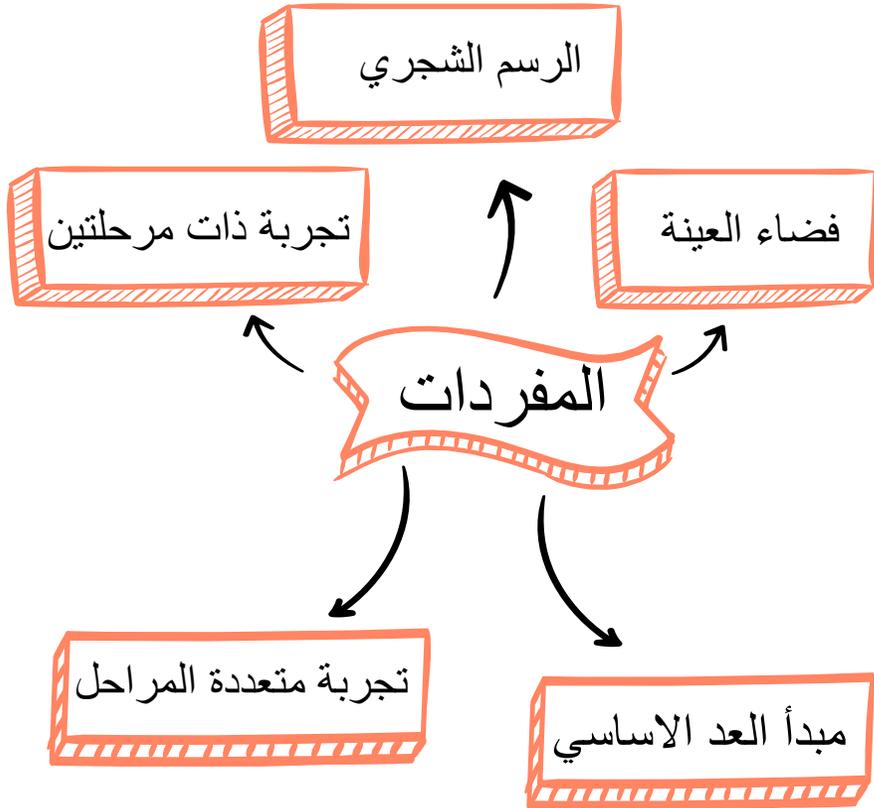


تمثيل فضاء العينة

1



الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول
والرسم الشجري لتمثيل
فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي
لايجاد عدد النواتج الممكنة .

فيما سبق :
درست حساب الاحتمال
التجريبي

لماذا؟؟؟



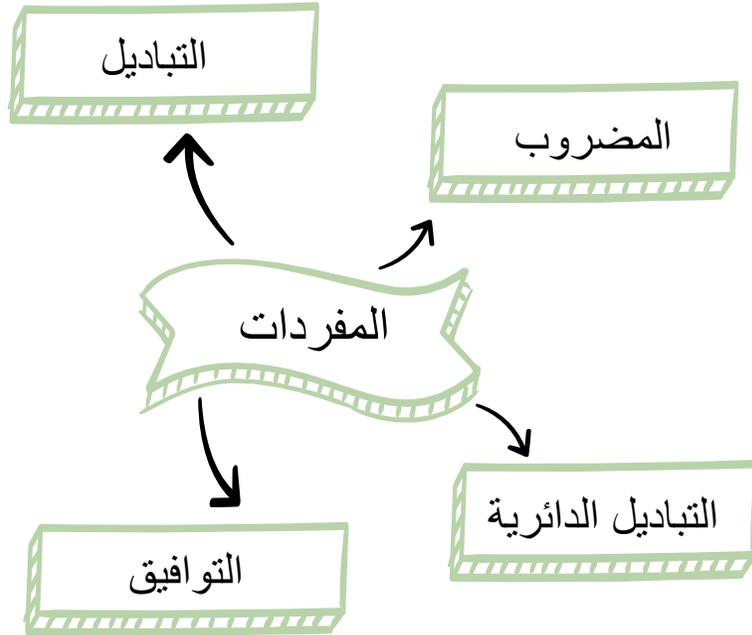
في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولاً. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولاً ؟

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

2



الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.

فيما سبق :
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

لماذا؟؟؟



وقف يوسف وعليّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد للمكان الأخير.

اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الأخرى قد يكون فيها ترتيب الأشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الأشياء مهما ؟

مفهوم أساسي

ارشادات للدراسة

العشوائية

عندما يتم اختيار
النواتج عشوائياً
تتساوى فرص
وقوعها، ويمكن حساب
احتمالاتها باستعمال
التباديل والتوافيق.

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$ ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .



مجموعة رافة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بالرموز: $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$.

تحقق من فهمك

(1) **تصوير:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

مفهوم أساسي

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_n P_r$ حيث

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

تحقق من فهمك



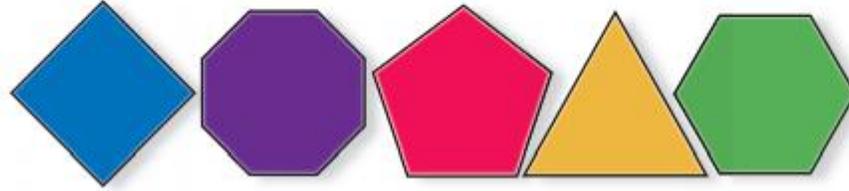
(2) بطاقات جامعية : تستعمل الأرقام 1-9 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

(A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

(B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائياً، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

تأكد

(1) هندسة : إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمربع هو الثاني؟



تدرب وحل المسائل

(8) مجموعات : تمّ اختيار شخصين عشوائياً من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولاً ثم سليم ثانياً؟

مفهوم أساسي

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ...، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

التباديل مع التكرار



تحقق من فهمك

(3 أعداد : تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائياً باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضاً؟

الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

1

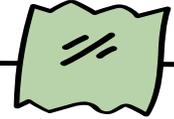


المفردات

1. حساب المثلثات
2. النسبة المثلثية
3. الدالة المثلثية
4. الجيب
5. جيب التمام
6. الظل
7. قاطع التمام
8. قاطع
9. ظل التمام
10. دوال المقلوب
11. معكوس الجيب
12. معكوس جيب التمام
13. معكوس الظل
14. زاوية الارتفاع
15. زاوية الانخفاض

الأهداف :

1. إيجاد قيم الدوال المثلثية لزوايا حادة
2. استعمال الدوال المثلثية لإيجاد أطوال
الاضلاع وقياسات زوايا مثلثات
قائمة الزاوية

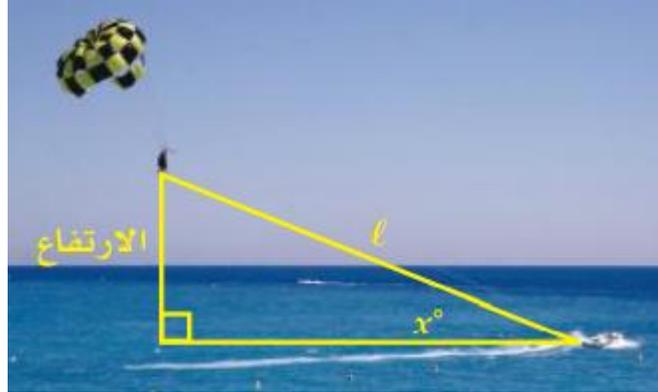


فيما سبق :

درست استعمال نظرية
فيثاغورس في إيجاد أطوال
أضلاع مثلثات قائمة الزاوية



لماذا؟؟؟



يعتمد ارتفاع الشخص في التزلج الهوائي على طول حبل السحب l والزاوية x° التي يصنعها الحبل مع الخط الأفقي. وإذا علمت هاتين القيمتين، يمكنك استعمال نسبة معينة لإيجاد ارتفاع المتزلج.

اسئلة التعزيز

1. ما نوع الزاوية المتكونة من حبل السحب والخط الأفقي؟
2. أي أضلاع المثلث تقابل الزاوية القائمة؟ وأي الأضلاع تقابل الزاوية x° ؟
3. إذا كان الطول l ثابتا و x تزداد ، فكيف سيتغير الارتفاع؟

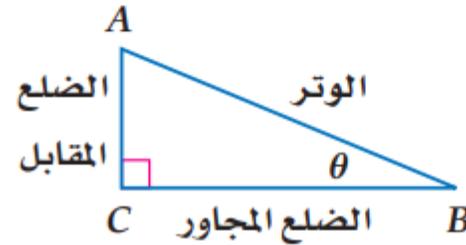
قراءة الرياضيات

تسمية المثلثات

تُستعمل الأحرف الكبيرة خلال هذا الفصل للدلالة على رؤوس المثلث وقياسات زوايا الرؤوس. ويُستعمل الحرف الصغير المقابل للحرف الكبير للدلالة على طول الضلع المقابل للزاوية، وتوضح دلالة الحرف من السياق.

