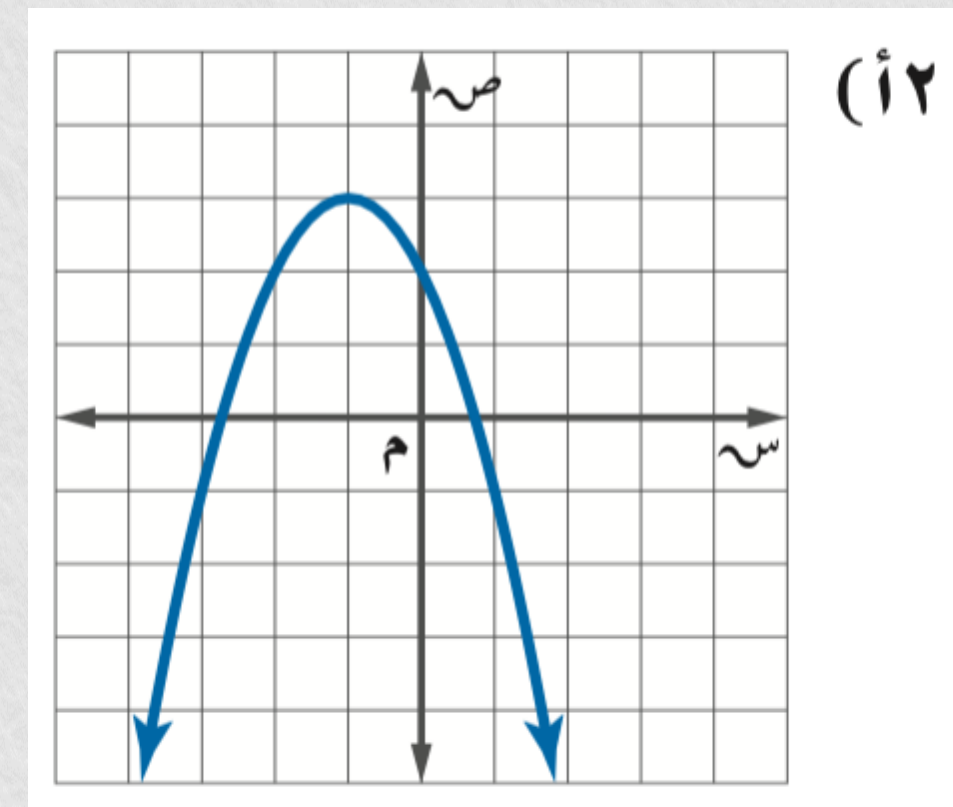
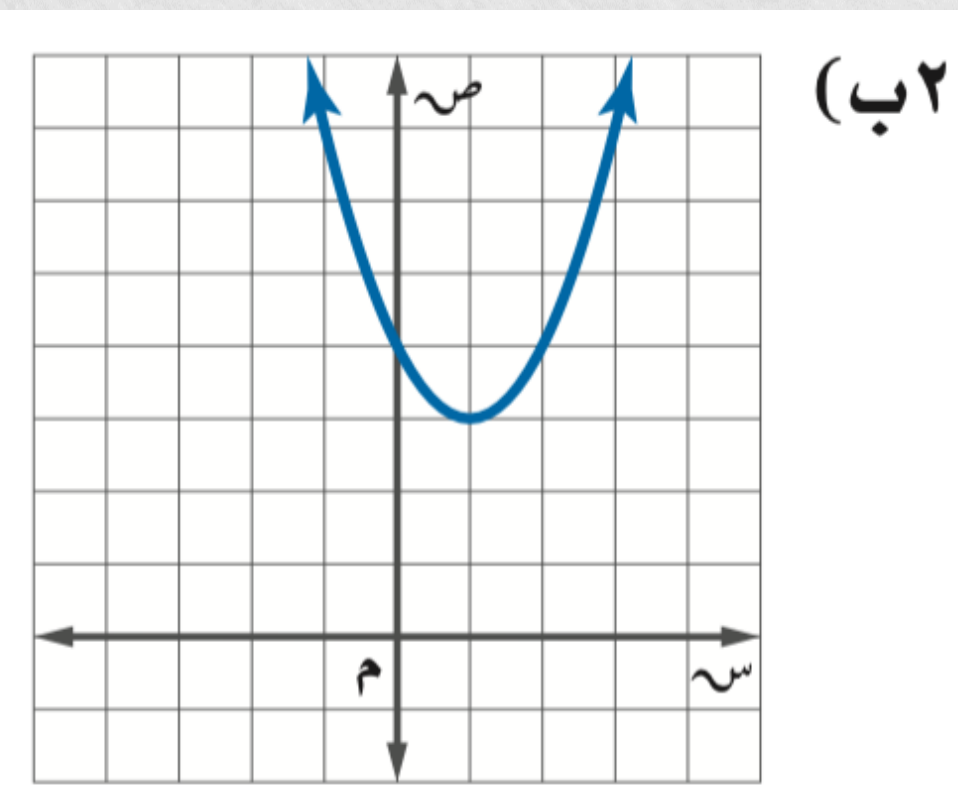
بما أن محور التماثل هو المستقيم الذي يمر بالرأس،
ويقسم القطع إلى نصفين متطابقين؛ لذا تكون معادلة
محور التماثل هي $س = ٣$.

الخطوة ٣ : أوجد المقطع الصادي.

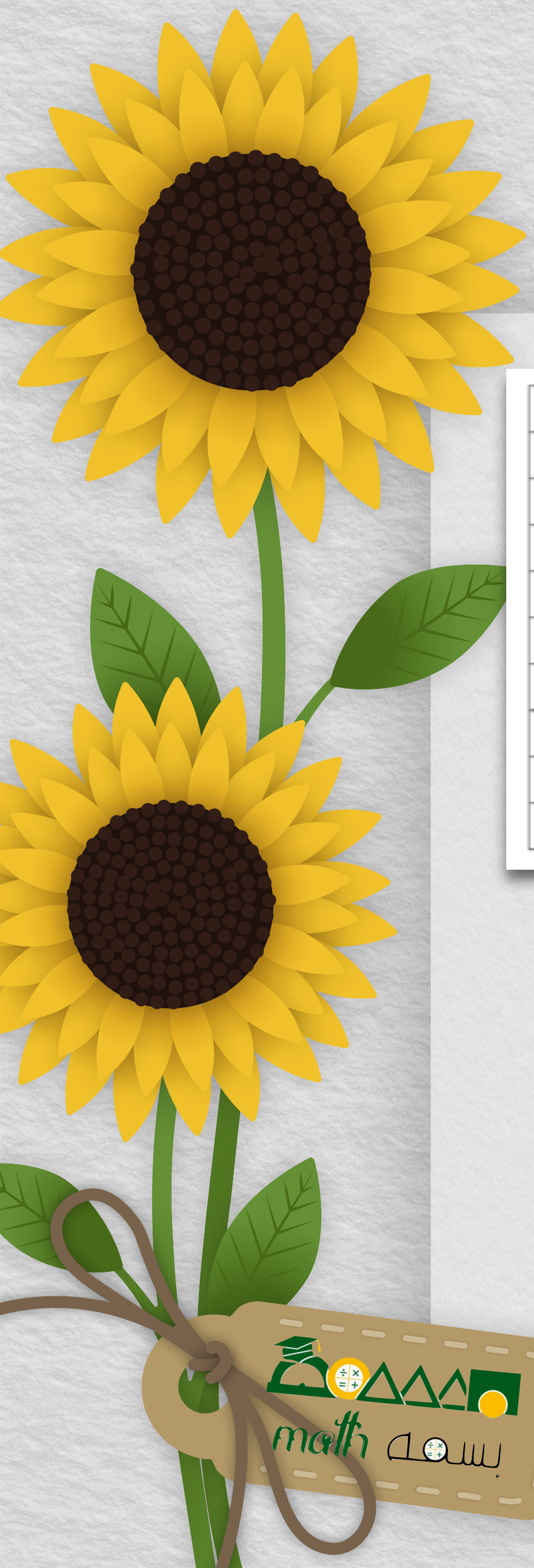
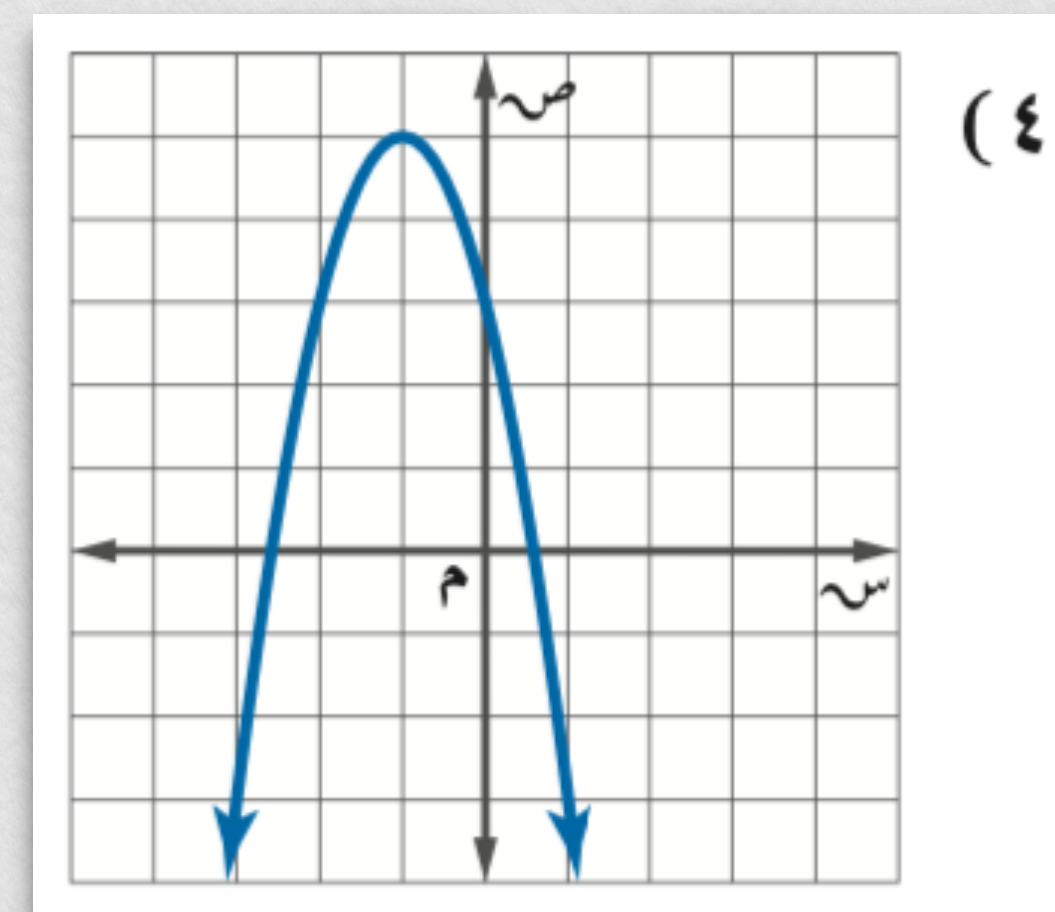
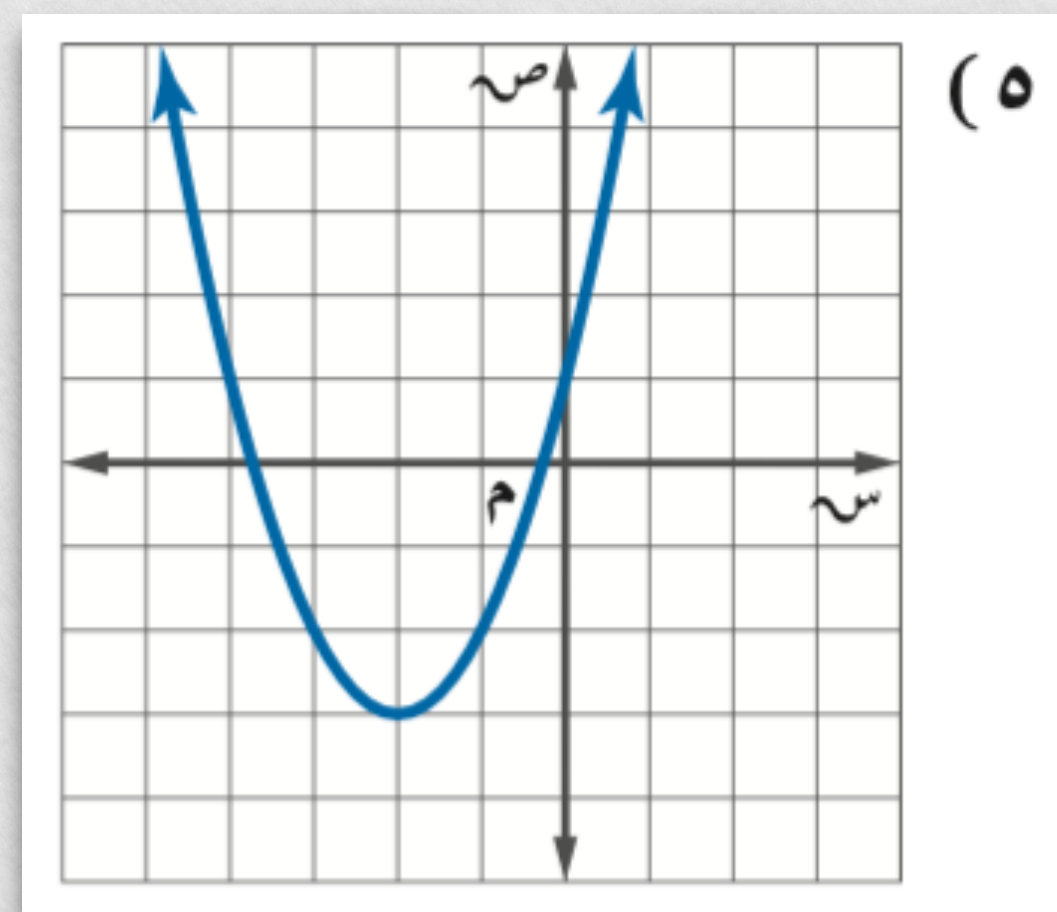
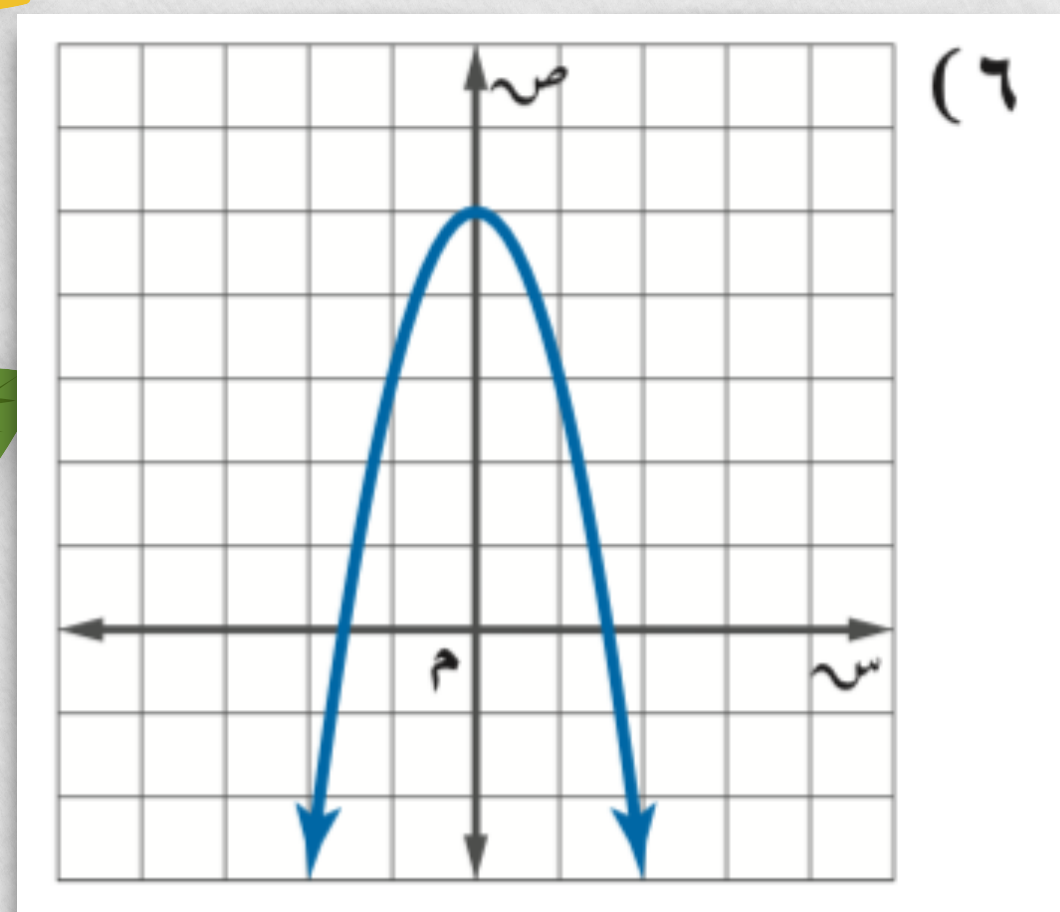
بما أن المقطع الصادي هو النقطة التي يتقاطع فيها
القطع المكافئ مع محور الصادات، وهي النقطة
 $(٠, -١)$ ؛ لذا يكون المقطع الصادي هو -١ .



