مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التاريخ

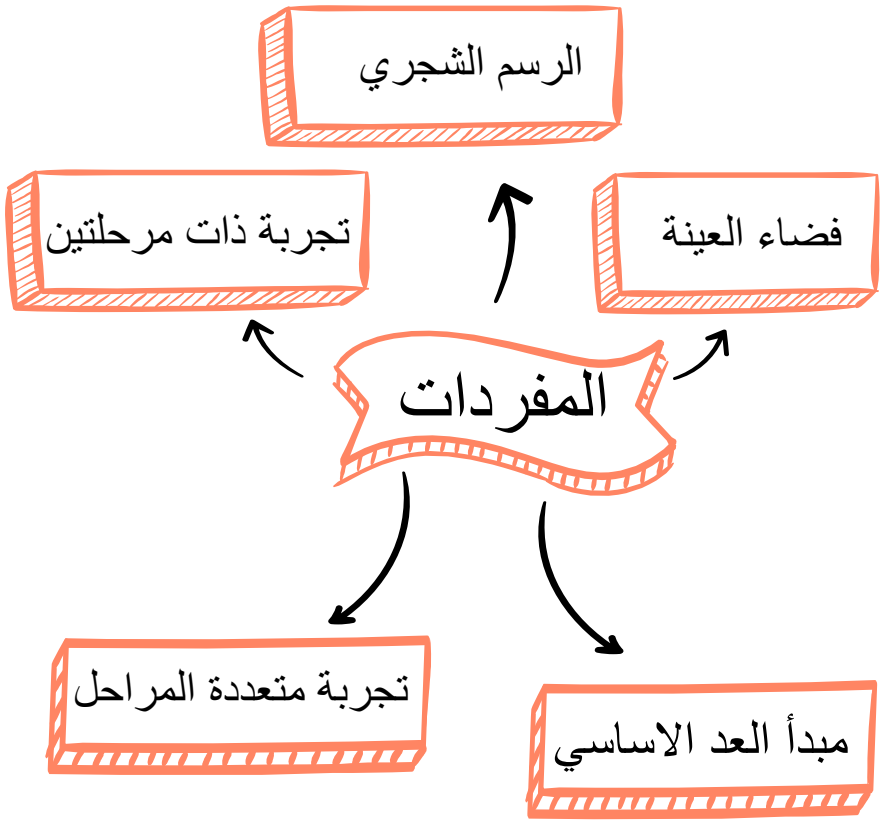
تمثيل فضاء العينة

1

فيما سبق :
درست حساب الاحتمال التجريبي

الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول والرسم الشجري لتمثيل فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي لايجاد عدد النواتج الممكنة .



Rawan Al-Qudah

لماذا ؟؟؟

في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولًا. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولا ؟

التاريخ

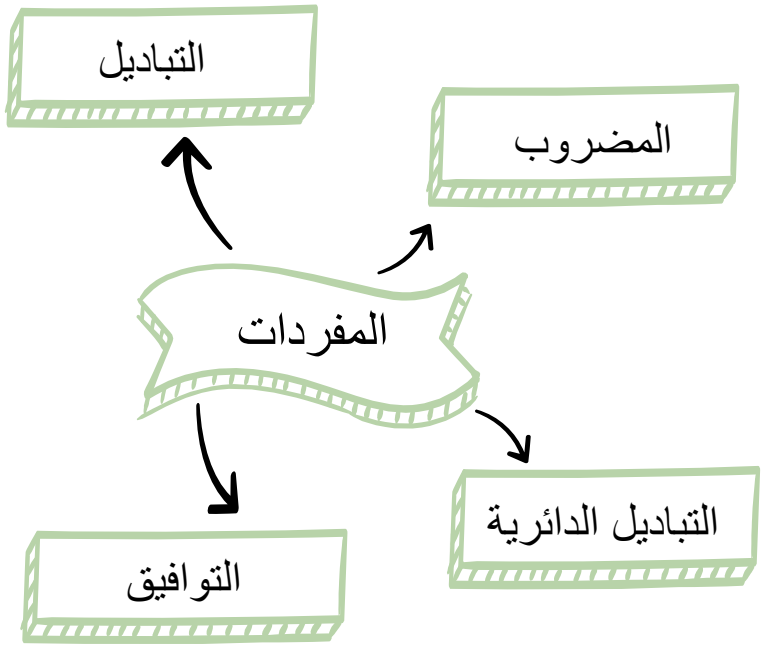
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

2 الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

فيما سبق :
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.



