



2 - 3 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق



المهارات السابقة	استعمال مبدأ العد الأساسي .
المفردات	أستعمل التباديل في حساب الاحتمال استعمل التوافيق في حساب الاحتمال
المهارات الأساسية	المضروب - التباديل - التباديل الدائرية - التوافيق

التبديل : هو تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهماً.

المضروب : يكتب مضروب العدد الصحيح الموجب n على صورة $n!$ ويساوي حاصل ضرب جميع

الاعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

وقد اتفق على ان

$$0! = 1$$

مثال : اوجد مضروب 5 .

$$\text{الحل : } 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

التباديل : يرمز الى عدد التباديل n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nP_r$ حيث

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال : عدد تباديل 6 عناصر مأخوذ 4 منها في كل مرة يساوي :

$${}_6P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

التباديل مع التكرار : عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من

المرات وأخر r_2 من المرات وهكذا .. فإنه يساوي

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot r_3! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

مثال : ما احتمال أن يكون عدد مكون من الارقام السبعة الآتية : 5, 6, 3, 3, 7, 7, 7 هو 6573737

$$\text{عدد التباديل : } \frac{7!}{3! \cdot 2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!} \cdot 2!} = \frac{210}{2} = 105$$

$$\frac{1}{105} : \text{الاحتمال}$$

التباديل الدائرية:

1- عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة (بدون نقطة مرجعية) يساوي:

$$\frac{n!}{n} = \frac{\cancel{n} \cdot (n-1)!}{\cancel{n}} = (n-1)!$$

2- عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة (مع نقطة مرجعية) يساوي :
 $n!$

مثال : بكم طريقة يمكن أن يجلس أربعة أشخاص حول منضدة مستديرة ؟

الحل : لا توجد نقطة مرجع ثابتة إذن التباديل دائرية

$$(4-1)! = 3! = 6$$

أي يوجد 6 طرق لجلوس 4 أشخاص حول منضدة مستديرة .

مثال : يرتب سامي المقاعد على صورة دوائر للعمل في مجموعات متعاونة . إذا كان في دائرة سامي 7

مقاعد ، فما احتمال أن يكون مقعد سامي الاقرب الى الباب ؟

الحل : نقطة مرجعية: الاقرب الى الباب يعني انه تبديل خطي ، عدد التباديل يساوي 7!

$$\frac{6!}{7!} = \frac{\cancel{6}!}{7 \cdot \cancel{6}!} = \frac{1}{7} \quad \text{احتمال جلوس سامي الاقرب الى الباب :}$$

التوافيق: هي اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم يرمز الى عدد

توافيق n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nC_r$ حيث

$${}_nC_r = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

مثال: عدد توافيق 9 عناصر مأخوذة 6 في كل مرة يساوي :

$${}_9C_6 = \frac{9!}{6! \cdot (9-6)!} = \frac{9!}{6! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6}!}{\cancel{6}! \cdot 3!} = \frac{504}{6} = 84$$