تحقق من فهمك



تأكد

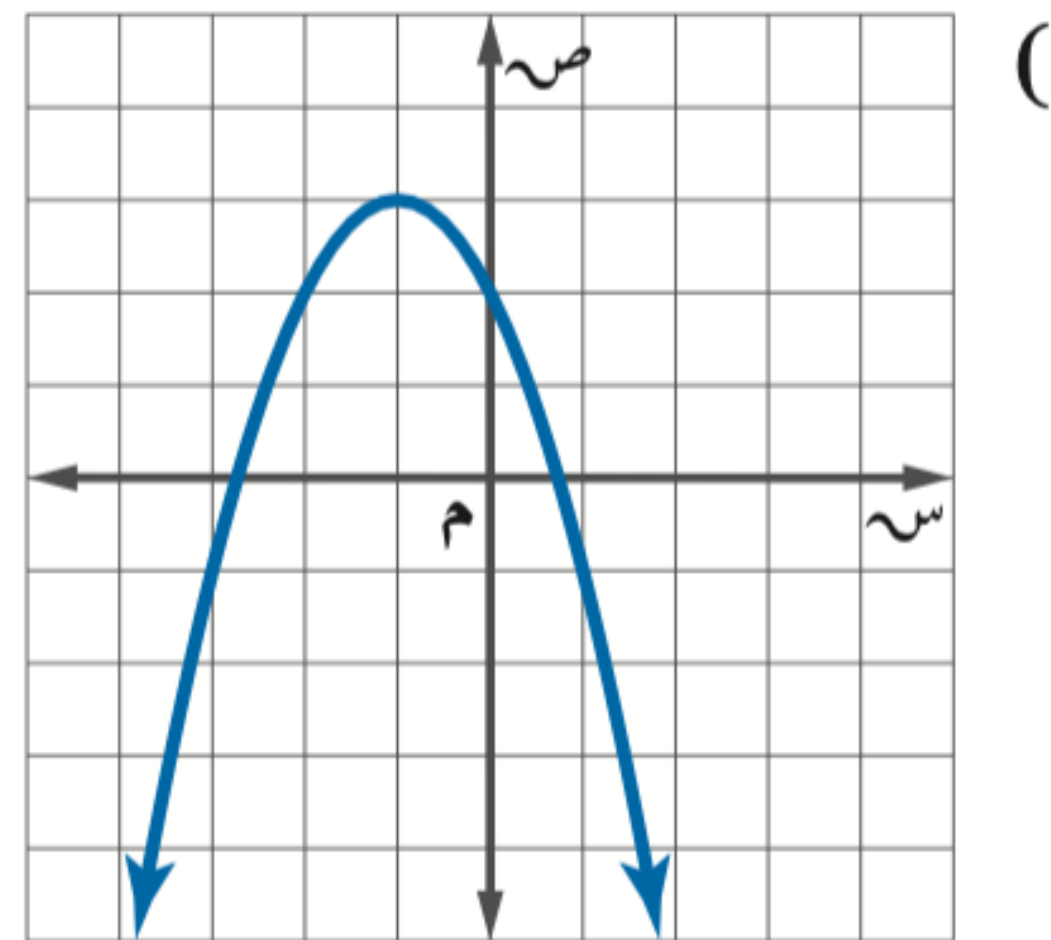
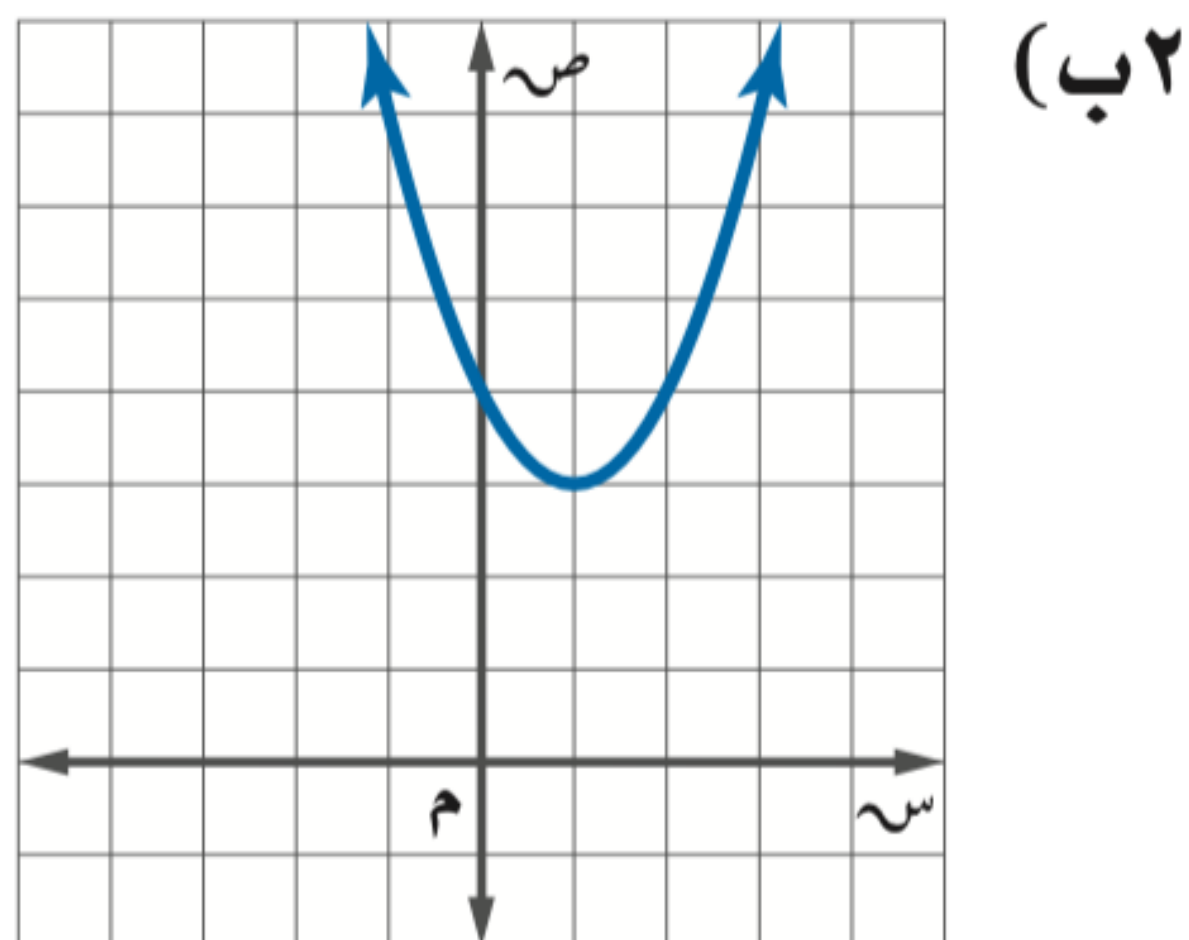


مثال ٣ : تحديد خصائص القطع المكافئ من قاعدة دالته

الخطوة ٣ : أوجد المقطع الصادي.

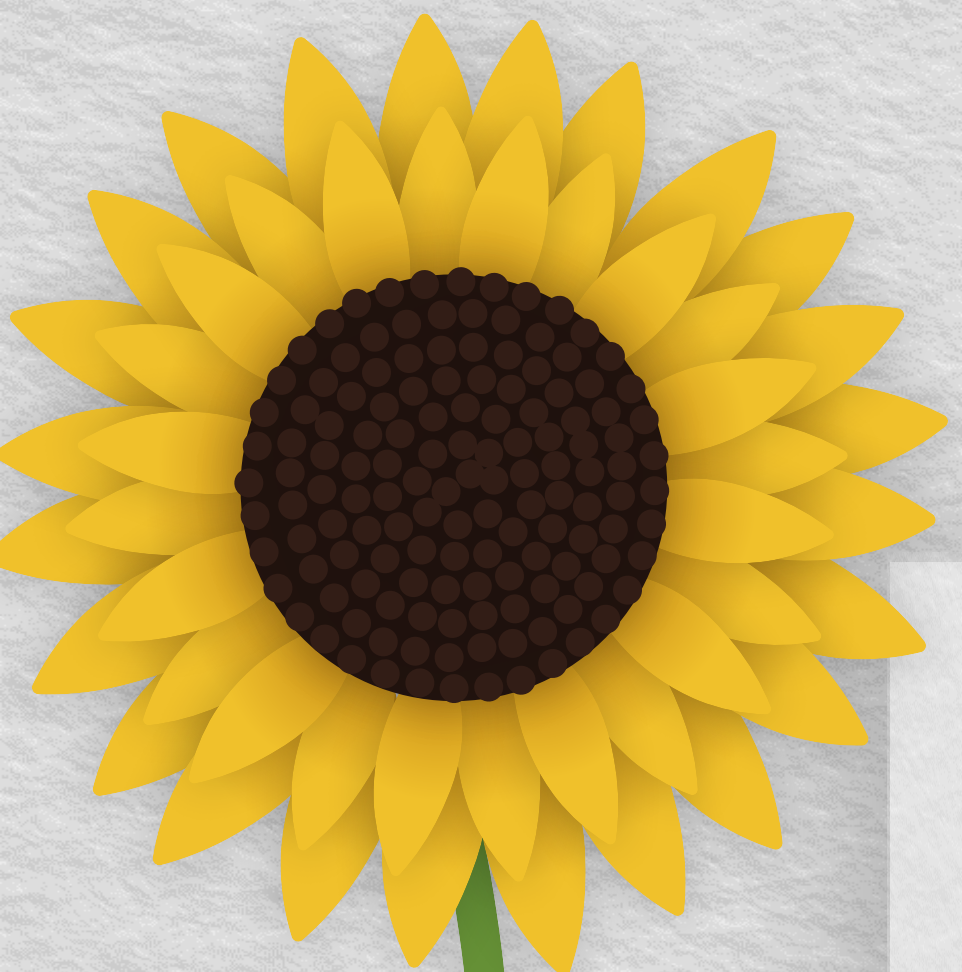
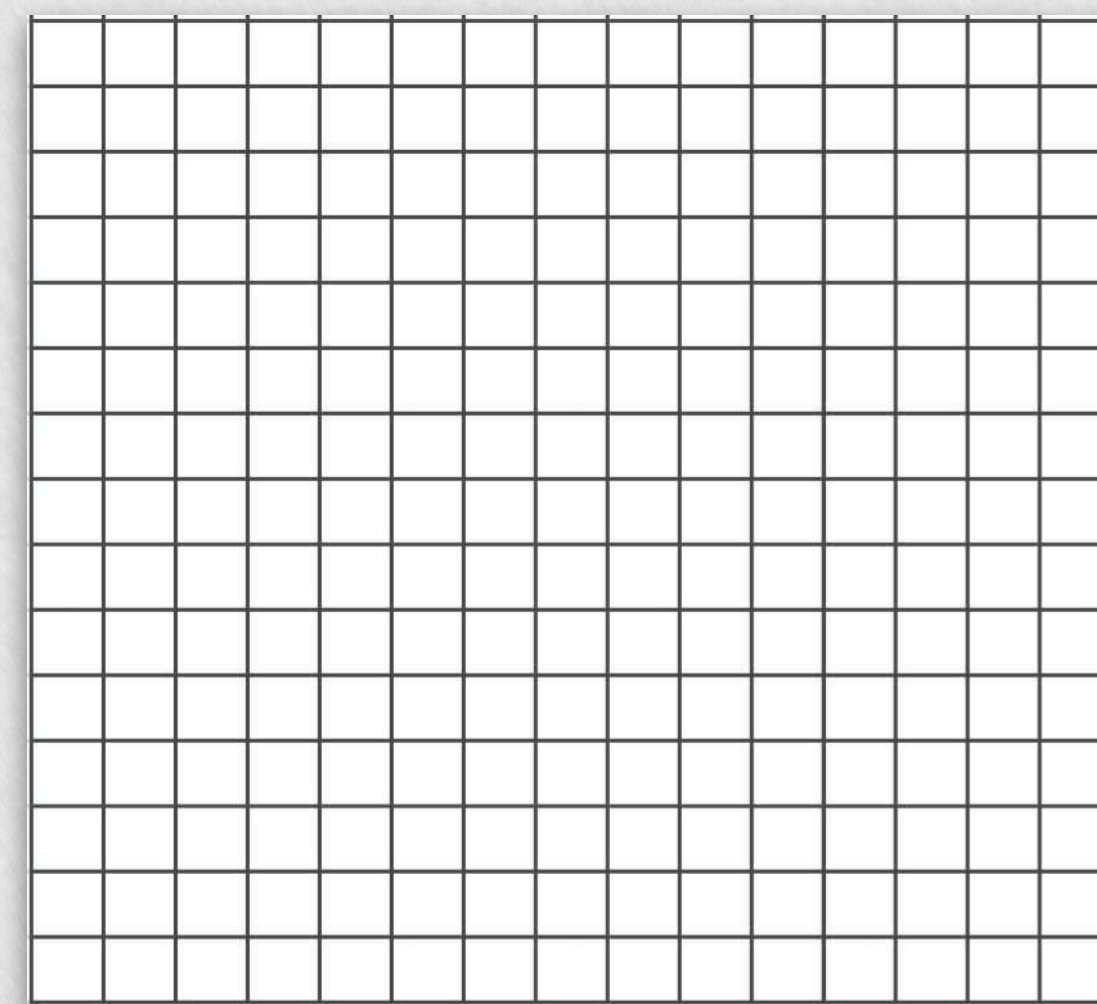
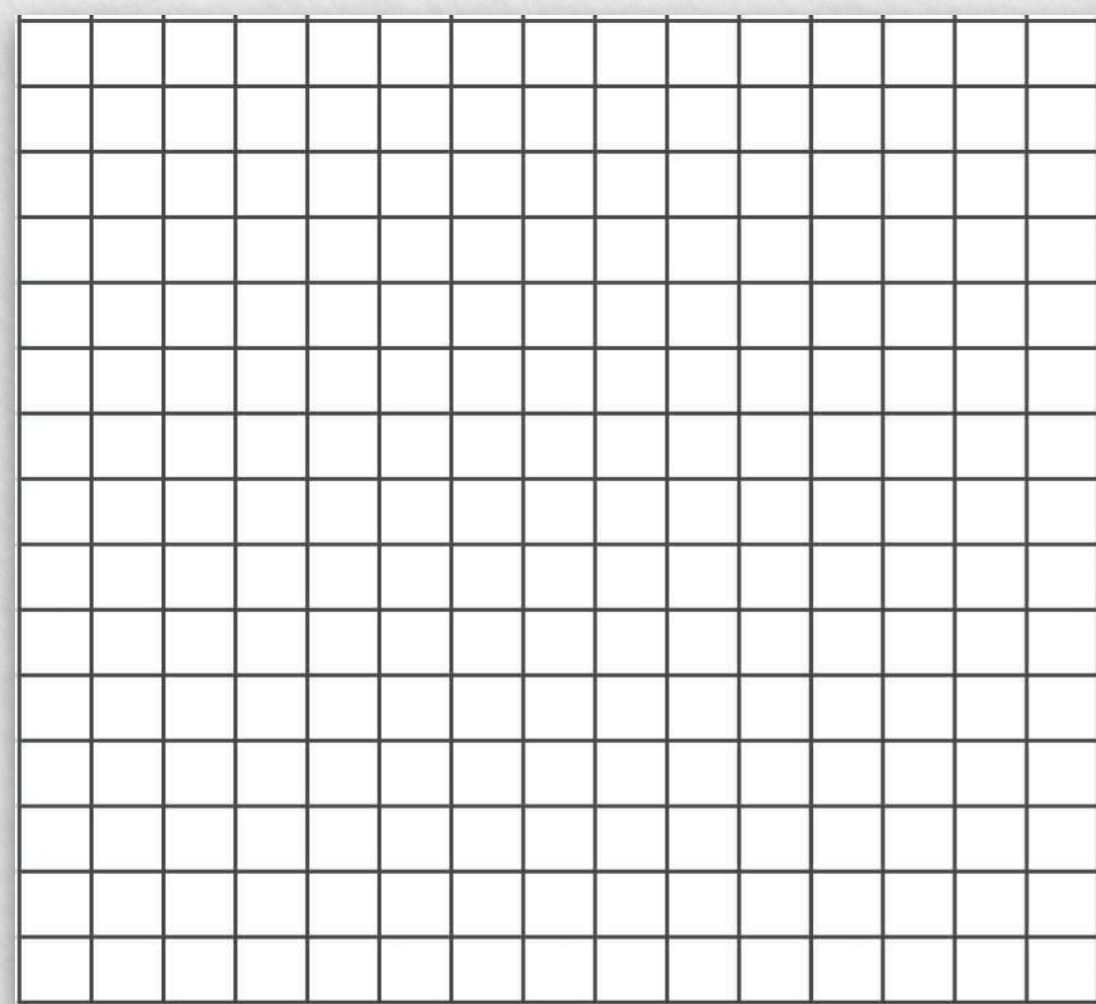
بما أن المقطع الصادي هو النقطة التي يتقاطع فيها
القطع المكافئ مع محور الصادات، وهي النقطة
 $(٠, ١)$ ؛ لذا يكون المقطع الصادي هو -١ .