يُعرّف **حساب المثلثات** بأنه دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه. وتُقارن **النسبة المثلثية** بين طولي ضلعين في المثلث القائم الزاوية. أما **الدالة المثلثية** فتُعرف من خلال نسبة مثلثية.

يُستعمل الرمز الإغريقي θ (ويُقرأ أثيتا) عادة للدلالة على قياس زاوية حادة في المثلث القائم الزاوية. حيث يُستعمل الوتر والضلع المقابل للزاوية التي قياسها θ والضلع المجاور لها في تعريف الدوال المثلثية الست.



مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كانت θ تمثل قياس زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية، فإن الدوال المثلثية الست تُعرف بدلالة الوتر والضلع المقابل والضلع المجاور.

$$\sin \theta (\text{جيب } \theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

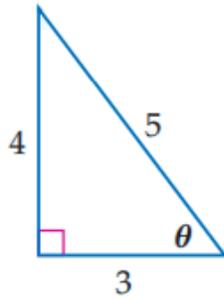
$$\csc \theta (\text{قاطع تمام } \theta) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}} \quad \text{الرموز:}$$

$$\cos \theta (\text{جيب تمام } \theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\sec \theta (\text{قاطع } \theta) = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan \theta (\text{ظل } \theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\cot \theta (\text{ظل تمام } \theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$



$$\sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{4}{3}$$

أمثلة:

$$\csc \theta = \frac{5}{4}$$

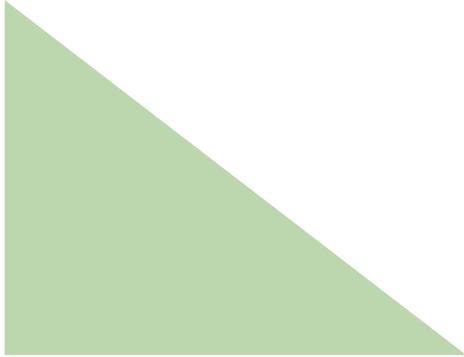
$$\sec \theta = \frac{5}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{3}{4}$$

إذا كانت θ تمثل قياس زاوية حادة في المثلث القائم الزاوية في C ، عندما يكون:

طول الضلع المقابل للزاوية θ : $BC = 8$ ، طول الضلع المجاور للزاوية θ : $AC = 15$ ، طول الوتر: $AB = 17$

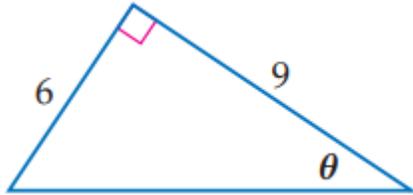
1) أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية B



$\sin \theta =$	$\cos \theta =$	$\tan \theta =$
$\csc \theta =$	$\sec \theta =$	$\cot \theta =$

أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ الموضحة في كل مما يأتي:

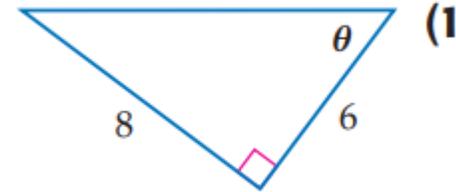
تدرب وحل المسائل



(16)

$\sin \theta =$	$\cos \theta =$	$\tan \theta =$
$\csc \theta =$	$\sec \theta =$	$\cot \theta =$

تأكد



(1)

$\sin \theta =$	$\cos \theta =$	$\tan \theta =$
$\csc \theta =$	$\sec \theta =$	$\cot \theta =$

لاحظ أن النسب: قاطع التمام، والقاطع، وظلّ التمام، هي مقلوب النسب: الجيب، وجيب التمام، والظلّ على الترتيب. وتُستعمل في تعريف **دوالّ المقلوب**. حيث يمكن تعريفها على النحو الآتي:

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$



مجال أيّ دالّة مثلثية هو مجموعة قياسات الزوايا الحادة θ في المثلث القائم الزاوية؛ لذا فإن قيم الدوالّ المثلثية تعتمد فقط على قياسات الزوايا الحادة وليس على أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية؛ أي أنّ قيم الدوالّ المثلثية للزاوية الحادة ستبقى كما هي مهما اختلفت أطوال أضلاع المثلث.

(2) إذا كان $\tan B = \frac{3}{7}$ ، فأوجد قيمة $\sin B$.