Rawan Al-Qudah

لماذا ؟؟؟

وقف يوسف وعليٌّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد للمكان الأخير.

اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الاخرى قد يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الاشياء مهما ؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

استراتيجية المناقشة والحوار/ العصف الذهني

مفهوم أساسي

المضروب

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

بالرموز: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$،

ارشادات للدراسة

العشوائية

عندما يتم اختيار النواتج عشوائيًا تتساوى فرص وقوعها، ويمكن حساب احتمالاتها باستعمال التباديل والتوافيق.

تحقق من فهمك

1) تصوير: ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

الاحتمال باستعمال التباديل

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًّا.

مفهوم أساسي

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_nP_r$ حيث

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

تحقق من فهمك

2) **بطاقات جامعية :** تستعمل الأرقام 9–1 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائيًّا، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

تأكد

1) **هندسة :** إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلَّث هو الأول والمربع هو الثاني؟

تدرب وحل المسائل

8) **مجموعات :** تمّ اختيار شخصين عشوائيًّا من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولًا ثم سليم ثانيًا؟

التباديل مع التكرار

مفهوم أساسي

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا . . . ، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \ldots \cdot r_k!}$$

تحقق من فهمك

3) أعداد : تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائيًّا باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضًا؟

التاريخ

الزاويا وقياساتها

2

فيما سبق :
درست استعمال الزاوية المقاسة بالدرجات

الأهداف :

1. رسم زوايا في الوضع القياسي وايجاد قياساتها.
2. التحويل من القياس بالدرجات الى القياس بالراديان والعكس .

المفردات

1. الوضع القياسي
2. ضلع الابتداء
3. ضلع الانتهاء
4. الراديان
5. الزاوية المركزية
6. طول القوس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
Rawan Al-Qudah

لماذا ؟؟؟

المزولة (الساعة الشمسية)، أداة تُحدّد الوقت نهارًا من خلال الظلِّ الذي تسقطه على قرص مدرج لإظهار الساعة أو أجزاء من الساعة. ويدور الظلّ على القرص 15° كلَّ ساعة.

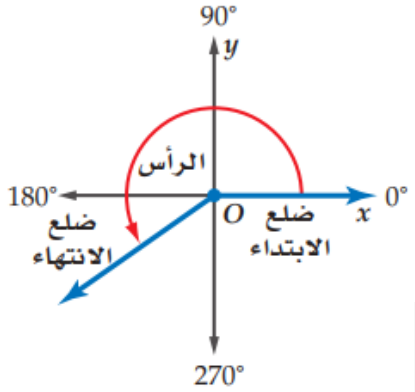
اسئلة التعزيز

1. إلى اين يتجه الظل في الصباح ؟
2. متى يكون لك أقصرظل؟
3. فسر لماذا يتحرك الظل 15° كل ساعة .

الزاوية المرسومة في الوضع القياسي

تكون الزاوية المرسومة في المستوى الإحداثي في **الوضع القياسي** إذا كان رأسها نقطة الأصل، وأحد ضلعيها منطبقًا على الجزء الموجب من المحور x.

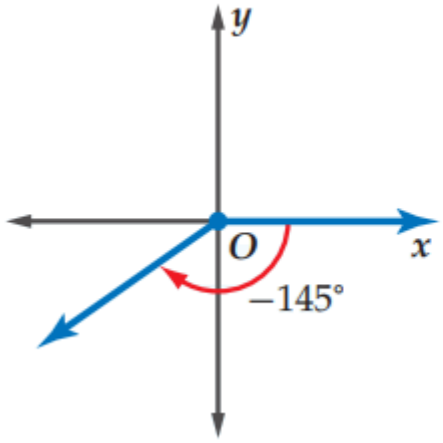
- يُسمّى الضلع المنطبِق على المحور x **ضلع الابتداء** للزاوية.
- يُسمّى الضلع الذي يدور حول نقطة الأصل **ضلع الانتهاء**.