تق من فهمك



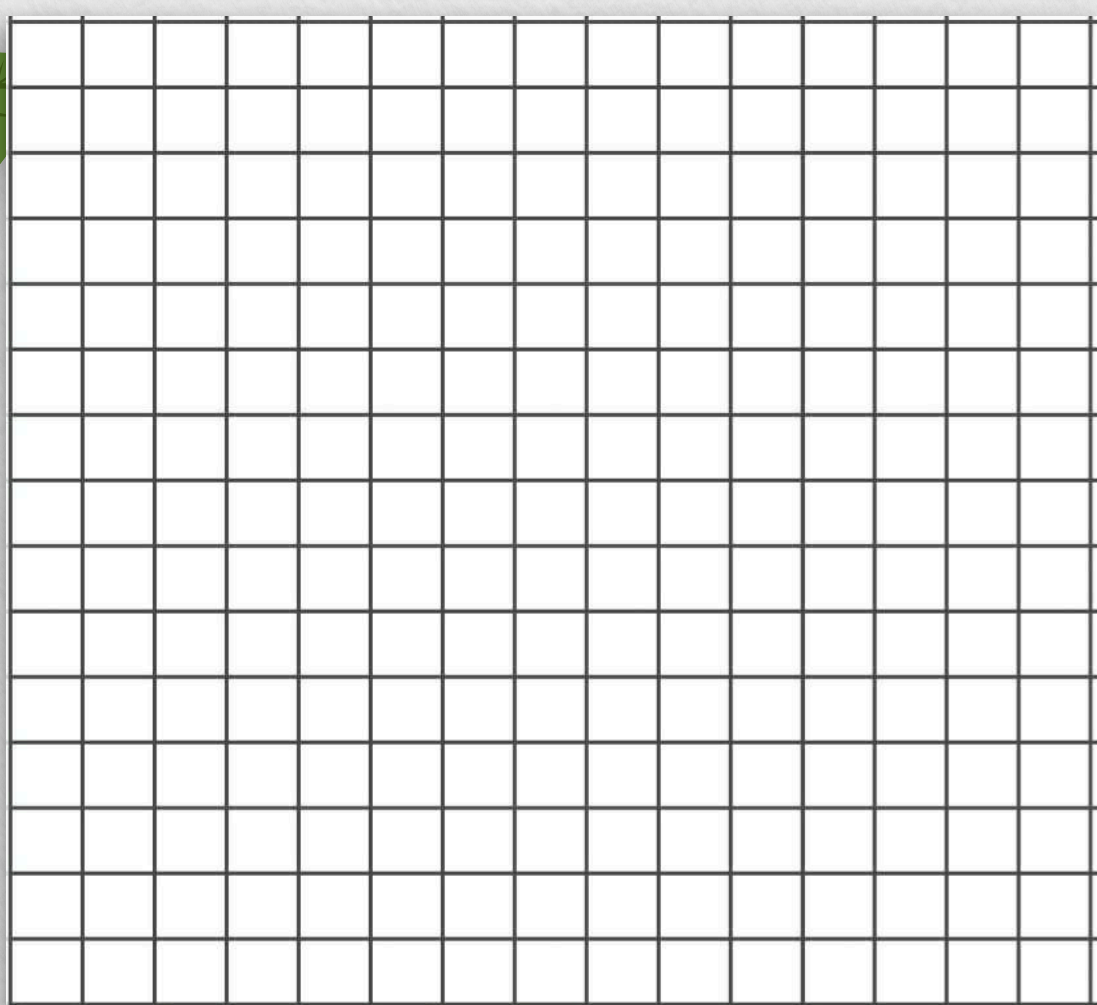
تحقق من فهمك

أوجد الرأس.

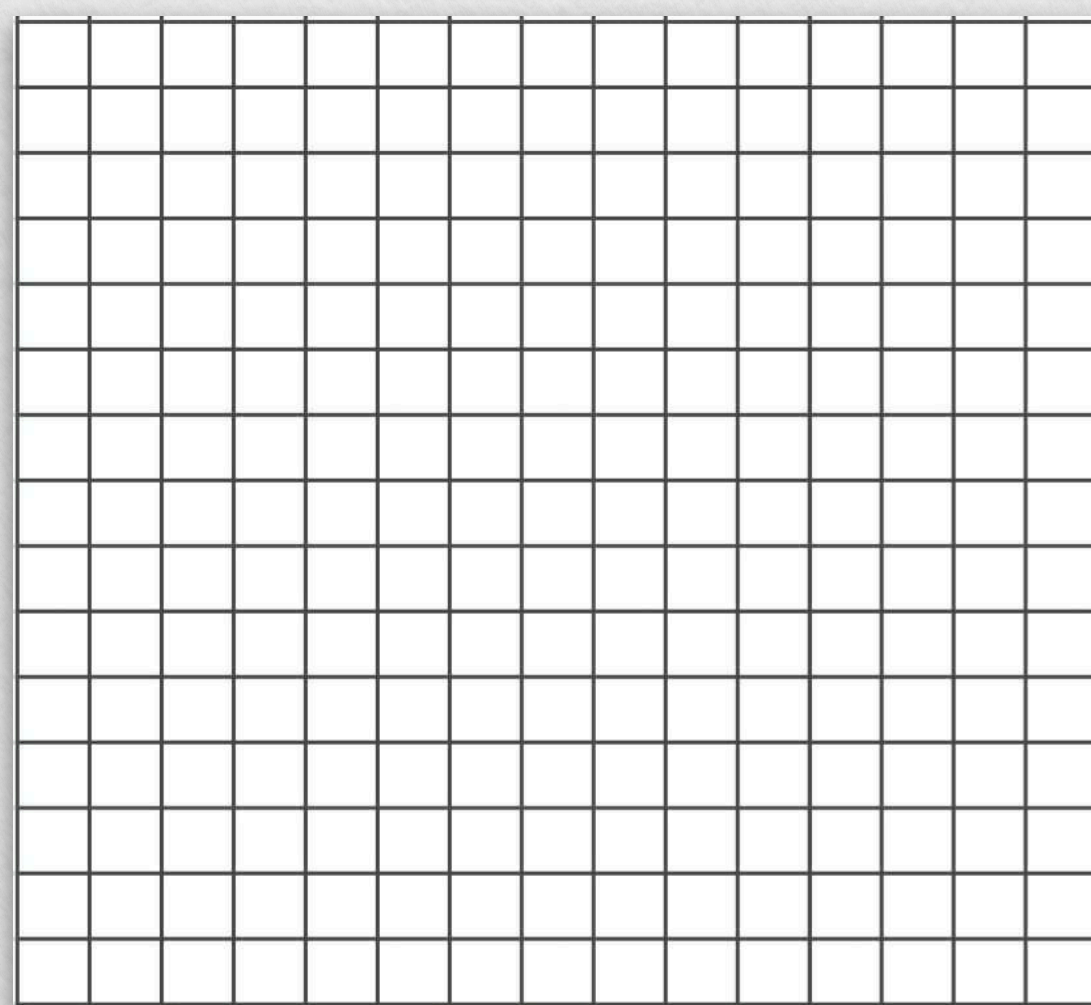


تأكد

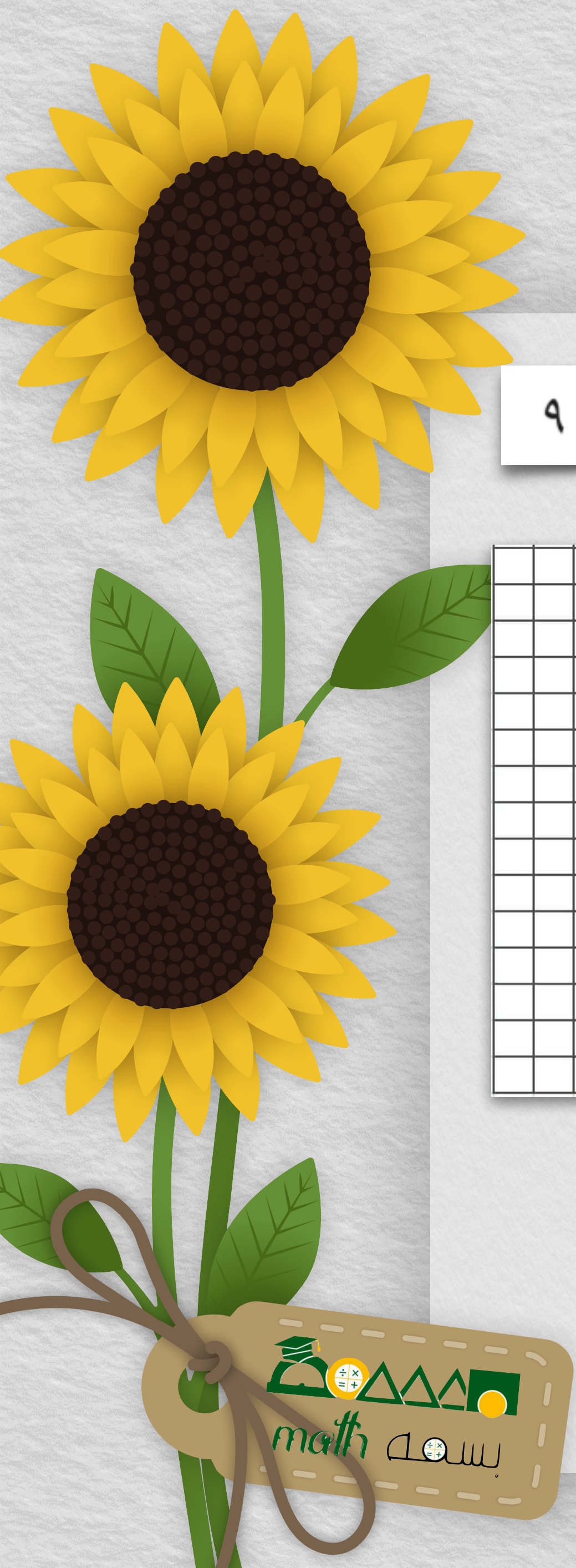
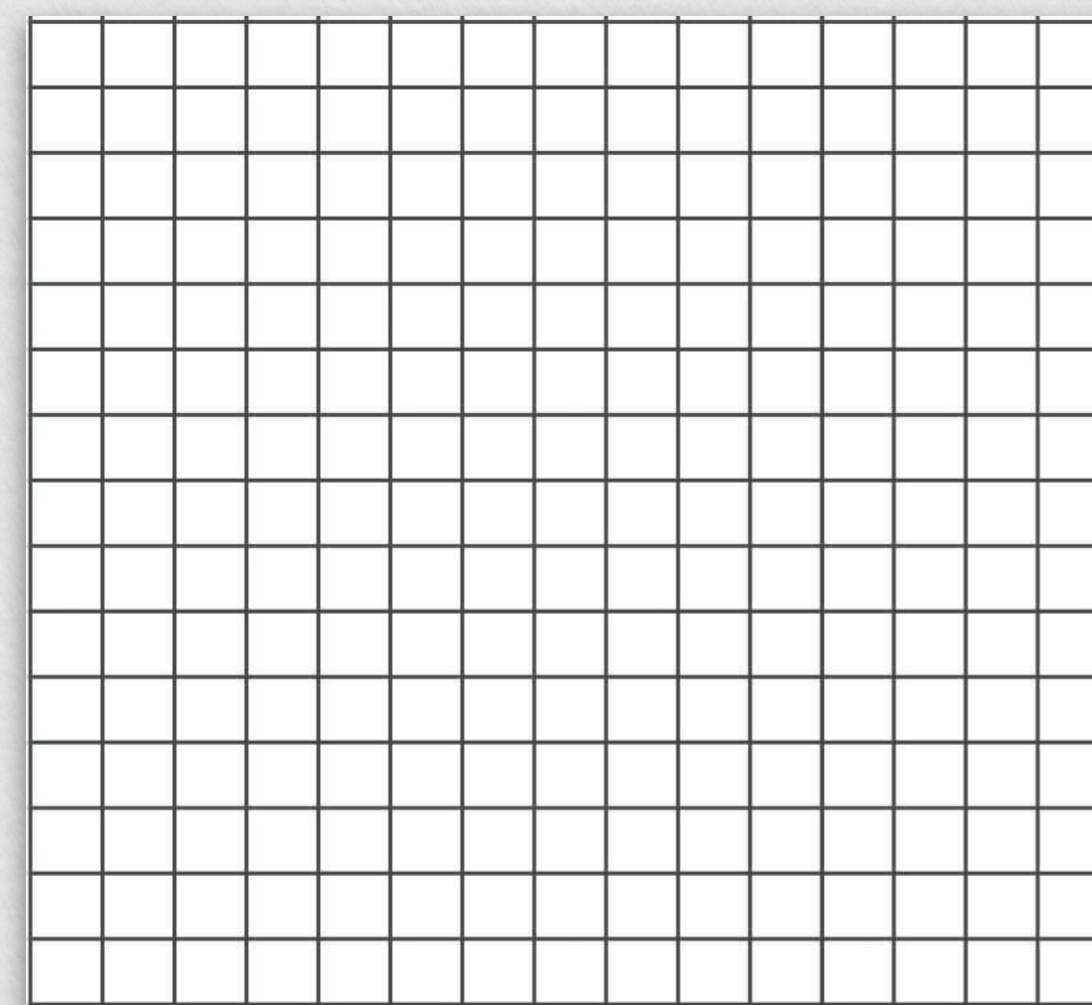
(٩) ص = ٤س - ٨س + ٩



(٨) ص = ٢س - ٤س + ٥



(٧) ص = -٢س + ٢س + ١





استراتيجية العين الفاحصة

مقطع يوتيوب





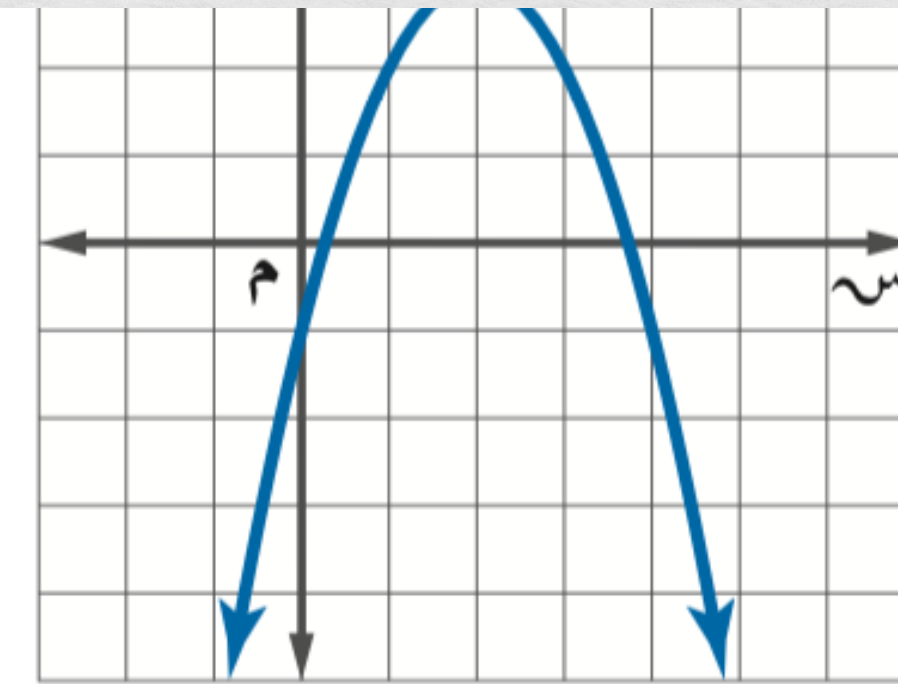
النقطة العظمى له وهي (٣، ٢).