معتبراً $\angle A$ زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية، أجب عما يأتي:

(3) إذا كان $\cos A = \frac{4}{7}$ ، فما قيمة $\sin A$ ؟

إذا علمت أن $\angle A, \angle B$ زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية، فأجب عما يأتي:

(20) إذا كان $\sin B = \frac{4}{9}$ ، فما قيمة $\tan B$ ؟

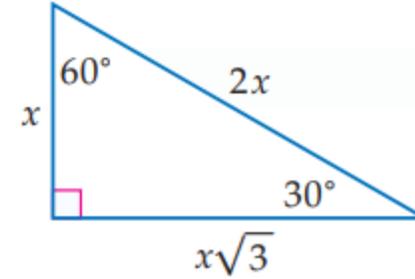
تتكرر الزوايا التي قياساتها $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ كثيرًا في حساب المثلثات.

مفهوم أساسي

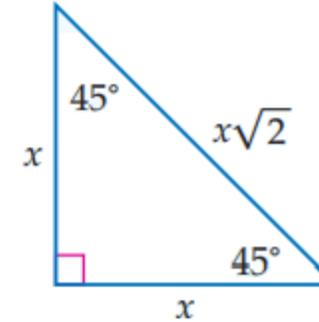
نستنتج من المثلث الذي قياسات زواياه $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ أن:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

نستنتج من المثلث الذي قياسات زواياه $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ أن:

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \tan 45^\circ = 1$$



إيجاد طول ضلع مجهول

يمكنك استعمال الدوال المثلثية لإيجاد أطوال الأضلاع المجهولة وقياسات الزوايا المجهولة في مثلث قائم الزاوية.

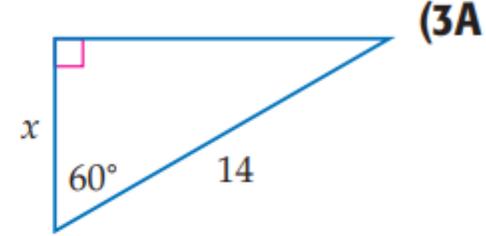
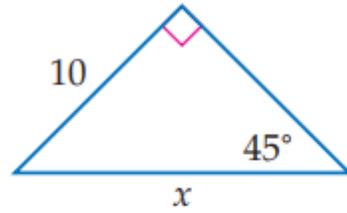
ارشادات للدراسة

اختيار دالة

إذا كان طول الوتر
مجهولاً فإنه يجب
استعمال دالة الجيب أو
دالة جيب التمام لإيجاد
القيمة المجهولة.

تحقق من فهمك

استعمل دالة مثلثية لإيجاد قيمة x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة.

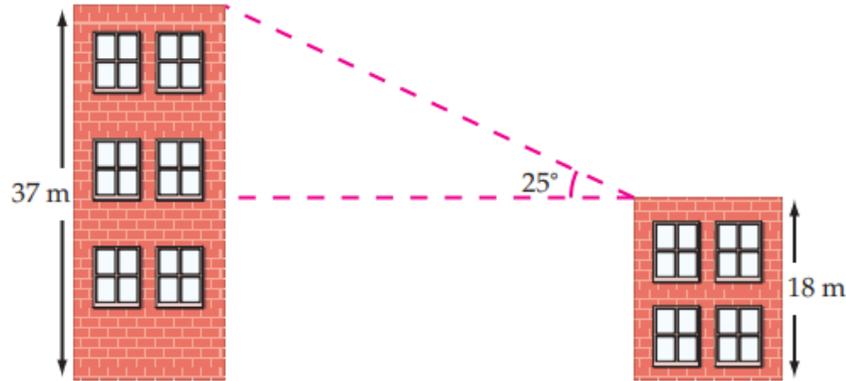


يمكنك استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد أطوال الأضلاع المجهولة في المثلثات التي لا تتضمن زواياها أيضاً من الزوايا: 30° , 45° , 60° .

