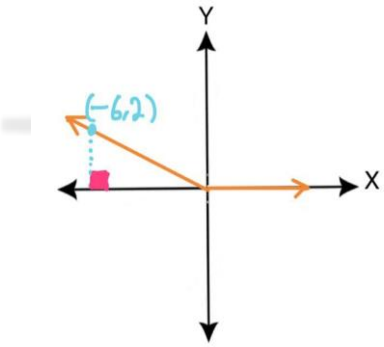
4-3 الدوال المثلثية للزاوية

1 إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(2, -6)$.
فأوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست للزاوية θ.



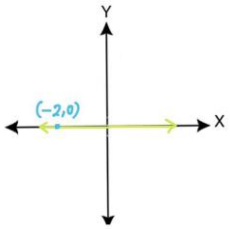
الخطوة 1 : نرسم الزاوية ونوجد قيمة r .

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$r = \sqrt{(-6)^2 + 2^2}$$
$$r = \sqrt{36 + 4}$$
$$r = \sqrt{40}$$

الخطوة 2 : نستعمل $x = -6, y = 2, r = \sqrt{40}$ لكتابة النسب المثلثية الست.

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$	$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-6}{\sqrt{40}} = \frac{-6\sqrt{40}}{40} = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$	$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{2}{\sqrt{40}} = \frac{2\sqrt{40}}{40} = \frac{\sqrt{10}}{10}$
$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-6}{2} = -3$	$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{\sqrt{40}}{-6} = -\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$

2 إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة $(-2, 0)$.
فأوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ.



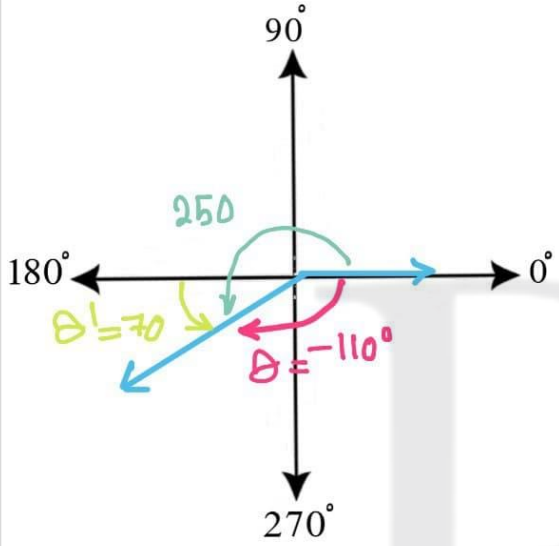
تقع النقطة $(-2, 0)$ على الجزء السالب من المحور x،
لذلك فإن قياس الزاوية الربعية يساوي 180°.
نستعمل $x = -2, y = 0, r = 2$ لكتابة النسب المثلثية الست.

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{0}{-2} = 0$	$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{2} = -1$	$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{0}{2} = 0$
$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-2}{0}$ (غير معرفة)	$\sec\theta = \frac{r}{x} = \frac{2}{-2} = -1$	$\csc\theta = \frac{r}{y} = \frac{2}{0}$ (غير معرفة)

4-3 الدوال المثلثية للزاويا

ارسم كلاً من الزاويتين الآتيتين في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها:

3A $-110°$



الزاوية المشتركة مع الزاوية $-110°$ في ضلع الانتهاء هي: $-110° + 360° = 250°$

ضلع الانتهاء للزاوية $250°$ يقع في الربع الثالث.

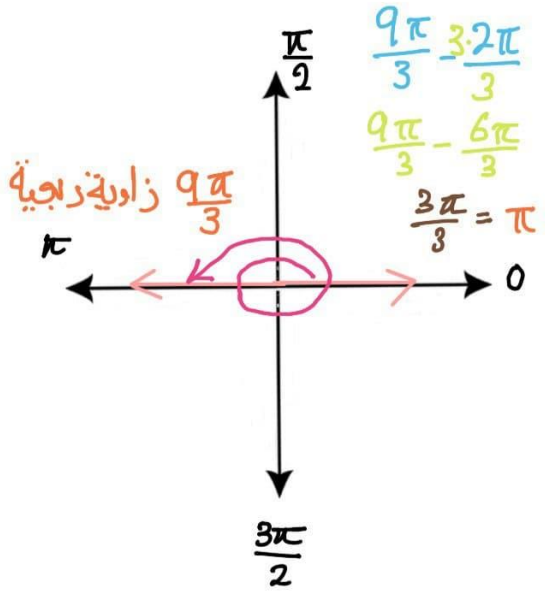
$\theta` = \theta - 180°$

$\theta` = 250° - 180° = 70°$

3B $\frac{9\pi}{3}$

ضلع الانتهاء للزاوية $\frac{9\pi}{3}$ يقع على الجزء السالب من محور x،

لذا فإن الزاوية $\frac{9\pi}{3}$ تُسمّى زاوية ربعية.



أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي :

4A $\cos 135^\circ$

ضلع الانتهاء للزاوية 135° يقع في الربع الثاني.

$\theta` = 180^\circ - 135^\circ = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

$\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

4B $\tan \frac{5\pi}{6}$

ضلع الانتهاء للزاوية $\frac{5\pi}{6}$ يقع في الربع الثاني.

$\theta` = \pi - \theta = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

$\tan \frac{5\pi}{6} = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

5 أراجيح : أوجد الارتفاع الكلي لنهاية الذراع الأصفر اللون في المثال 5إذا كان طول هذا الذراع 72 ft، وارتفاع محور الدوران 88 ft وقياس زاوية الدوران -195°

الزاوية المشتركة مع الزاوية -195° في ضلع الانتهاء هي: $-195^\circ + 360^\circ = 165^\circ$

ضلع الانتهاء للزاوية 165° يقع في الربع الثاني.

$\theta` = 180^\circ - \theta$

$\theta` = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$

$\sin \theta = \frac{y}{r}$

$\sin 15^\circ = \frac{y}{72}$

$y = 72 \sin 15^\circ$

$y \approx 18.6$

بما أن y تساوي 18.6 ft تقريباً، فإن الارتفاع الكلي لنهاية الذراع الأصفر اللون هو 88 + 18.6 ويساوي 106.6 ft تقريباً.