الخطوة ٢: أوجد محور التماثل.

بما أن محور التماثل هو المستقيم الذي يمر بالرأس،
ويقسم القطع إلى نصفين متطابقين؛ لذا تكون معادلة
محور التماثل هي $s = 2$.

الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي.

بما أن المقطع الصادي هو النقطة التي يتقاطع فيها
القطع المكافئ مع محور الصادات، وهي النقطة
(٠، -١)؛ لذا يكون المقطع الصادي هو -١.



تحقق من فهمك





مفهوم أساسي

القيم العظمى والقيم الصغرى

أضف إلى

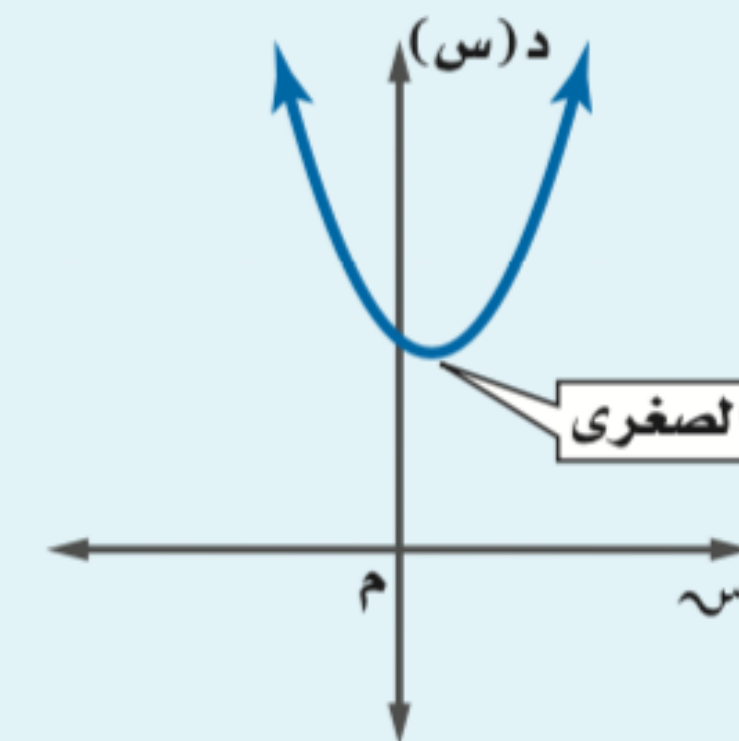
مطويتك

التعبير اللفظي: يكون التمثيل البياني للدالة: $D(s) = As^2 + Bs + C$ ، حيث $A \neq 0$:

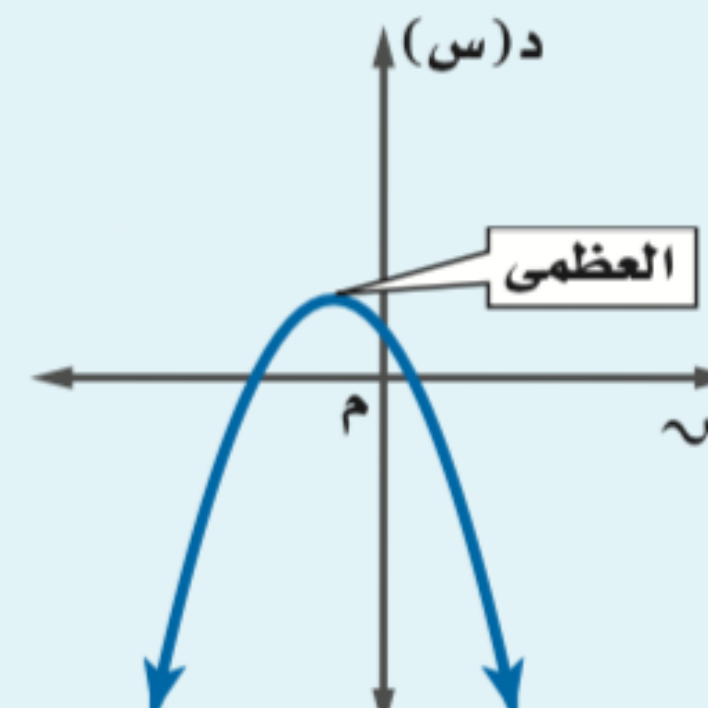
- مفتوحًا إلى أعلى وله قيمة صغرى عندما $A > 0$
- مفتوحًا إلى أسفل وله قيمة عظمى عندما $A < 0$
- مدى الدالة التربيعية هو جميع الأعداد الحقيقية التي تزيد على أو تساوي القيمة الصغرى إذا كانت $A > 0$ ، أو جميع الأعداد الحقيقية التي تقل عن أو تساوي القيمة العظمى إذا كانت $A < 0$.

مثال:

أ موجبة



أ سالبة



تنبيه !

القيم الصغرى والقيم

العظمى

لا تنسَ إيجاد كلا الإحداثيين السيني والصادي للرأس (s, v) ، حيث إن القيمة الصغرى أو القيمة العظمى تمثل الإحداثي الصادي له.

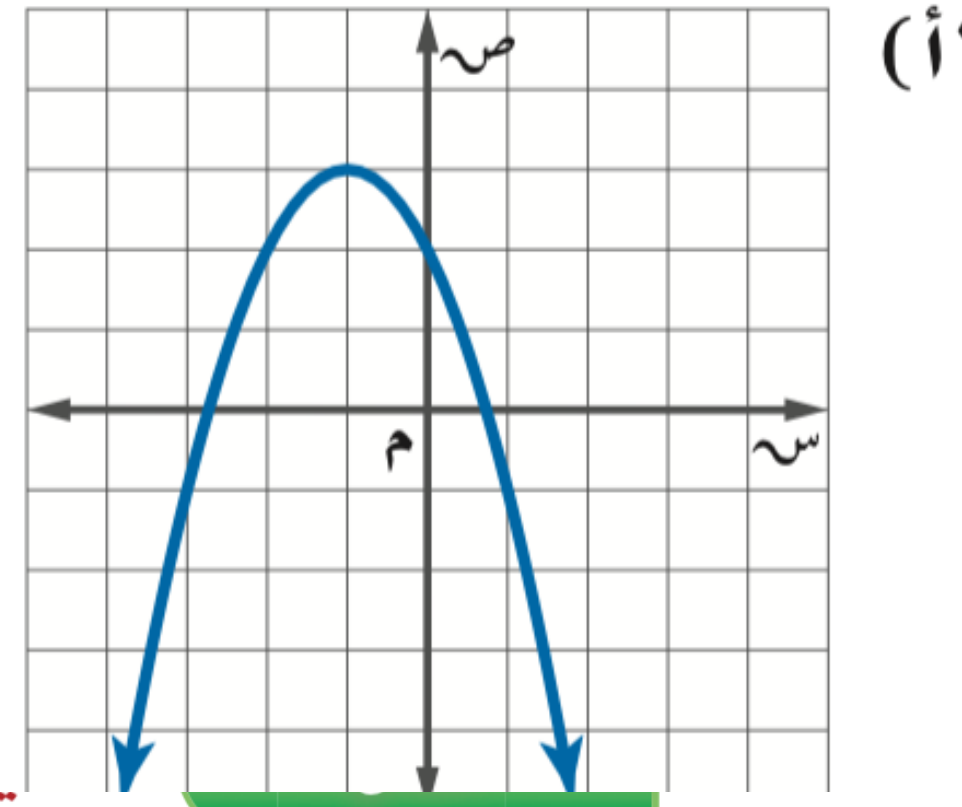
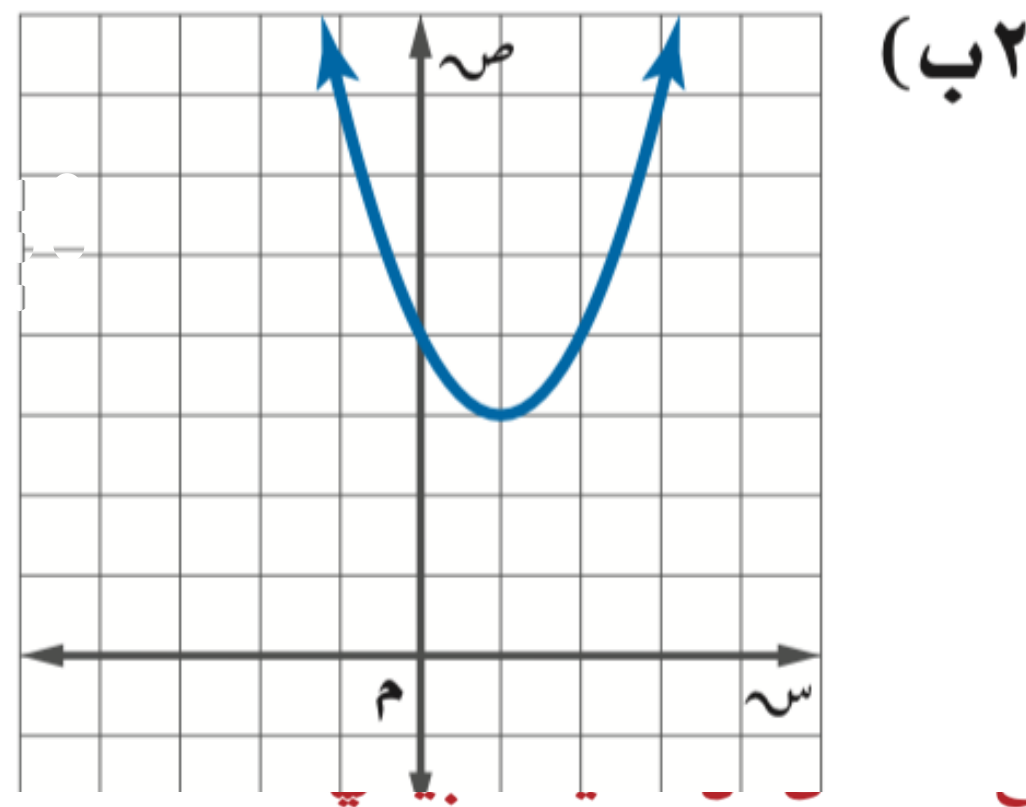
مثال ٤ : القيم العظمى والقيم الصغرى

ويقسم القطع إلى نصفين متطابقين؛ لذا تكون معادلات
محاور التماثل هي $s = 2$.

الخطوة ٣ : أوجد المقطع الصادي.

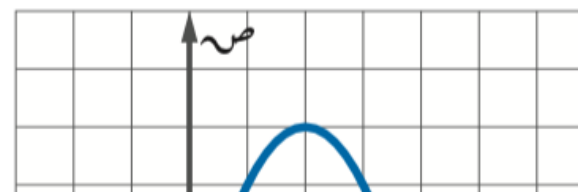
بما أن المقطع الصادي هو النقطة التي يتقاطع فيها
القطع المكافئ مع محور الصادات، وهي النقطة
(٠، ١)؛ لذا يكون المقطع الصادي هو -١.

تحقق من فهمك

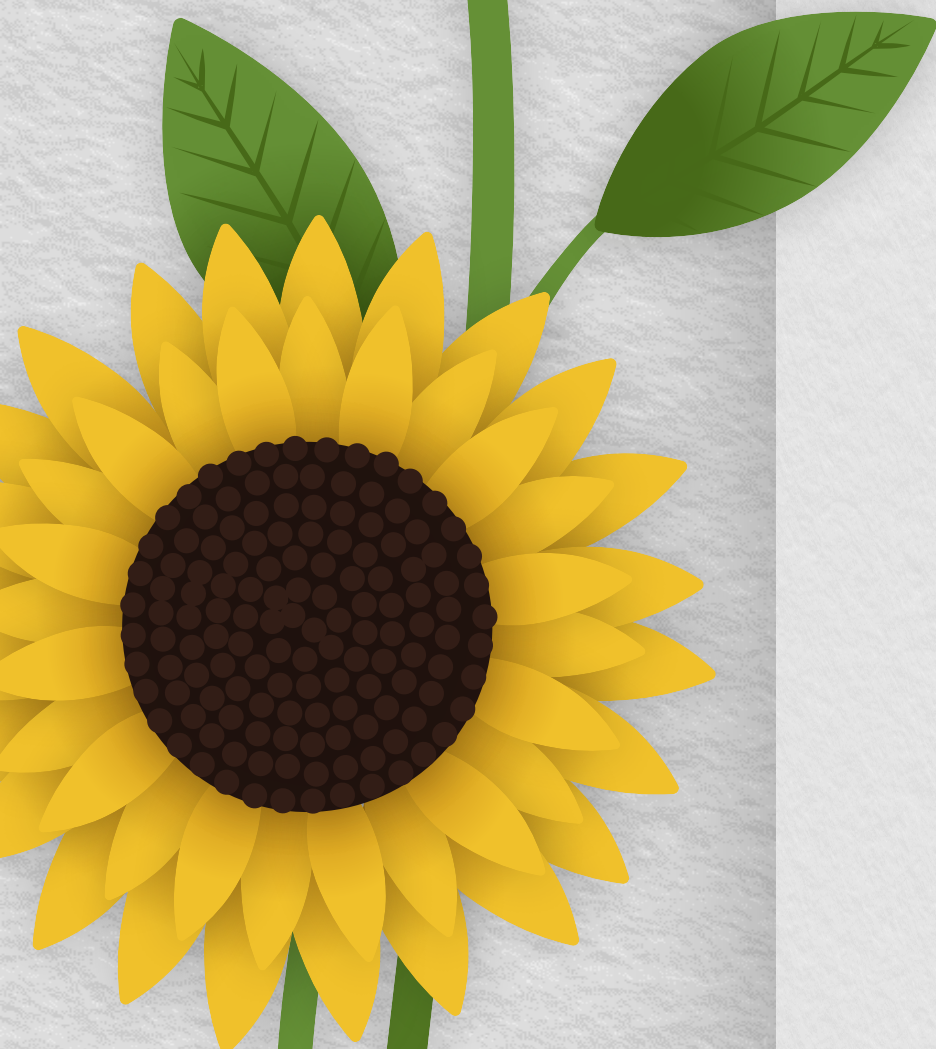


أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للتمثيل البياني الآتي:
الخطوة ١ : أوجد الرأس.