إيجاد طول ضلع مجهول

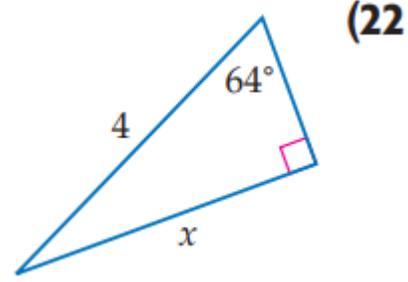
تحقق من فهمك

(4) بنايات : في الشكل المجاور بنائتان، ارتفاع إحدهما 18 m ، وارتفاع الأخرى 37 m ، ولقياس المسافة الأفقية بينهما، وَضِعَ سعد أداة (مقياس زاوية الميل) على قمة البناية الصغرى، فوجد أن قياس الزاوية المحصورة بين الخط الأفقي بين البنائتين، والخط المار من الأداة إلى قمة البناية الكبرى هو 25° . فما المسافة الأفقية بين البنائتين؟

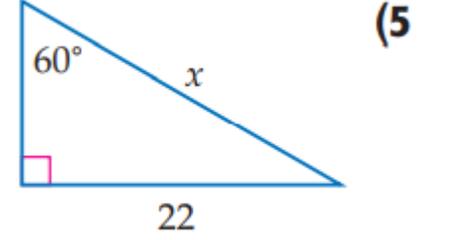


في كلِّ ممَّا يأتي، استعمل دالَّة مثلثية لإيجاد قيمة x في كلِّ ممَّا يأتي، مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

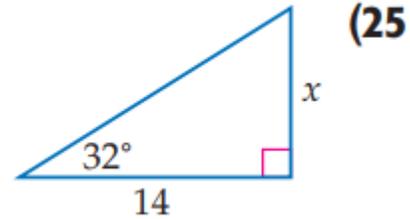
تدرب وحل المسائل



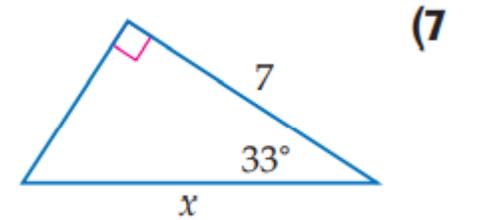
تأكد



تدرب وحل المسائل



تأكد



مفهوم أساسي

<p>التعبير اللفظي: إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة وجيبها يساوي x، فإن: معكوس جيب x هو قياس $\angle A$.</p>	<p>الرموز: إذا كان $\sin A = x$، فإن: $\sin^{-1} x = m\angle A$.</p>
<p>مثال: $\sin A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^{-1} \frac{1}{2} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 30^\circ$</p>	
<p>التعبير اللفظي: إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة وجيب التمام لها يساوي x، فإن: معكوس جيب تمام x هو قياس $\angle A$.</p>	<p>الرموز: إذا كان $\cos A = x$، فإن: $\cos^{-1} x = m\angle A$.</p>
<p>مثال: $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 45^\circ$</p>	
<p>التعبير اللفظي: إذا كانت $\angle A$ زاوية حادة وظلها يساوي x، فإن: معكوس ظل x هو قياس $\angle A$.</p>	<p>الرموز: إذا كان $\tan A = x$، فإن: $\tan^{-1} x = m\angle A$.</p>
<p>مثال: $\tan A = \sqrt{3} \rightarrow \tan^{-1} \sqrt{3} = m\angle A \rightarrow m\angle A = 60^\circ$</p>	

معكوس النسب المثلثية

قراءة الرياضيات

معكوس النسب المثلثية

تقرأ العبارة $\sin^{-1} x$ معكوس جيب x ، وتعني: الزاوية التي جيبها x ، يشبه هذا الرمز رمز الدالة العكسية $f^{-1}(x)$. كن حذراً ولا تخلط هذا الرمز مع رمز الأس السالب؛ $\sin^{-1} x \neq \frac{1}{\sin x}$.

إيجاد قياس زاوية مجهولة

إذا علمت الجيب، أوجيب التمام أو الظل لزاوية حادة، فإنه يمكنك استعمال الحاسبة لإيجاد قياس هذه الزاوية والذي هو معكوس النسبة المثلثية المعلومة.

تحقق من فهمك

أوجد قيمة x ، مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.