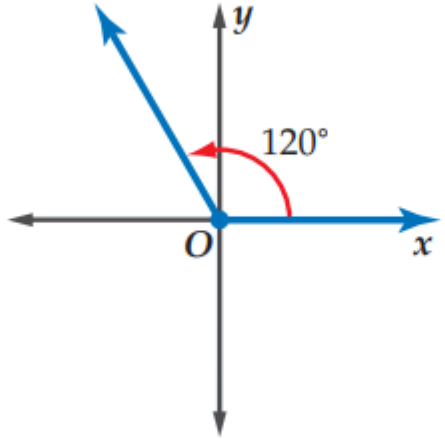


مفهوم أساسي

قياسات الزاويا

يكون قياس الزاوية موجبًا إذا دار ضلع الانتهاء عكس اتجاه عقارب الساعة، ويكون قياس الزاوية سالبًا إذا دار ضلع الانتهاء في اتجاه عقارب الساعة.



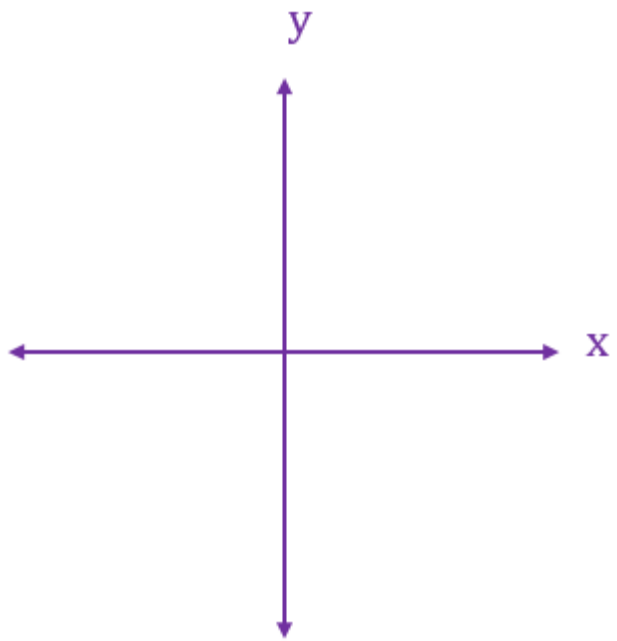


رسم زاوية في الوضع القياسي

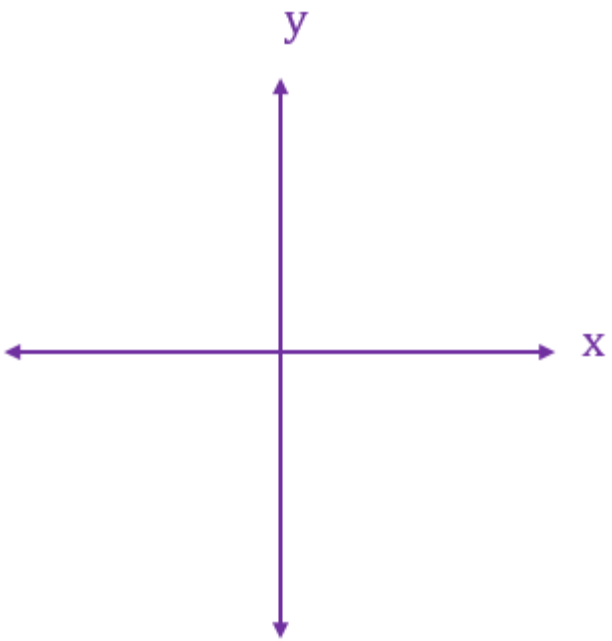
تحقق من فهمك

ارسم كلًّا من الزاويتين المُعطى قياساهما فيما يأتي في الوضع القياسي:

(1A $80°$



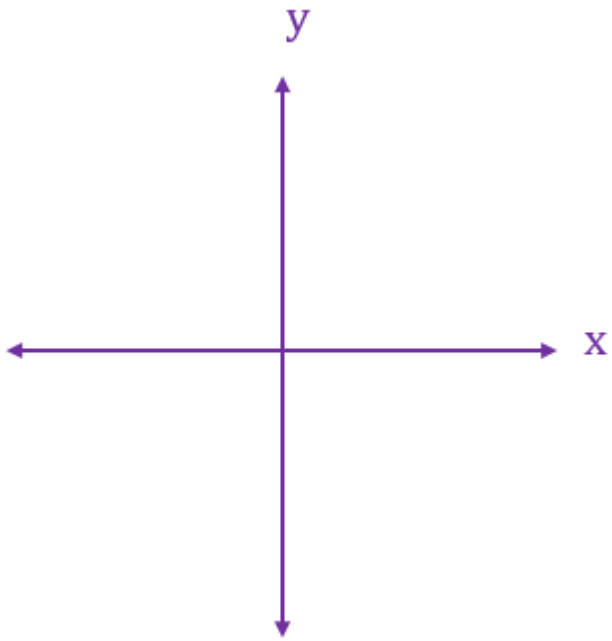
(1B $-105°$



ارسم كلًّا من الزوايا الآتية المُعطى قياسها في الوضع القياسي:

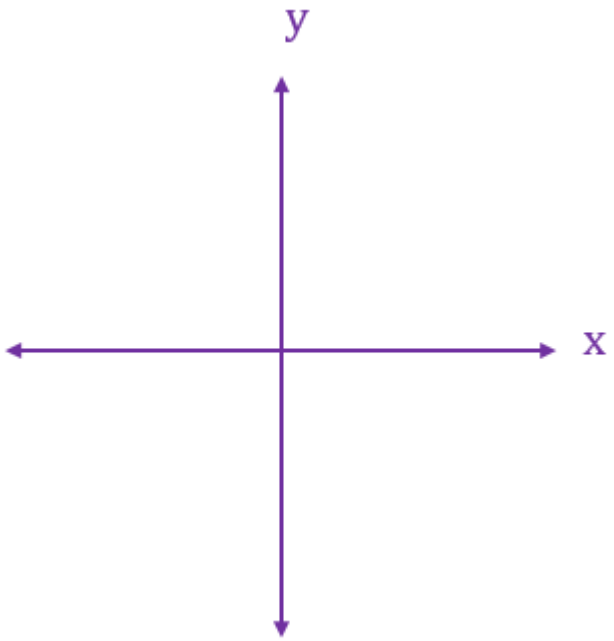
تأكد

1) $140°$

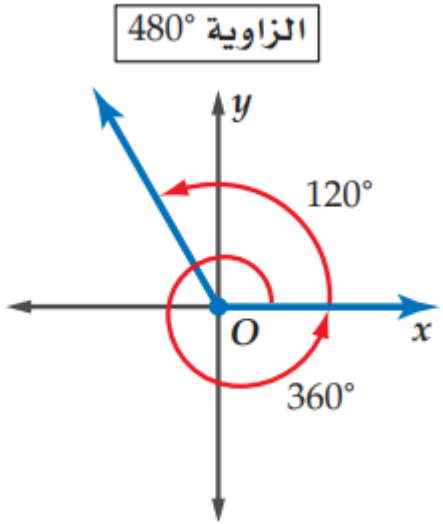


تدرب وحل المسائل

14) $-120°$



رسم زاوية في الوضع القياسي



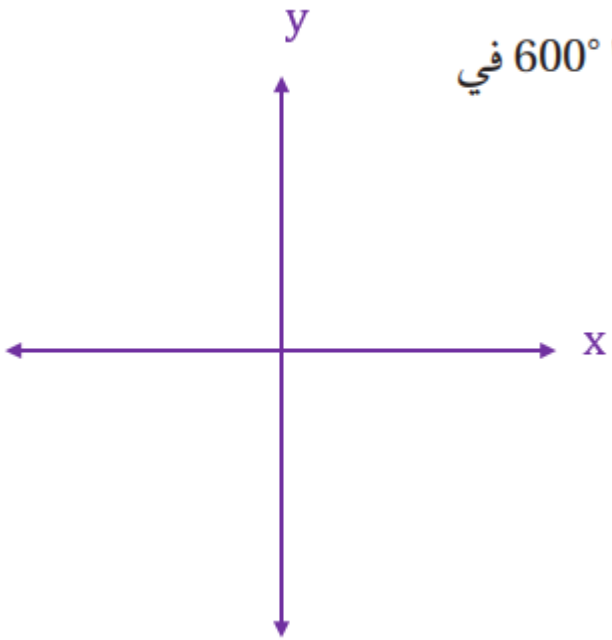
يمكن لضلع الانتهاء لزاوية أن يدور أكثر من دورة كاملة واحدة.