بما أن القطع المكافئ مفتوح إلى أسفل فالرأس يمثل



تحقق من فهمك

[illegible]

محو

محو

ويقسم

[illegible]

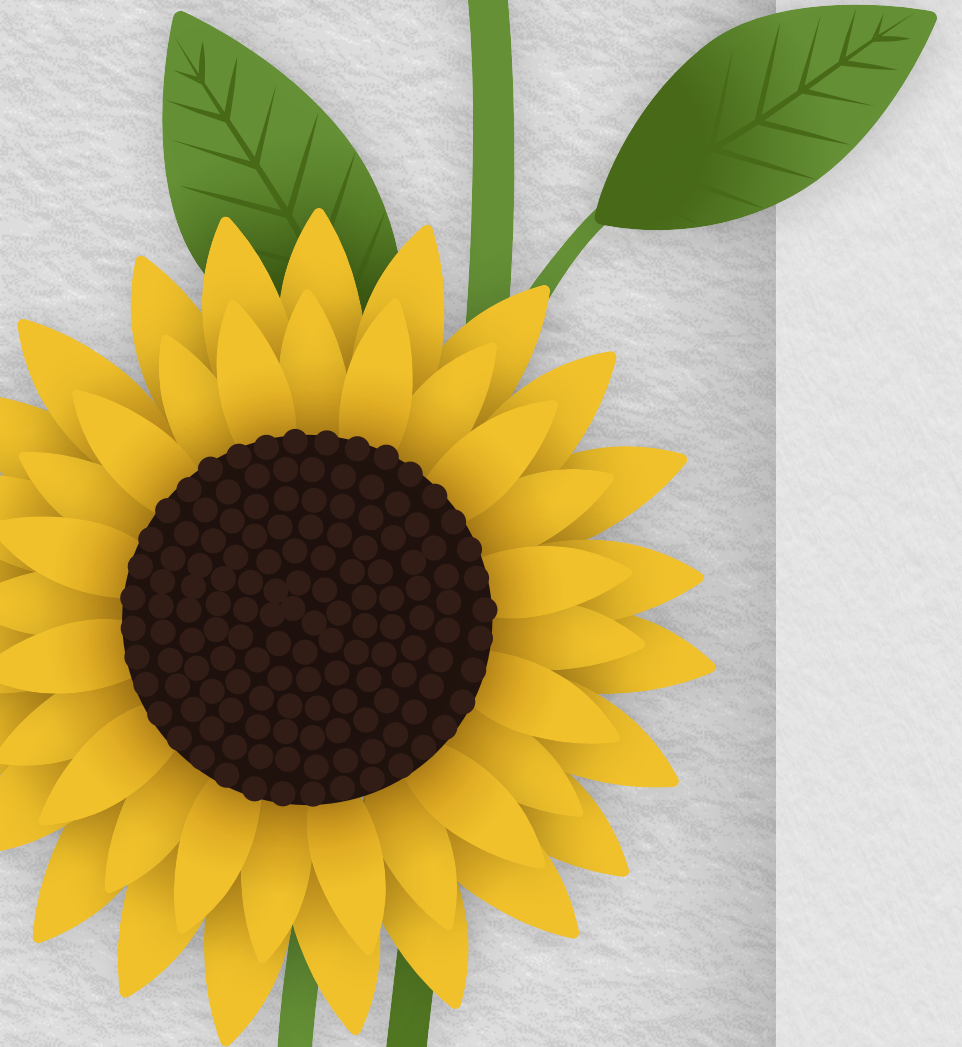
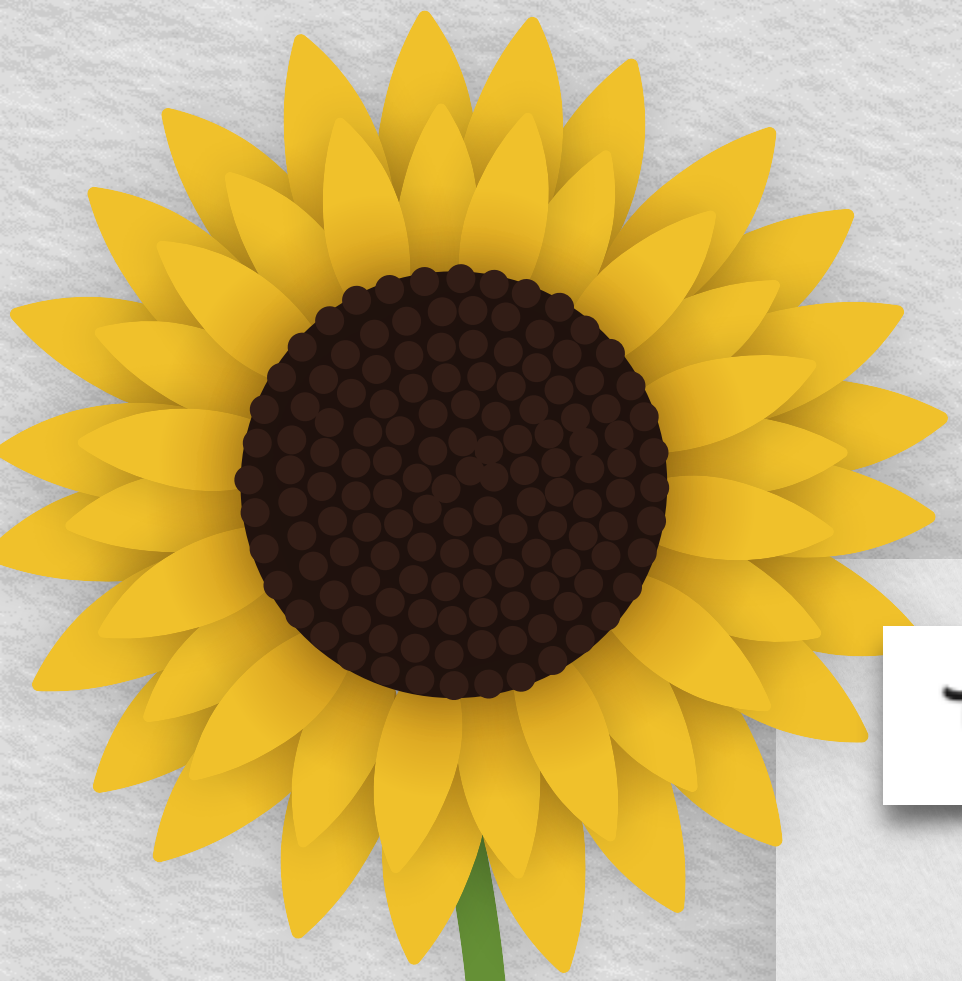
تأكد

- (أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة صغرى أم قيمة عظمى.
(ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى.
(ج) حدّد مجال الدالة ومداها.

$$(١٢) \text{ ص } = -٢س^٢ + ٨س - ٦$$

$$(١١) \text{ ص } = -٣س^٢ + ٦س + ٣$$

$$(١٠) \text{ ص } = -س^٢ - ٢س + ٢$$





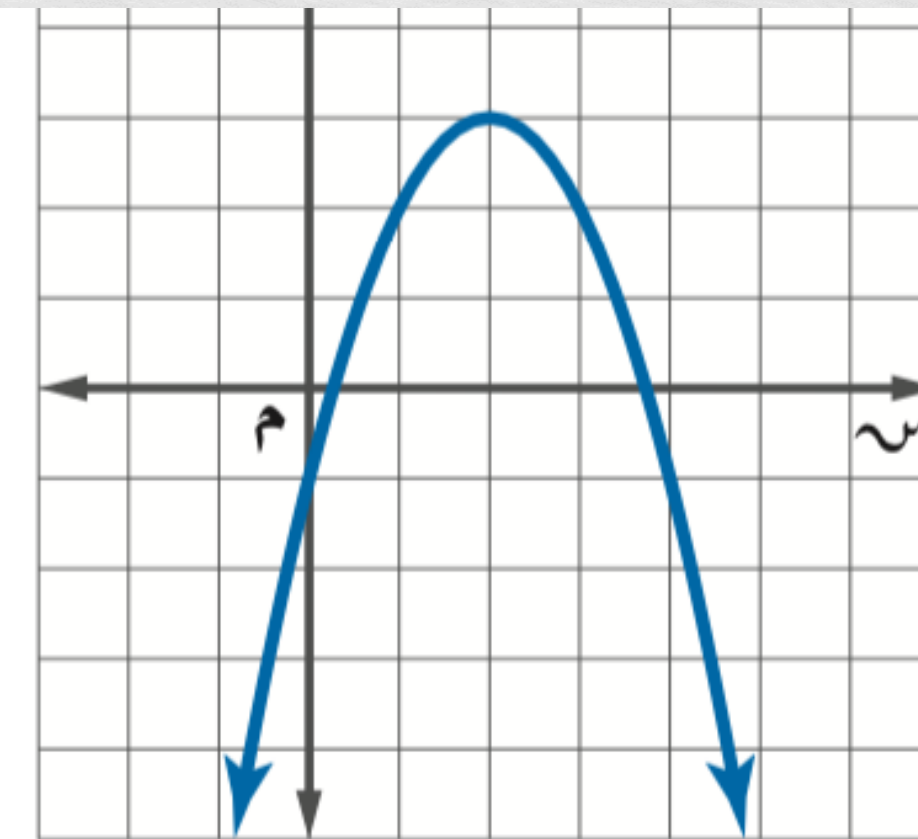
بما أن القطع المكافئ مفتوح إلى أسفل فالرأس يمثل
النقطة العظمى له وهي $(2, 3)$.

الخطوة ٢: أوجد محور التماثل.

بما أن محور التماثل هو المستقيم الذي يمر بالرأس،
ويقسم القطع إلى نصفين متطابقين؛ لذا تكون معادلة
محور التماثل هي $s = 2$.

الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي.

بما أن المقطع الصادي هو النقطة التي يتقاطع فيها
القطع المكافئ مع محور الصادات، وهي النقطة
 $(0, -1)$ ؛ لذا يكون المقطع الصادي هو -1 .



تحقق من فهمك

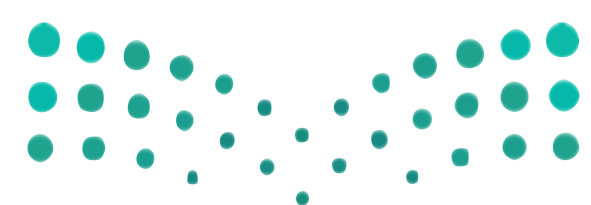


إرشادات للدراسة

التماثل والنقاط

النقاط الواقعة على
الطرفين المتقابلين لمحور
التماثل تبعد المسافة نفسها
عن المحور يميناً ويساراً،
كما تبعد بعداً متساوياً من
الرأس.

مثال ٥ : تمثيل الدوال التربيعية بيانيا



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

صيغة معادلة محور التماثل

$$أ = ١ ، ب = ٤$$

بسّط

الخطوة ٢ : أوجد الرأس، وحدّد فيما إذا كان يمثل نقطة صغرى أم عظمى.

المعادلة الأصلية

$$س = ٢ -$$

بسّط

يقع الرأس عند النقطة $(٢-، ١-)$ ، وبما أن أ موجبة، فالتمثيل يكون مفتوحاً إلى أعلى؛ لذا يمثل الرأس قيمة صغرى.

مثّل الدالة د (س) = س^٢ + ٤س + ٣ بيانياً.

الخطوة ١ : أوجد معادلة محور التماثل.

$$س = \frac{-ب}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٤}{١ \times ٢}$$

$$س = ٢ -$$

الخطوة ٢ :

$$ص = س^٢ + ٤س + ٣$$

$$= (٢-)^٢ + ٤(٢-) + ٣$$

$$= ١ -$$



مثال ٥ : تمثيل الدوال التربيعية بيانيا

الخطوة ٣ :

أوجد المقطع الصادي.

$$ص = س^٢ + ٤س + ٣$$

$$= ٣ + (٠)٤ + ٢(٠)$$

$$= ٣$$

المقطع الصادي يساوى ٣.

الخطوة ٤ :

يقسم محور التماثل القطع المكافئ إلى جزأين متطابقين،
لذا فإنه لكل نقطة على أحد الجزأين توجد نقطة تناظرها
في الجزء الآخر، وتبعد المسافة نفسها عن المستقيم الذي
يمثل محور التماثل، وللنقطتين الإحداثي الصادي نفسه

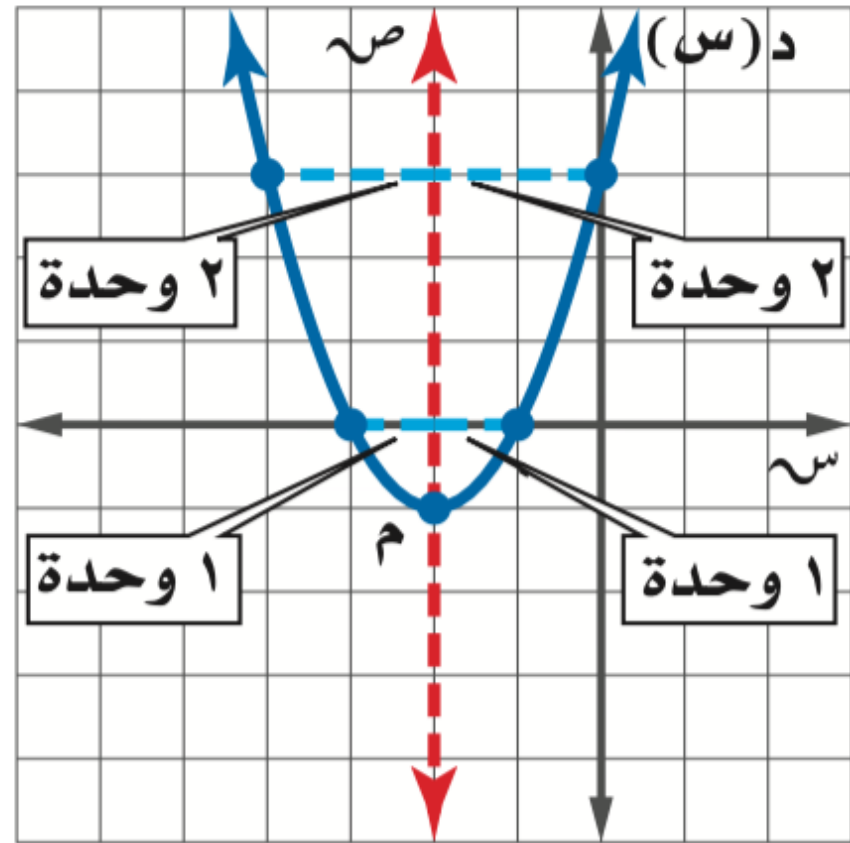
الخطوة ٥ :

صل بين النقاط بمنحنى.



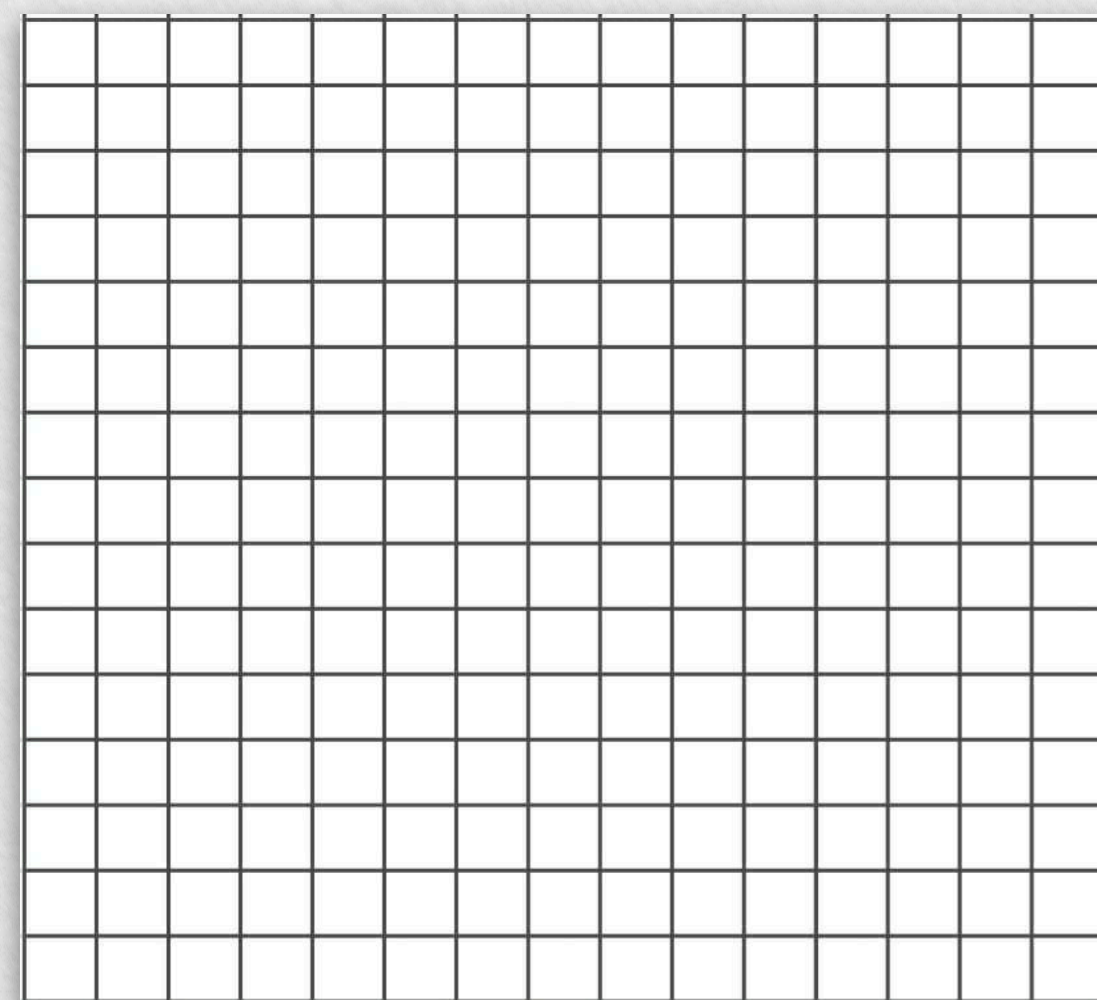
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