ارشادات للدراسة

استعمال الآلة الحاسبة

لإيجاد $\sin^{-1} \frac{6}{10}$

باستعمال الآلة الحاسبة،

اضغط على المفاتيح

الآتية بالترتيب من

اليسار إلى اليمين

SHIFT sin (6

÷ 10) =

ستحصل على الإجابة

$\cos^{-1} \frac{8}{16}$ ، ولإيجاد 36.9°

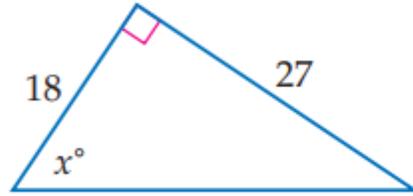
اضغط على المفاتيح

SHIFT cos (8

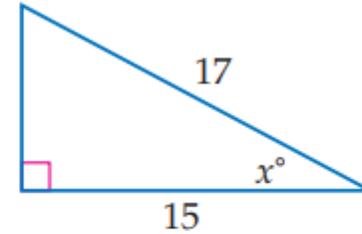
÷ 16) =

وستحصل على

الإجابة 60°



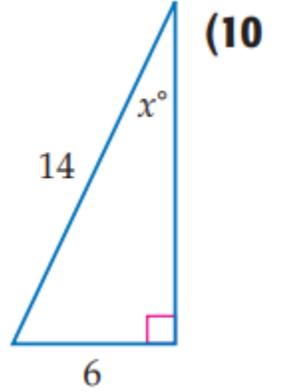
(5B)



(5A)

في كلِّ ممَّا يأتي، أوجد قيمة x ، مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

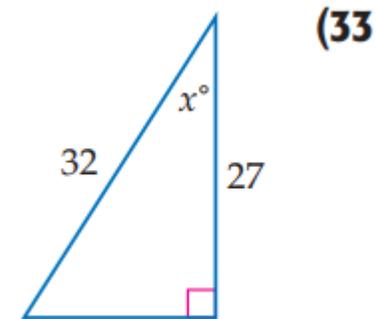
تأكد



تدرب وحل المسائل



تدرب وحل المسائل



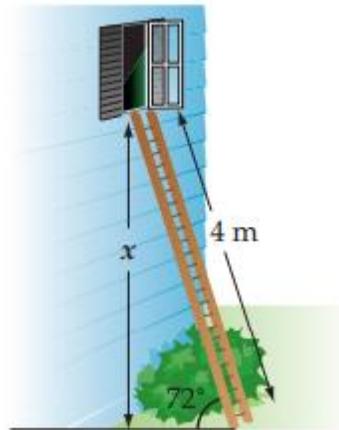
في الشكل المجاور، تُسمى الزاوية المحصورة بين خطّ نظر السابح إلى المنقذ والخطّ الأفقي له **زاوية الارتفاع**. كما تُسمى الزاوية المحصورة بين خطّ نظر المنقذ إلى السابح والخطّ الأفقي له **زاوية الانخفاض**.

استعمال زوايا الارتفاع والانخفاض



تحقق من فهمك

(6B) سلالم : سلّم طوله 4m يستند إلى جدار منزل بزاوية ارتفاع قياسها 72° . ما ارتفاع قمة السلّم عن الأرض؟



ارشادات للدراسة

زوايا الارتفاع والانخفاض

زاويتا الارتفاع

والانخفاض للحالة

الواحدة متطابقتان؛

لأنهما زاويتان داخليتان

متبادلتان لخطين

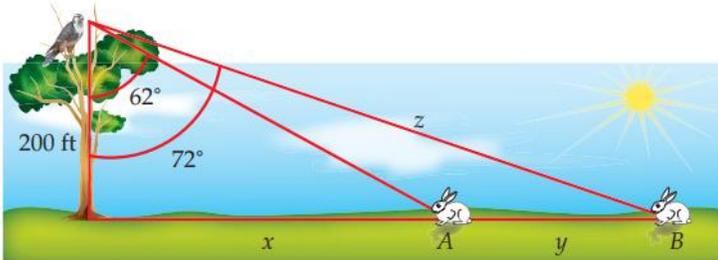
متوازيين .

تدرب وحل المسائل

(46) **صقور:** رأى صقر من ارتفاع 200 ft أرنبين A, B. كما هو موضح في الشكل.

(a) ما المسافة التقريبية z بين الصقر والأرنب B؟

(b) ما البعد بين الأرنبين؟



تدرب وحل المسائل

حُلِّ كلاً من المعادلات الآتية:

$$\cos A = \frac{3}{19} \quad (39)$$

$$\sin N = \frac{9}{11} \quad (40)$$

$$\tan X = 15 \quad (41)$$

(52) **تبرير** : بيّن ما إذا كانت الجملة الآتية صحيحة أم خاطئة. وبرّر إجابتك:
قيمة دالة الجيب لأيّ زاوية حادة، لن تكون سالبة أبدًا.



تدريب على اختبار

(55) نسبة طول مستطيل إلى عرضه هي 12:5 . إذا كانت مساحة المستطيل 240 cm^2 ، فكم ستمتراً طول قطر المستطيل؟

30 **C**

26 **A**

32 **D**

28 **B**