فعلى سبيل المثال:

دورة كاملة مقدارها 360° إضافة إلى دورة بمقدار 120° تشكّلان زاوية قياسها $360° + 120° = 480°$

تحقق من فهمك

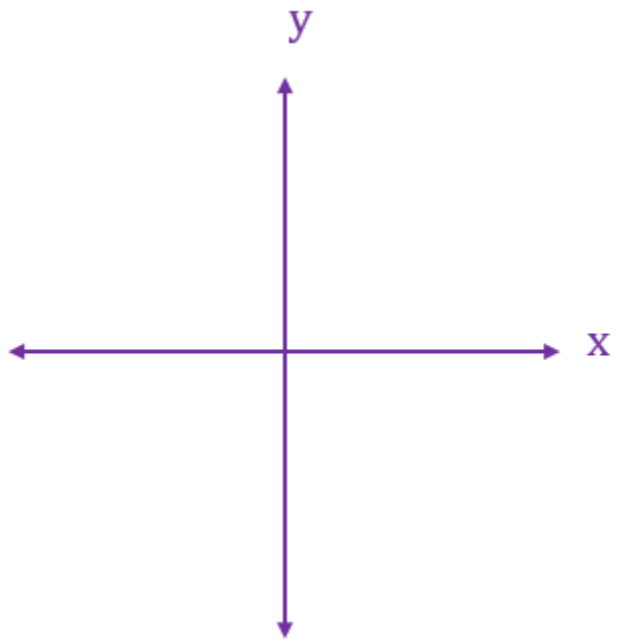
2) عجلات : أوقف سعيد درَّاجته، فتحرَّكت عجلتاها بزاوية قياسها 600° ، ارسم زاوية قياسها 600° في الوضع القياسي.



ارسم كلًّا من الزوايا الآتية المُعطى قياسها في الوضع القياسي:

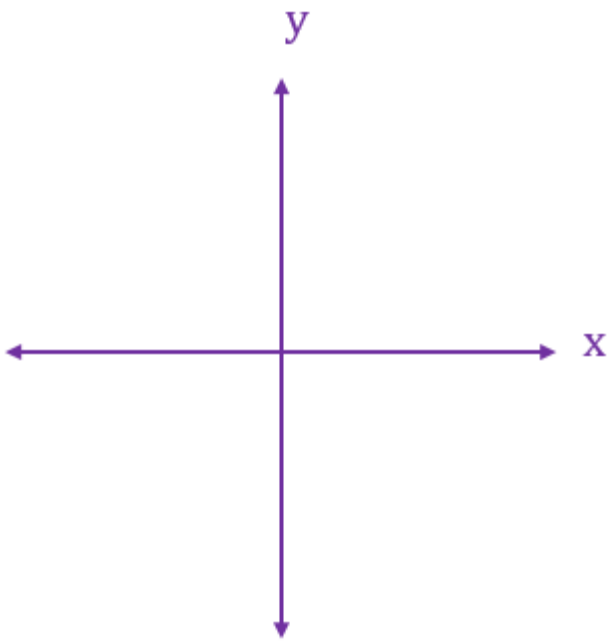
تأكد

3) $390°$



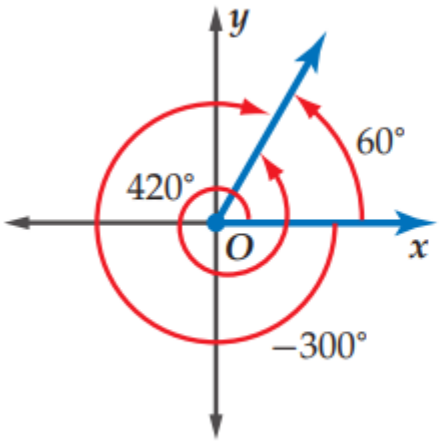
تدرب وحل المسائل

16) $510°$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

ايجاد الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء



عند رسم زاويتين أو أكثر في الوضع القياسي، فإنها قد تشترك في ضلع الانتهاء مثل الزوايا التي قياساتها: $-300°$, $420°$, $60°$ كما هو موضَّح في الشكل المجاور.