المعادلة الأصلية
س = ٠
بسط

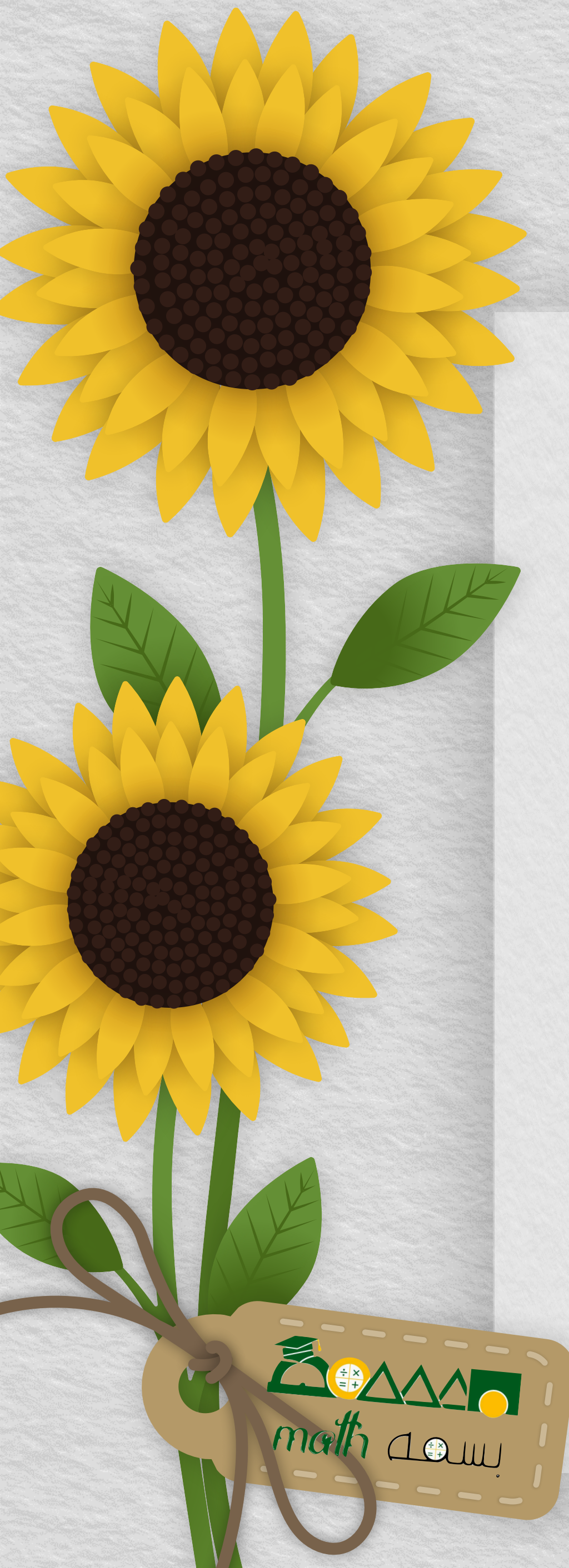
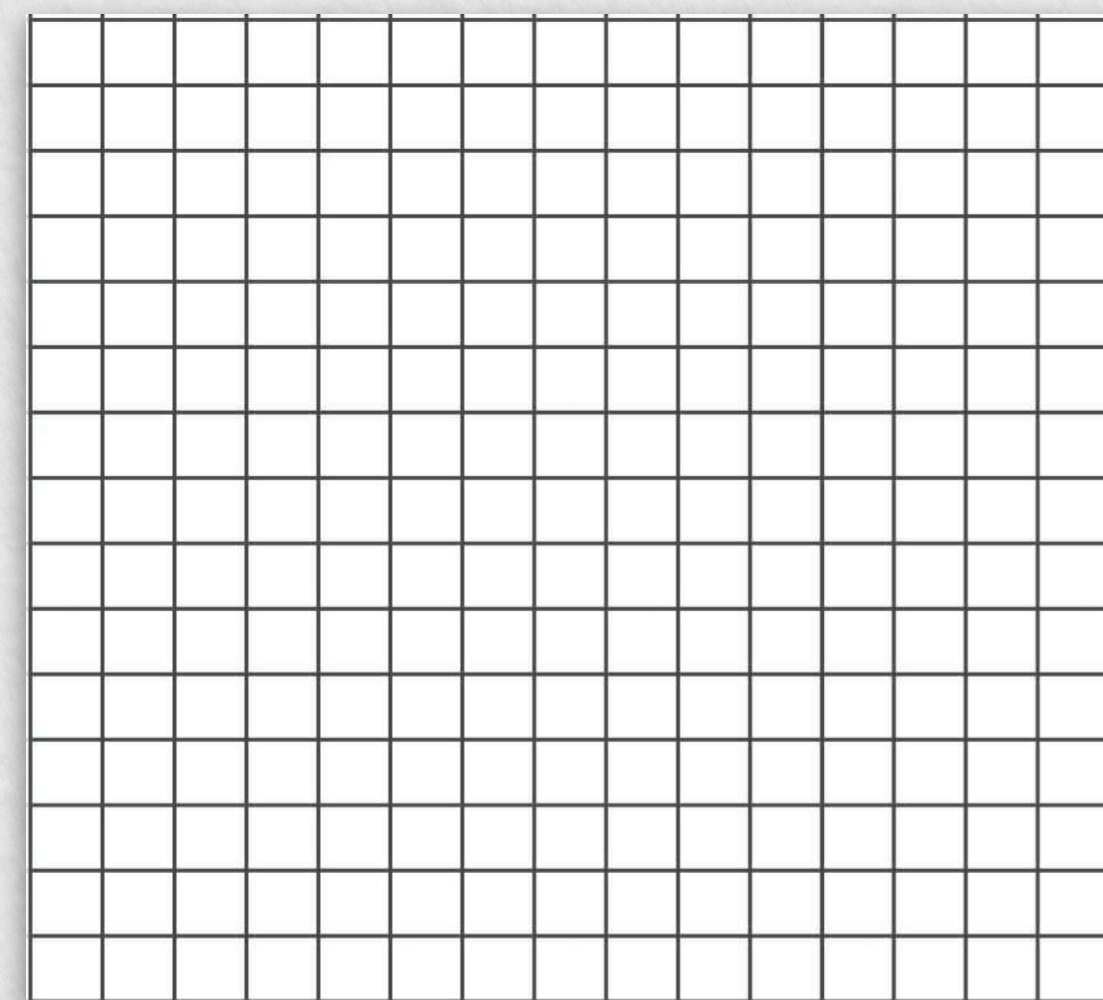