يمكن إيجاد زاوية مشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى، من خلال جمع أو طرح أحد مضاعفات $360°$.

- $60° + 360° = 420°$
- $60° - 360° = -300°$

تحقق من فهمك

في كلٍّ ممَّا يأتي أوجد زاويتين، إحداهما بقياس موجب، والأخرى بقياس سالب، مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كل زاوية مُعطاة:

(3A $15°$

(3B $-45°$

في كلٍّ ممَّا يأتي أوجد زاويتين، إحداهما بقياس موجب، والأخرى بقياس سالب، مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كل زاوية مُعطاة:

تأكـد

4) $25°$

تدرب وحل المسائل

20) $205°$

تأكـد

6) $-100°$

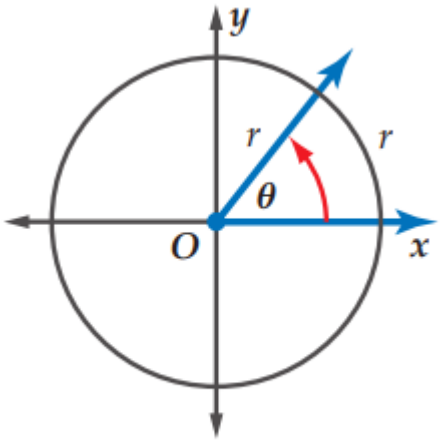
تدرب وحل المسائل

23) $-195°$

التحويل من القياس بالدرجات الى القياس بالراديان والعكس

يمكن أن تقاس الزوايا أيضًا بوحدات تستند إلى طول قوس من دائرة. فقياس الزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي، والتي تحدّد على الدائرة قوسًا طوله مساوٍ لطول نصف قطر الدائرة هو 1 **راديان** (rad)

محيط الدائرة يساوي $2\pi r$. لذلك فالدورة الكاملة على الدائرة تساوي 2π راديان. وبما أن $2\pi\,\text{rad} = 360°$ ،
فإن العلاقة بين القياس بالدرجات والقياس بالراديان كما يأتي: $2\pi\,\text{rad} = 360°$ أي أن $\pi\,\text{rad} = 180°$



$\theta = 1$ راديان

ارشادات للدراسة

القياس بالراديان

كما في القياس بالدرجات، فإن القياس بالراديان يقيس مقدار الدوران من ضلع الابتداء حتى ضلع الانتهاء.

- قياس زاوية بالراديان يكون موجبًا إذا كان الدوران عكس حركة عقارب الساعة.
- قياس زاوية بالراديان يكون سالبًا إذا كان الدوران مع حركة عقارب الساعة.

مفهوم أساسي

من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان	من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات
للتحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان، اضرب قياس الزاوية بالدرجات في $\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$	للتحويل من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات، اضرب قياس الزاوية بالراديان في $\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$

تحقق من فهمك

حوّل قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى درجات:

(4A 120°

(4B $-\frac{3\pi}{8}$

قراءة الرياضيات

القياس بالراديان

كلمة راديان أو rad تُحذف عادة عندما يتمُّ التعبير عن قياسات الزوايا بالراديان. ومن هنا فعندما لا نضع وحدة لقياس مُعطى لزاوية تكون الوحدة هي الراديان.