تحقق من فهمك

٥ب) د(س) = ٣س^٢ - ٦س + ٢

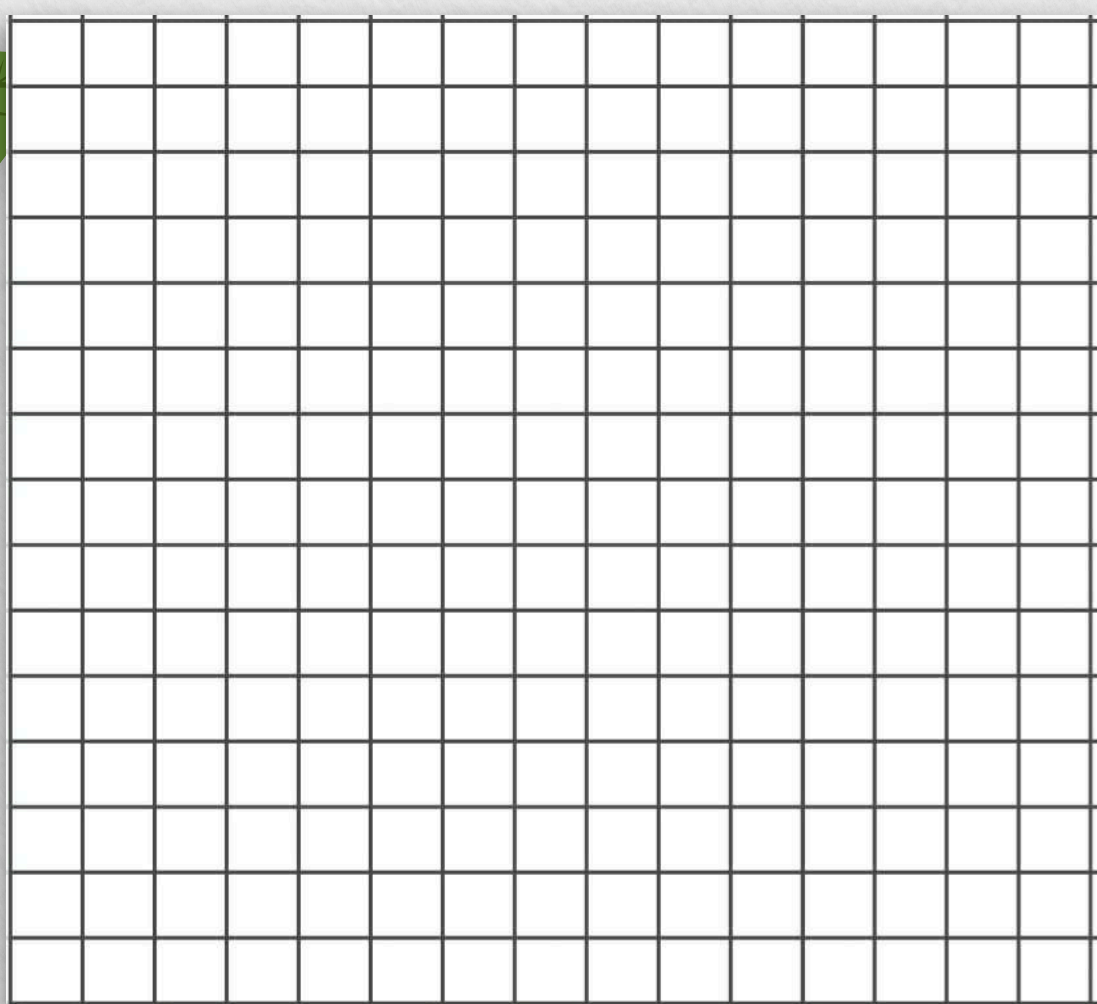


١٥) د(س) = -٢س^٢ + ٢س - ١

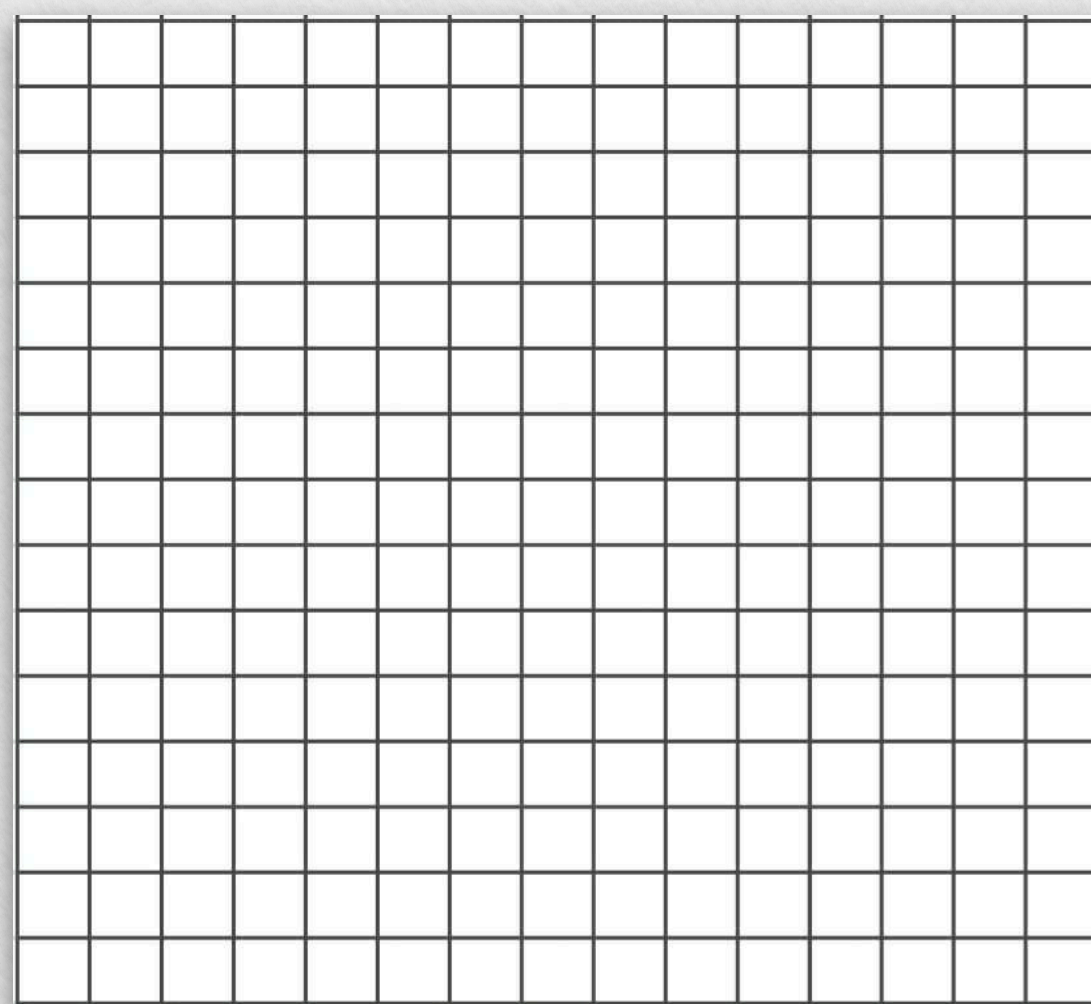


تأكد

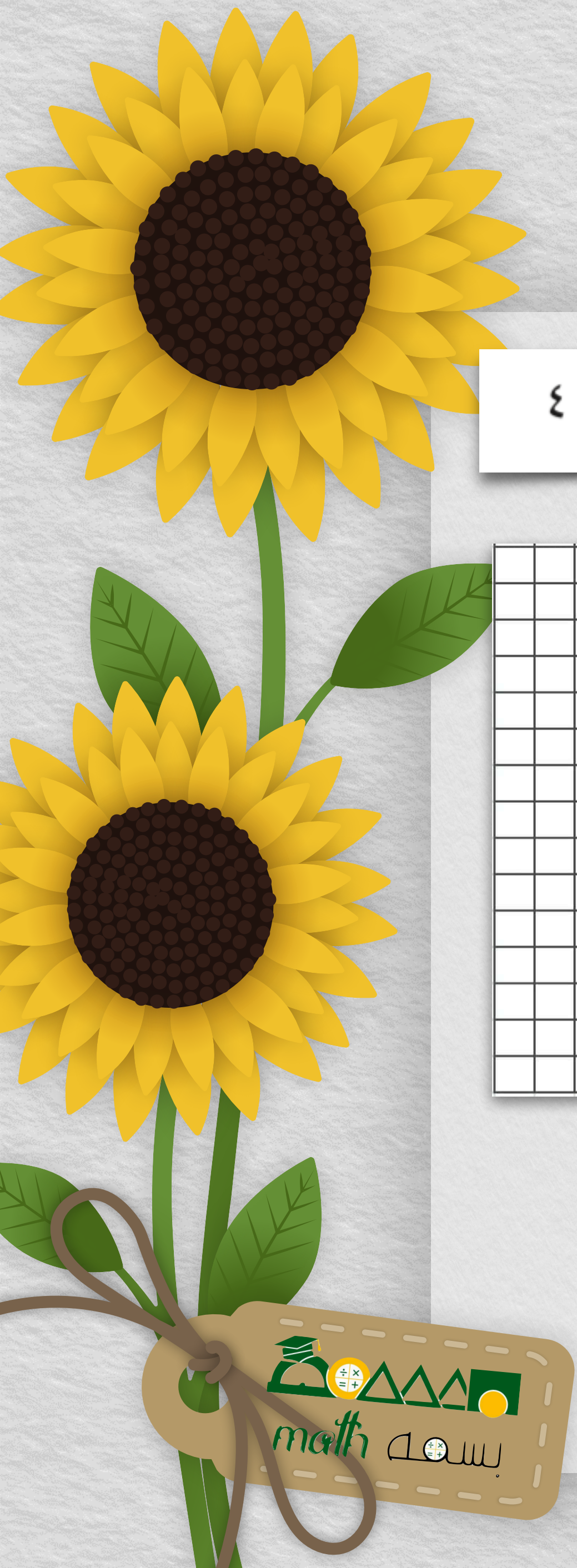
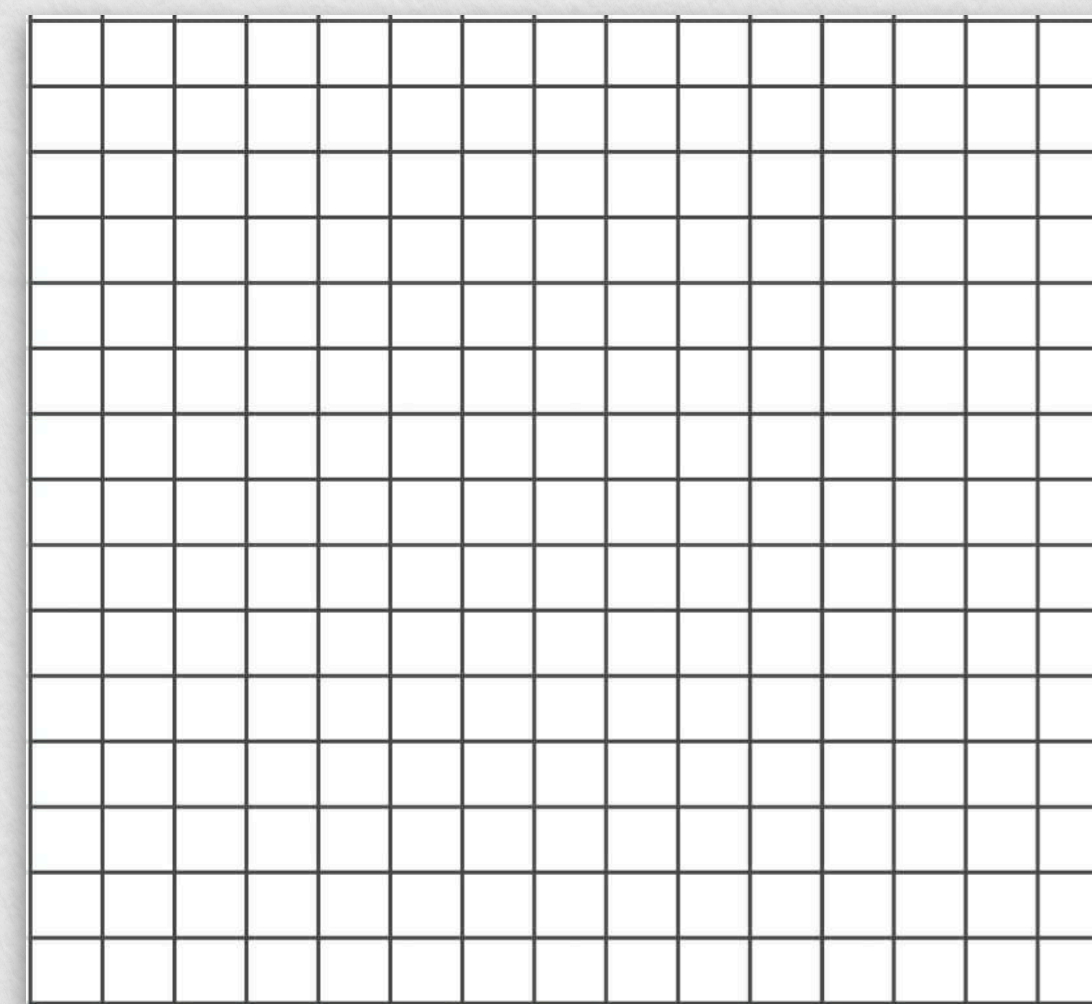
١٥) د(س) = $2س^2 - 8س - 4$



١٤) د(س) = $-2س^2 + 4س + 1$



١٣) د(س) = $-3س^2 + 6س + 3$



مثال ٦ : من واقع الحياة



الربط مع الحياة

أنشئت الجمعية السعودية للعلوم الفيزيائية في جامعة الملك خالد عام ١٤٢٢هـ؛ لتهيئة سبل التواصل بين المهتمين بمجالات العلوم الفيزيائية المختلفة، من خلال عقد وتنظيم الندوات والمؤتمرات في مجال العلوم الفيزيائية.

فيزياء: عرضت الجمعية السعودية للعلوم الفيزيائية فيلمًا لإطلاق نموذج صاروخ، حيث يمكن تمثيل ارتفاع الصاروخ عن الأرض بالأقدام بعد (س) ثانية بالدالة $f(s) = -13s^2 + 130s + 312$.

(أ) مثل الدالة بيانيًا.

$$s = \frac{b}{a}$$

معادلة محور التماثل

$$s = \frac{130}{2(-13)} = -5$$

بما أن معادلة محور التماثل $s = -5$ ؛ لذا فالإحداثي السيني للرأس هو -5 .

المعادلة الأصلية

$$s = -5$$

بسط

$$f(s) = -13s^2 + 130s + 312$$

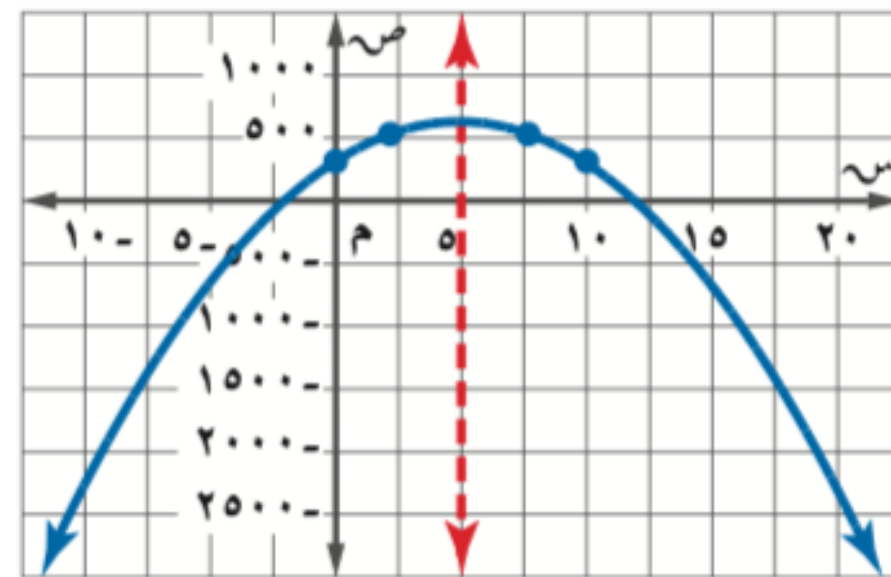
$$f(-5) = -13(-5)^2 + 130(-5) + 312$$

$$f(-5) = -325 - 650 + 312 = -663$$

الرأس هو $(-5, -663)$.

ولتجد نقطة أخرى، اختر $s = 0$ وعوّض ذلك في الدالة الأصلية، فتكون النقطة الجديدة هي $(0, 312)$ ، وتكون النقطة المقابلة لها على الطرف الآخر لمحور التماثل هي $(-10, 312)$.

كرّر هذه العملية واختر $s = 2$ لتحصل على النقطة $(2, 520)$ ، وتكون النقطة المقابلة لها $(-8, 520)$ ، ثم صل بين هذه النقاط بمنحنى.



مثال ٦ : من واقع الحياة

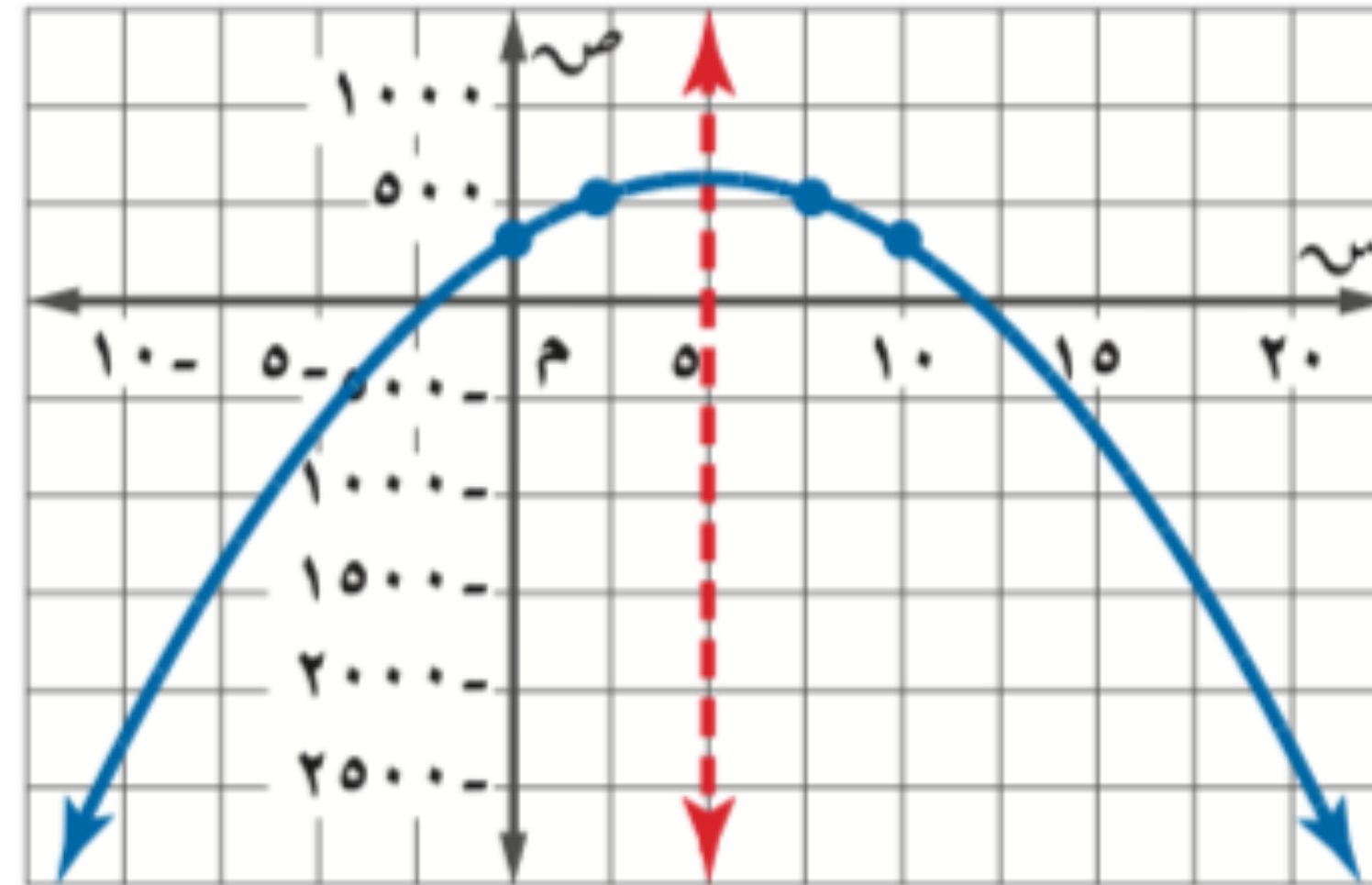
ب) ما الارتفاع الذي أُطلق منه الصاروخ؟

أُطلق الصاروخ عندما كان الزمن صفرًا، أو عند المقطع الصادي للدالة، أي من على ارتفاع ٣١٢ قدمًا عن الأرض.

ج) ما أقصى ارتفاع يصله الصاروخ؟

القيمة العظمى للارتفاع تقع عند الرأس؛ لذا يصل الصاروخ إلى أقصى ارتفاع له ٦٣٧ قدمًا بعد خمس ثوانٍ من بدء الانطلاق.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443



الربط مع الحياة

أنشئت الجمعية السعودية للعلوم الفيزيائية في جامعة الملك خالد عام ١٤٢٢هـ؛ لتهيئة سبل التواصل بين المهتمين بمجالات العلوم الفيزيائية المختلفة، من خلال عقد وتنظيم الندوات والمؤتمرات في مجال العلوم الفيزيائية.



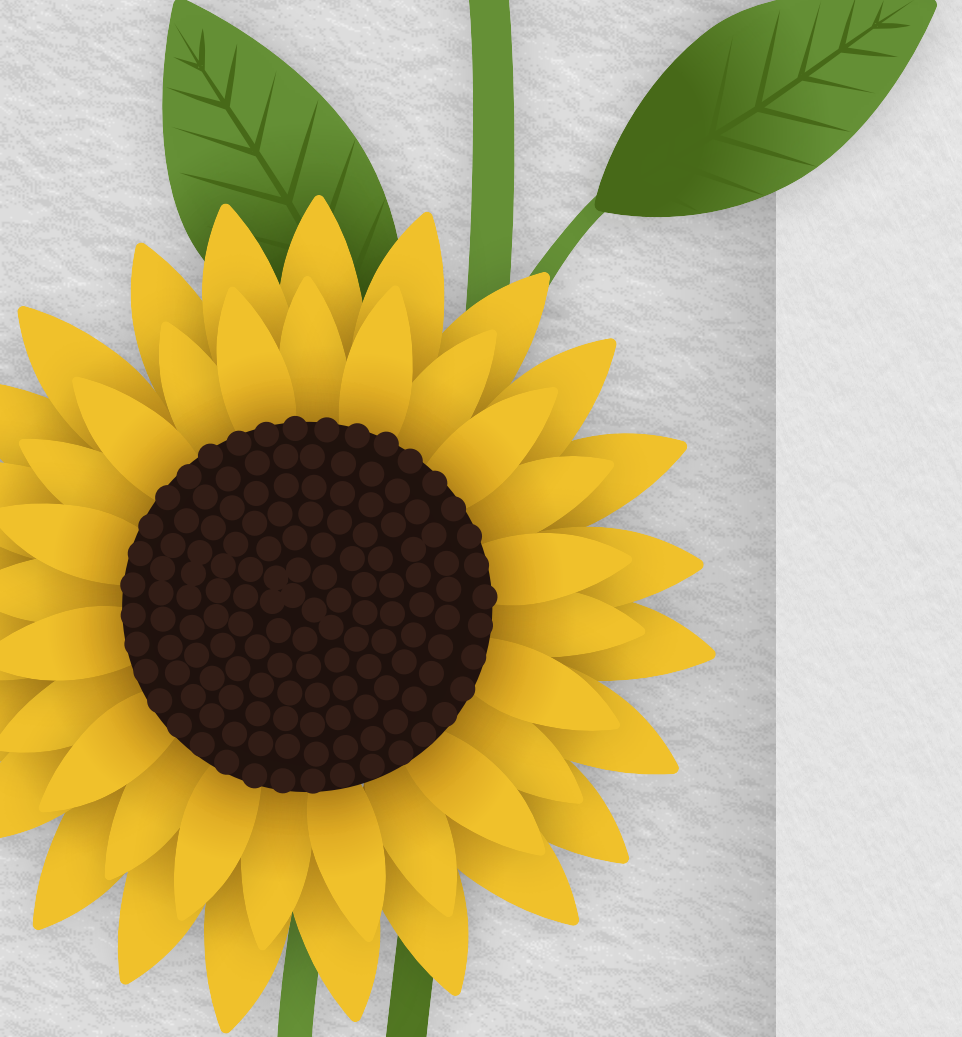
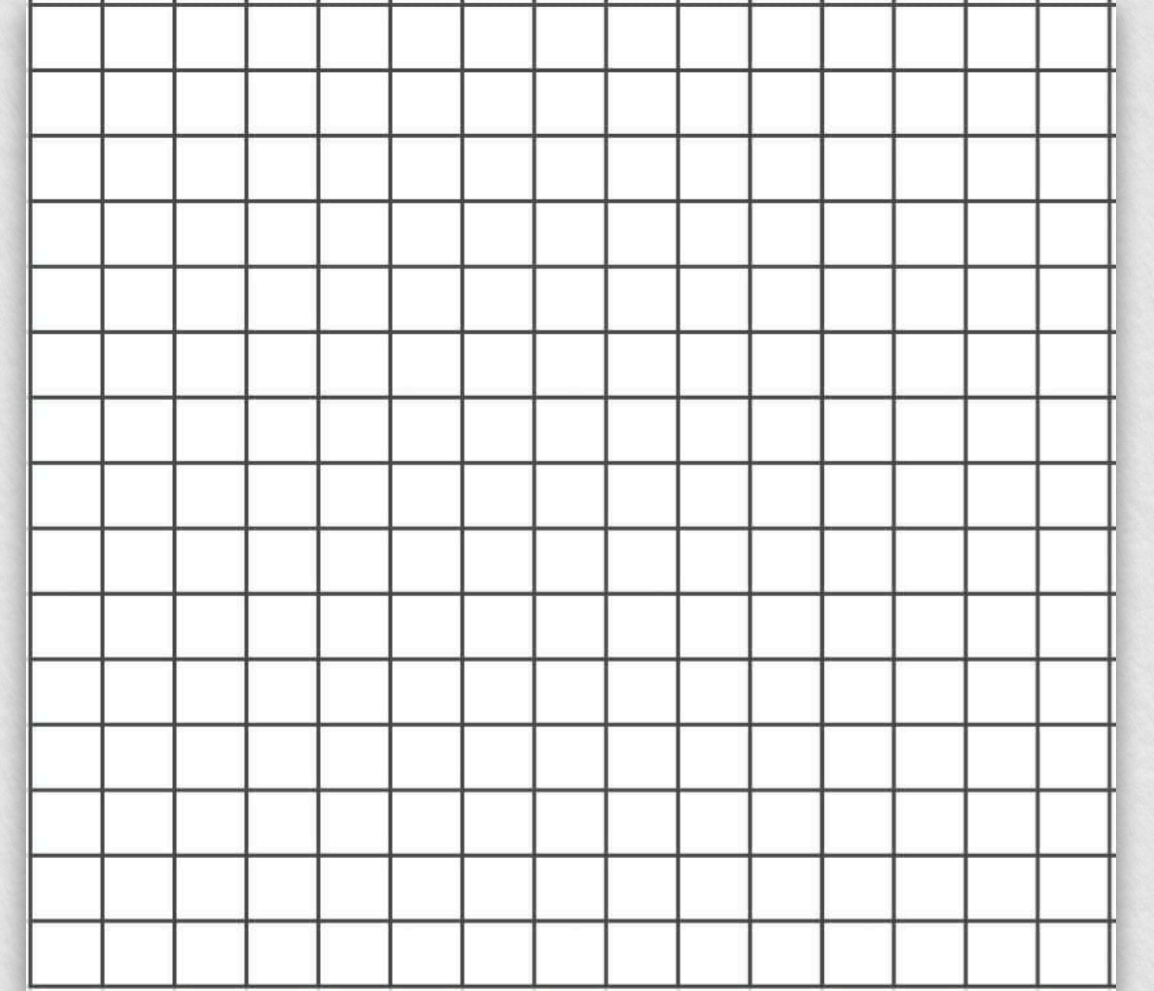
تحقق من فهمك

٦) **رمي الرمح:** يشارك علي في مسابقة رمي الرمح، ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح (ص) بالأقدام بعد (س) ثانية، بالمعادلة $ص = -١٦س + ٦٤س + ٦$.

ج) ما أقصى ارتفاع يصله الرمح؟

ب) ما الارتفاع الذي أُطلق منه الرمح؟

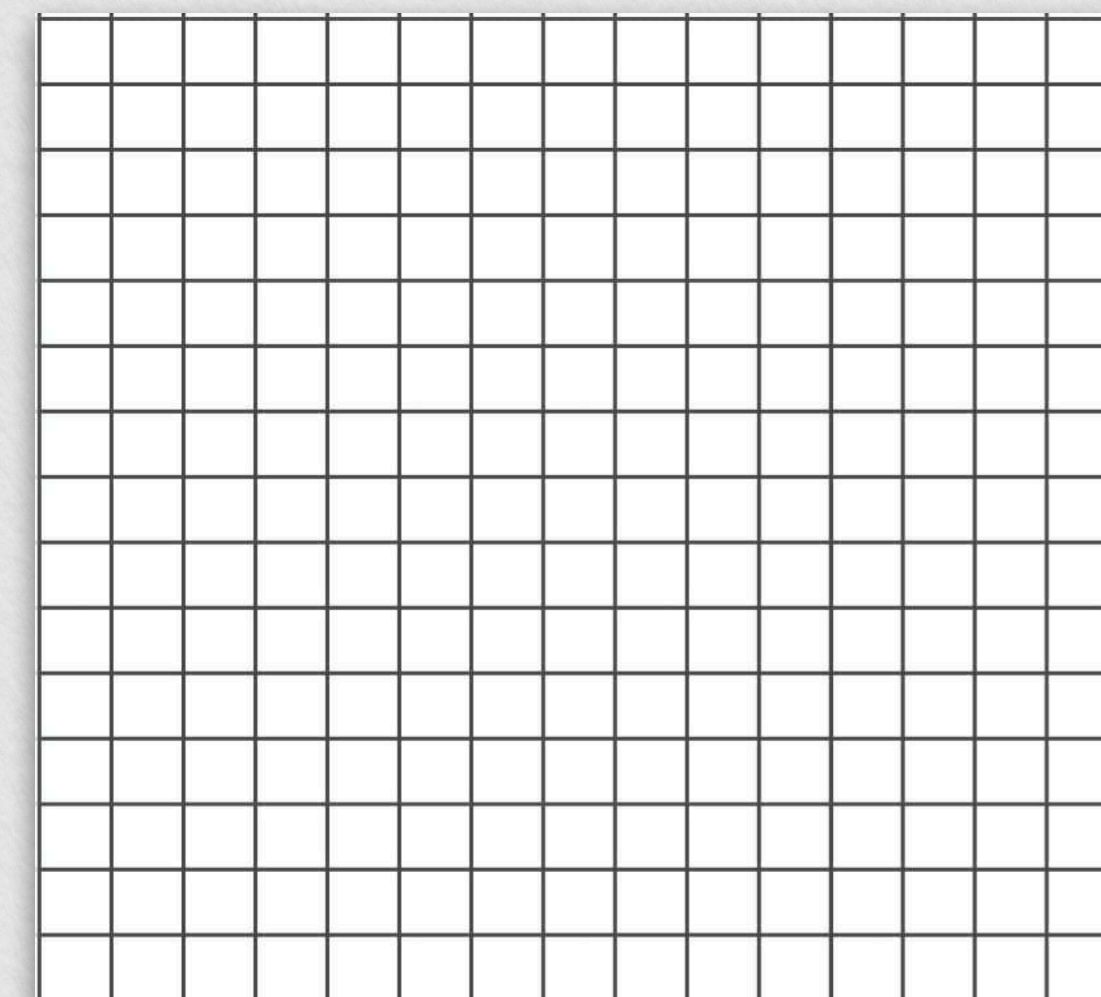
أ) مثل مسار هذا الرمح بيانياً.



تأكد

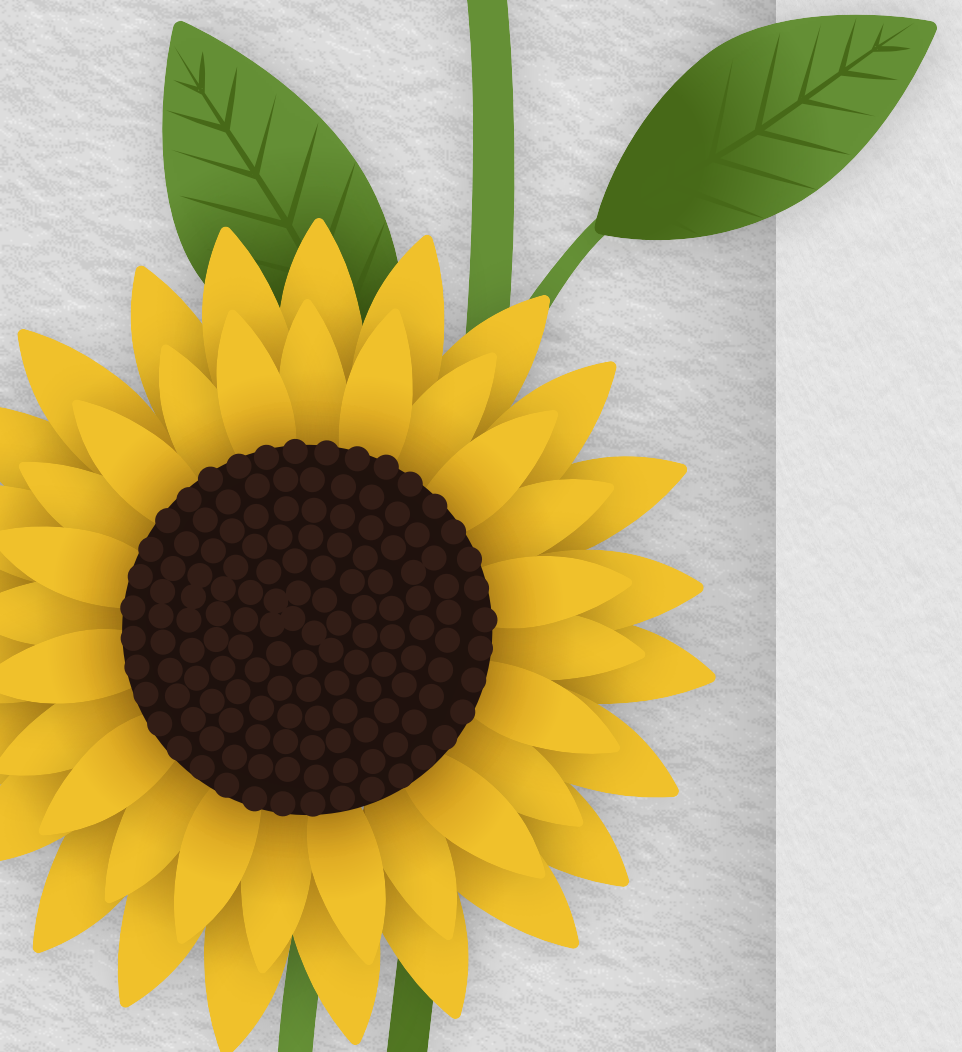
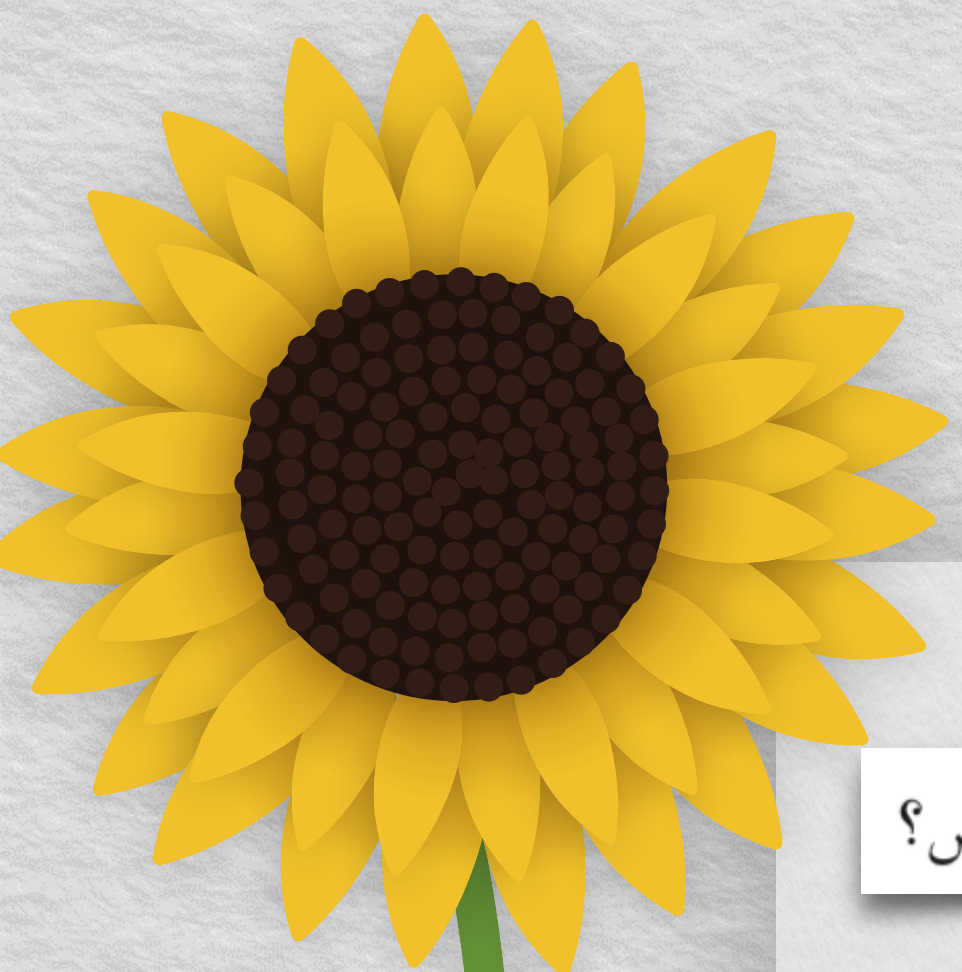
(١٦) **كرة:** يقذف ياسر كرة في الهواء، وفق المعادلة $ص = -١٦س^٢ + ١٦س + ٥$ حيث تمثل (ص) ارتفاع الكرة بالأقدام بعد (س) ثانية.

(أ) مثل هذه الدالة بيانياً.

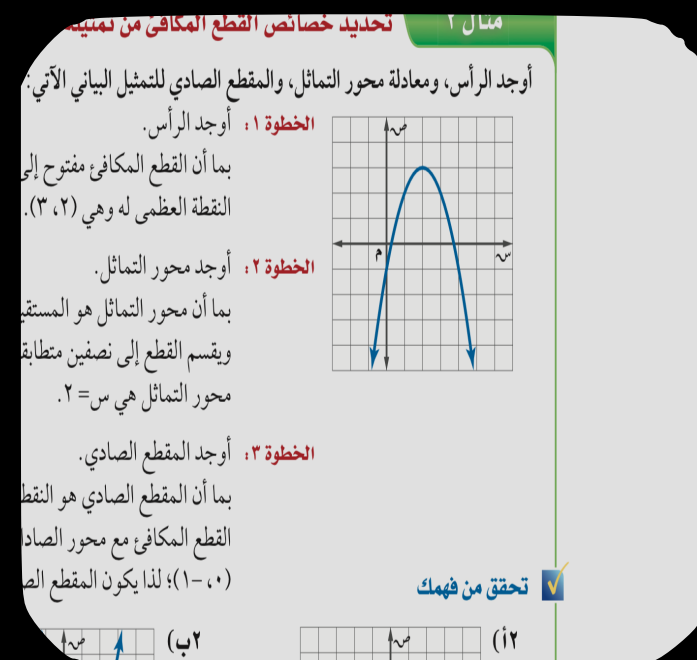


(ب) ما الارتفاع الذي قُذفت منه الكرة؟

(ج) ما أقصى ارتفاع تصله الكرة من سطح الأرض؟

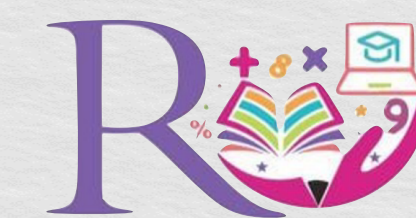


wordwall



تقويم ختامي

فقرة اللعب واستذكر



مجموعة رفاة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



الواجب المنزلي

ودمتهم بسعادة

أحبتي

تطوير - إنشا - توثيق

 @bs87om

 @beso01987