حوِّل قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى الدرجات في كلٍّ ممَّا يأتي:

تأكـد

7) $\frac{\pi}{4}$

تدرب وحل المسائل

24) $330°$

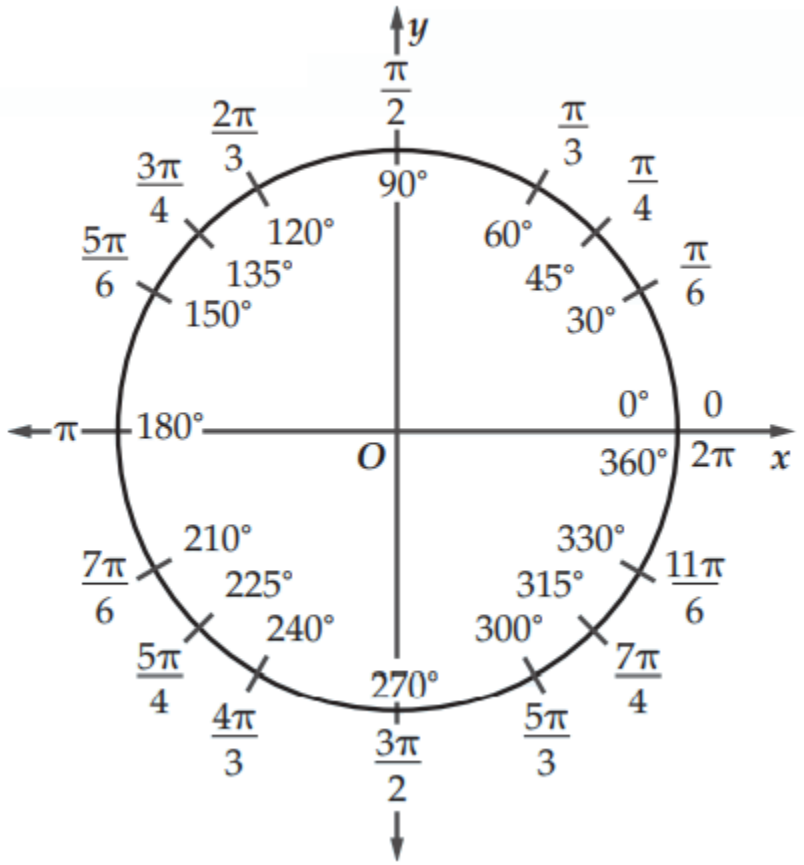
تأكـد

9) $-40°$

تدرب وحل المسائل

26) $-\frac{\pi}{3}$

ملخص المفهوم



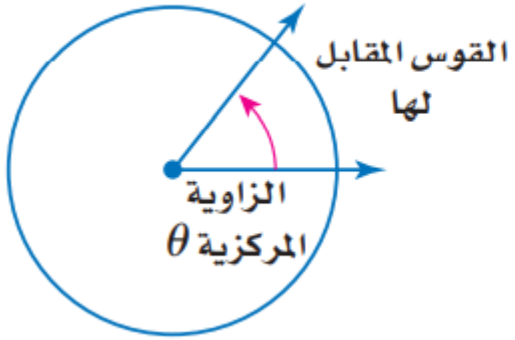
يُظهِر الشكل المجاور قياسات الزوايا الخاصة بالدرجات وبالراديان.

من المفيد أن تحفظ قياسات الزوايا الخاصّة الآتية بالدرجات وبالراديان؛ فقياسات الزوايا الخاصّة الأخرى ما هي إلا مضاعفات لقياسات هذه الزوايا.

$$30° = \frac{\pi}{6} \qquad 45° = \frac{\pi}{4}$$

$$60° = \frac{\pi}{3} \qquad 90° = \frac{\pi}{2}$$

طول القوس



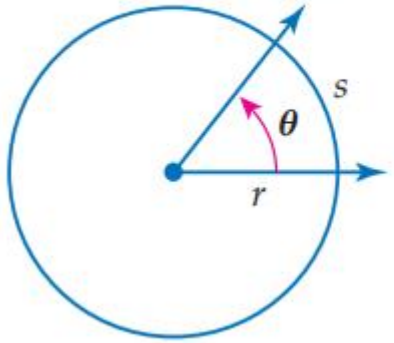
الزاوية المركزية في دائرة هي الزاوية التي يقع رأسها على مركز الدائرة.
إذا علمت قياس الزاوية المركزية وطول نصف قطر الدائرة، فإنك تستطيع أن تجد طول القوس المقابل لها.

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: **طول القوس** من الدائرة (s)، المقابل لزاوية مركزية قياسها (θ) بالراديان يساوي حاصل ضرب نصف القطر r في θ.

الرموز: $s = r\theta$

النموذج:



تحقق من فهمك

5) مطاعم : يقع في أعلى برج الخرج مطعم دوَّار، نصف قطره 90 ft، حيث يدور الجناح المخصَّص لتقديم الطعام والقريب من النوافذ الخارجية دورة كاملة كل 90 دقيقة. إذا ذهب شخص للمطعم لتناول العشاء وجلس على طاولة بجانب النافذة عند الساعة 6:42 مساءً وانتهى عند الساعة 8:00 مساءً، فما المسافة التي دارها؟

تنبيه

طول القوس

تذكَّر أن تكتب قياس الزاوية بالراديان وليس بالدرجات عندما تحسب طول القوس. وتذكَّر أيضًا أن الدورة الكاملة تساوي 2π راديان.

تأكد

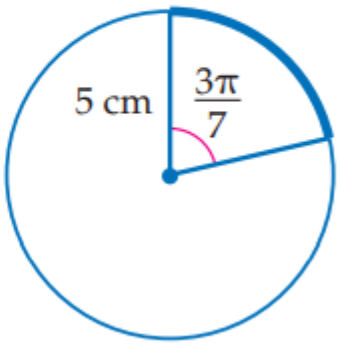
من واقع الحياة

10) **تنس طاولة :** تحرَّك لاعب تنس طاولة في مسار على شكل قوسٍ من دائرة. إذا كان طول نصف قطر دائرته هو 1.2 m، وزاوية دوران اللاعب تساوي 100°، فما طول هذا القوس، مقرِّبًا إلى أقرب جزء من عشرة؟

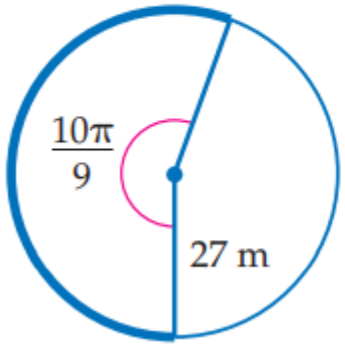
تدرب وحل المسائل

أوجد طول القوس المحدد في كلٍّ من الدائرتين الآتيتين، مقرِّبًا إلى أقرب جزء من عشرة.

31)

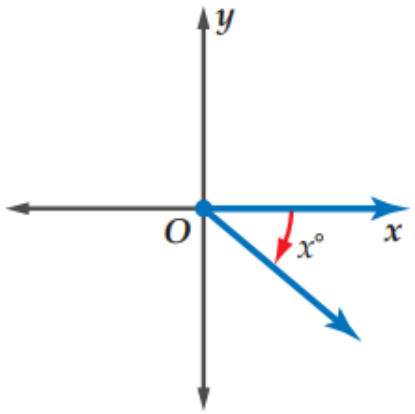


32)



مسائل مهارات التفكير العليا

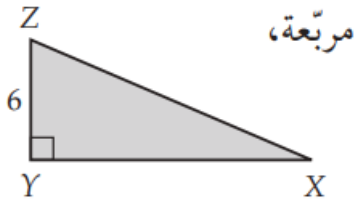
44) **اكتشف الخطأ :** كتب كلٌّ من عليٍّ وأحمد عبارة تُمثّل قياس الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية الظاهرة في الشكل المجاور. من منهما إجابته صحيحة؟ وضِّح إجابتك.



علي	أحمد
$(x-360)^\circ$	$(360-x)^\circ$

تدريب على اختبار

49) **هندسة :** إذا كانت مساحة المثلّث المجاور 60 وحدة مربّعة، فما طول الضلع $\overline{XZ}$؟

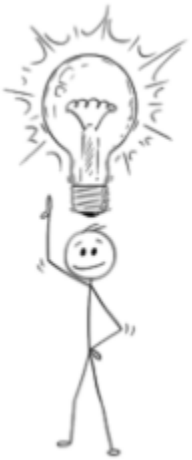


A $2\sqrt{34}$

B $4\sqrt{109}$

C $2\sqrt{109}$

D $4\sqrt{34}$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق