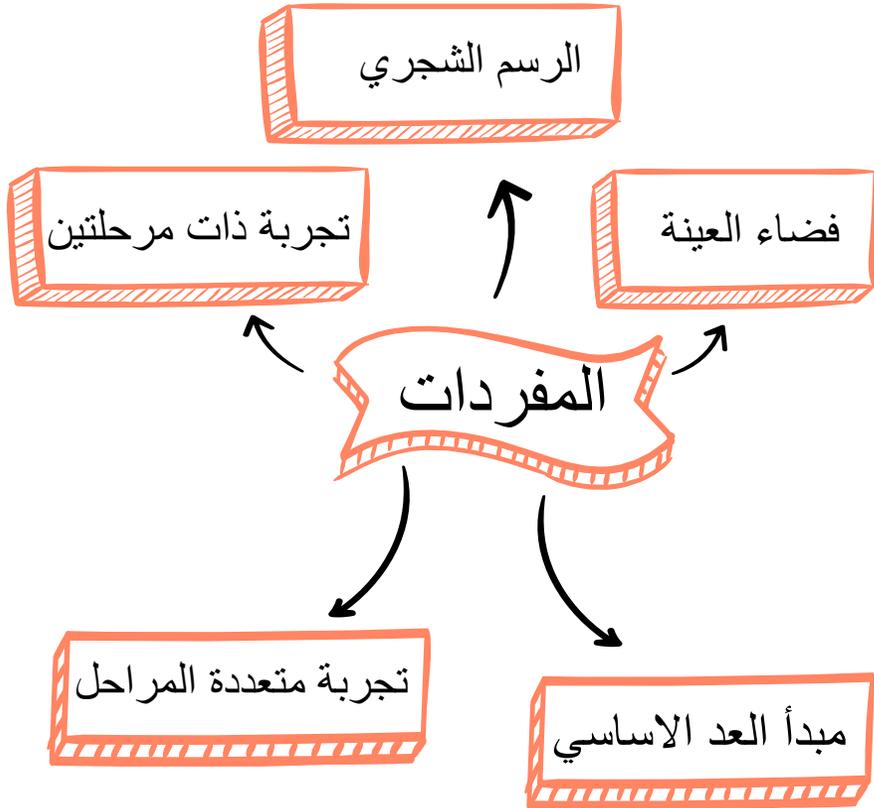


تمثيل فضاء العينة

1



الأهداف :

1. استعمال القوائم والجداول
والرسم الشجري لتمثيل
فضاء العينة .
2. استعمال مبدأ العد الأساسي
لايجاد عدد النواتج الممكنة .

فيما سبق :
درست حساب الاحتمال
التجريبي

لماذا؟؟؟



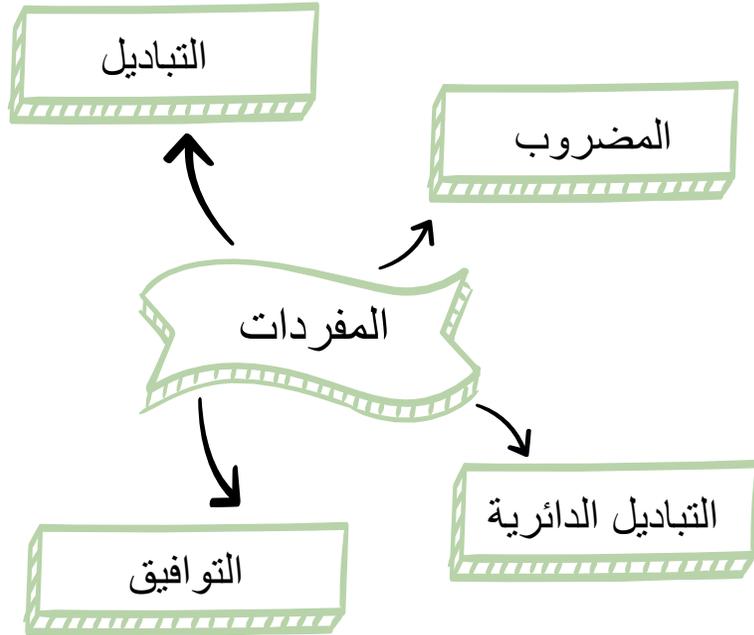
في مباريات كرة القدم، يلقي الحكم عادة قطعة نقد مرة واحدة؛ ليحدد أيُّ الفريقين سيختار المكان في الملعب أولاً. وقد تكون النتيجة هي الشعار أو الكتابة.

اسئلة التعزيز

1. ما الذي يجعل تجربة إلقاء قطعة النقد عادلة ؟
2. ما الطرق الاخرى العادلة التي تحدد من يبدأ اللعب أولاً ؟

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

2



الأهداف :

1. استعمال التباديل في حساب الاحتمال.
2. استعمال التوافيق في حساب الاحتمال.

فيما سبق :
درست استعمال مبدأ العد الأساسي

لماذا؟؟؟



وقف يوسف وعليّ وفراس وفهد لالتقاط صورة جماعية لهم.
وهناك 4 خيارات لمن يقف في أقصى اليمين ، و 3 خيارات لمن
يقف في المكان الثاني، وخياران للمكان الثالث، وخيار واحد
للمكان الأخير.

اسئلة التعزيز

1. لماذا يكون الترتيب في الصورة مهما ؟
2. أي المواقف الأخرى قد يكون فيها ترتيب الأشياء مهما ؟
3. أي المواقف قد لا يكون فيها ترتيب الأشياء مهما ؟

مفهوم أساسي

ارشادات للدراسة

العشوائية

عندما يتم اختيار
النواتج عشوائياً
تتساوى فرص
وقوعها، ويمكن حساب
احتمالاتها باستعمال
التباديل والتوافيق.

التعبير اللفظي: يُكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة $n!$ ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .



بالرموز: $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

وقد اتفق على اعتبار أن $0! = 1$.

تحقق من فهمك

(1) **تصوير:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟". ما احتمال أن يُختار علي ليقف في أقصى يسار الصورة، وأن يقف فراس في أقصى يمينها؟

التبديل تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًا.

مفهوم أساسي

التباديل

يرمز إلى عدد **تباديل** n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز ${}_n P_r$ حيث

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد تباديل 5 عناصر مأخوذة 2 في كل مرة يساوي:

$${}_5 P_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 20$$

تحقق من فهمك



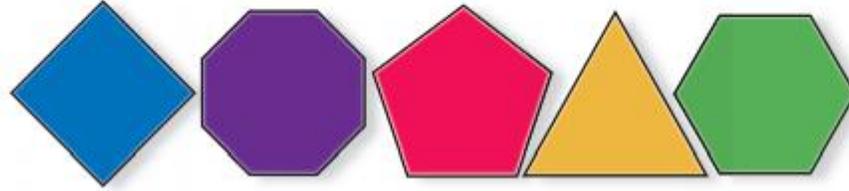
(2) بطاقات جامعية : تستعمل الأرقام 1-9 دون تكرار؛ لعمل بطاقات للطلاب مكونة من 8 منازل.

(A) ما عدد البطاقات الجامعية الممكنة؟

(B) إذا اختيرت بطاقة جامعية عشوائياً، فما احتمال أن تحمل أحد الرقمين 42135976, 67953124؟

تأكد

(1) هندسة : إذا طُلب إليك ترتيب المضلعات المبيّنة أدناه في صفٍّ من اليمين إلى اليسار، فما احتمال أن يكون المثلث هو الأول والمربع هو الثاني؟



تدرب وحل المسائل

(8) مجموعات : تمّ اختيار شخصين عشوائياً من مجموعة من عشرة أشخاص. ما احتمال اختيار طارق أولاً ثم سليم ثانياً؟

مفهوم أساسي

التباديل مع التكرار

عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ...، فإنه يساوي:

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$

التباديل مع التكرار



تحقق من فهمك

(3 أعداد : تم تكوين عدد مكون من 6 أرقام عشوائياً باستعمال الأرقام 1, 5, 2, 1, 5, 3، ما احتمال أن يكون أول رقم في العدد هو 5 وآخر رقم هو 5 أيضاً؟

الدوال المثلثية للزوايا



فيما سبق :
درست إيجاد قيم الدوال
المثلثية للزوايا الحادة

الأهداف :

1. إيجاد قيم الدوال المثلثية لأي زاوية .
2. إيجاد قيم الدوال المثلثية باستعمال زوايا مرجعية.

المفردات

1. الزاوية الربعية
2. الزاوية المرجعية

لماذا؟؟؟



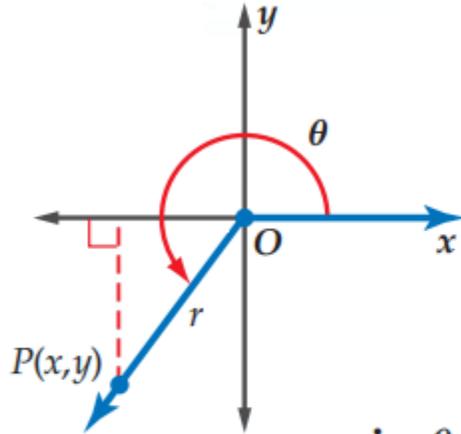
تنتشر العجلة الدوّارة في كُبريات مدن الألعاب. ويمكننا إيجاد ارتفاع إحدى عرباتها في لحظة معينة عندما تدور العجلة بزاوية أكبر من 90° .

اسئلة التعزيز

1. في أي ربع تقع الزاوية " 20° في اتجاه عقارب الساعة " ؟
2. في أي ربع تقع الزاوية " 200° في عكس اتجاه عقارب الساعة " ؟
3. كيف يمكن التعبير عن موقع الزاوية التي قياسها 20° في اتجاه عقارب الساعة باستعمال التدوير في عكس اتجاه عقارب الساعة ؟

الدوال المثلثية للزوايا يمكن إيجاد قيم الدوال المثلثية لزاويا قياساتها تزيد على 90° أو تقلُّ عن 0° .

مفهوم أساسي



لتكن زاوية مرسومة في الوضع القياسي ولتكن النقطة $P(x, y)$ تقع على ضلع الانتهاء لها. باستعمال نظرية فيثاغورس يمكن إيجاد قيمة r التي تمثل البعد بين نقطة الأصل والنقطة P .

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$. فتكون الدوال المثلثية الست للزاوية θ معرّفة كما يأتي:

$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}, x \neq 0$$

$$\csc \theta = \frac{r}{y}, y \neq 0$$

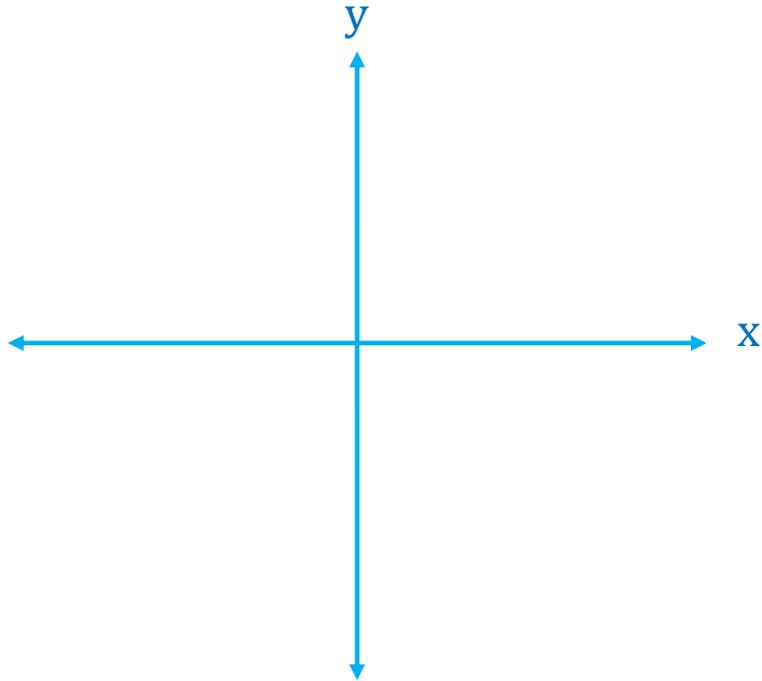
$$\sec \theta = \frac{r}{x}, x \neq 0$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y}, y \neq 0$$

ايجاد قيم الدوال المثلثية بمعلومية نقطة

تحقق من فهمك

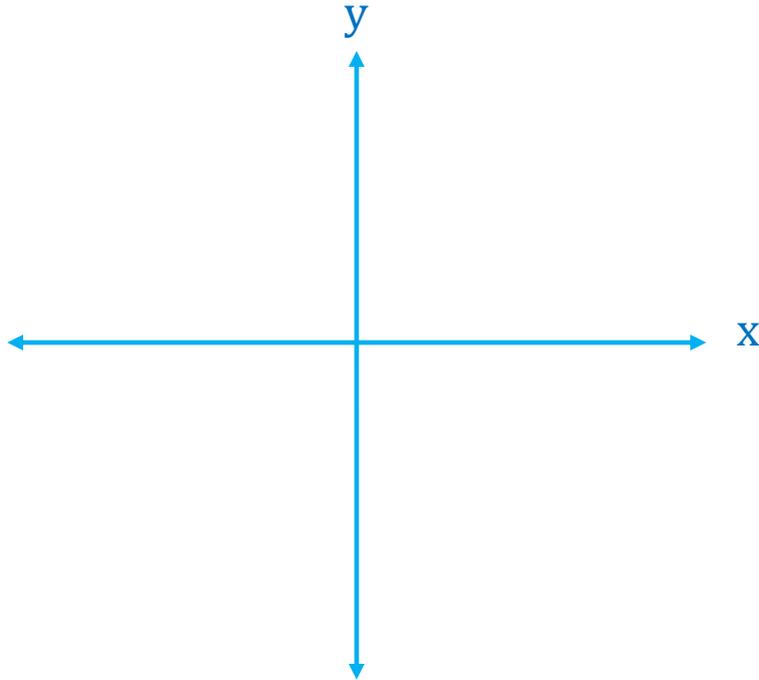
(1) إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمرُّ بالنقطة $(-6, 2)$ ، فأوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ .





إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمرُّ بإحدى النقاط الآتية في كلِّ مرّة،
فأوجد قيم الدوالّ المثلثية الستّ للزاوية θ :

(1) (2)



إذا وقع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي على المحور x أو على المحور y ، فإن الزاوية θ تُسمى زاوية ربعية.

مفهوم أساسي

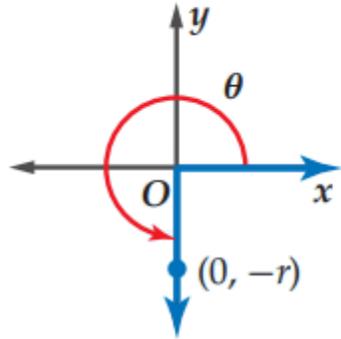
ارشادات للدراسة

الزوايا الربعية

قياس أي زاوية ربعية هو من مضاعفات 90° أو $\frac{\pi}{2}$.

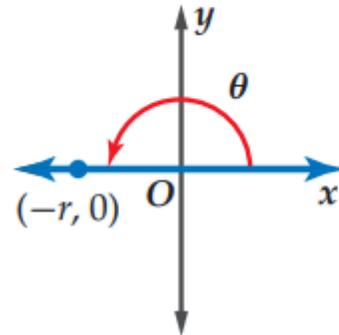
$$\theta = 270^\circ$$

$$\theta = \frac{3\pi}{2} \text{ rad أو}$$



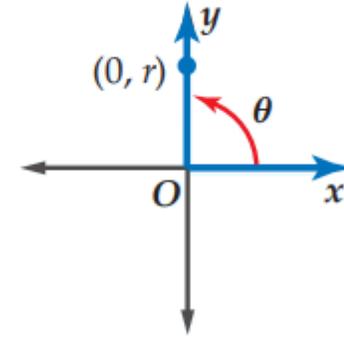
$$\theta = 180^\circ$$

$$\theta = \pi \text{ rad أو}$$



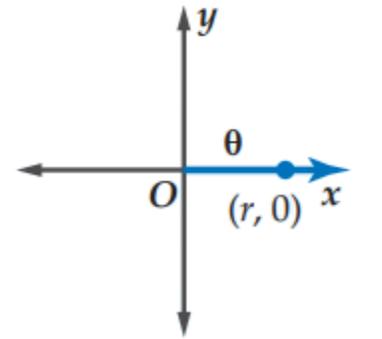
$$\theta = 90^\circ$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad أو}$$



$$\theta = 0^\circ$$

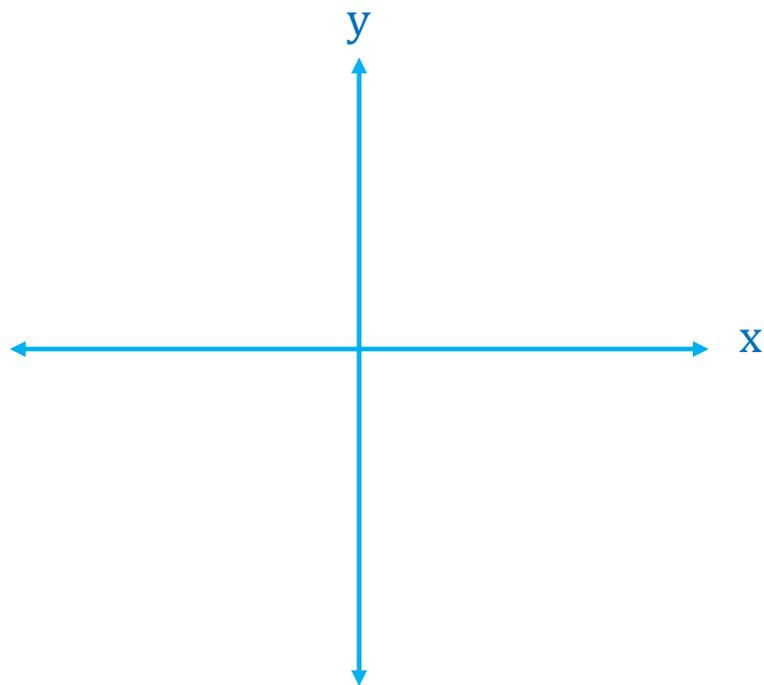
$$\theta = 0 \text{ rad أو}$$



تحقق من فهمك



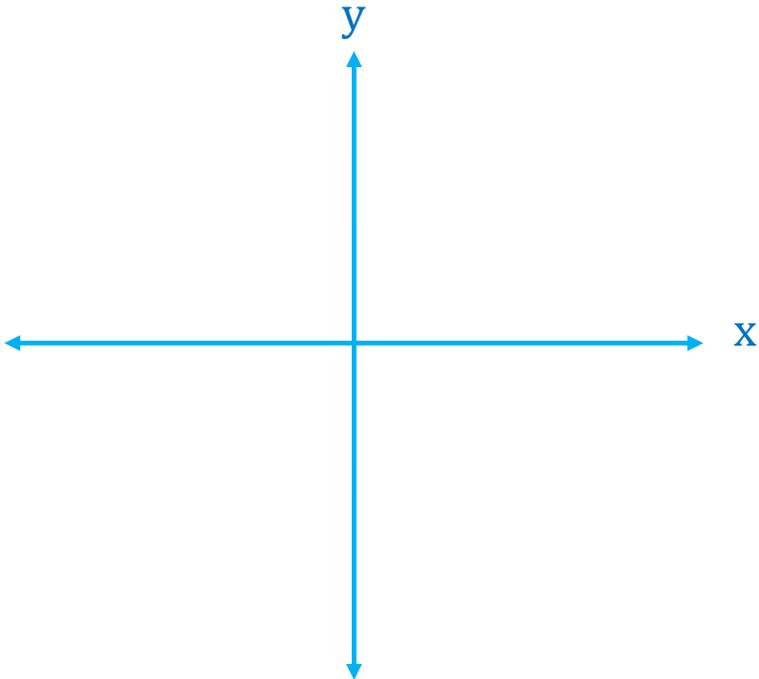
(2) إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمرُّ بالنقطة $(-2, 0)$ ، فأوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ .



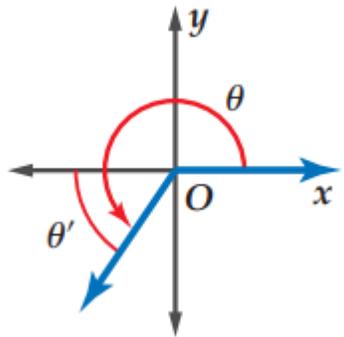


إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمرُّ بإحدى النقاط الآتية في كلِّ مرّة، فأوجد قيم الدوالّ المثلثية الستّ للزاوية θ .

(15) $(0, -7)$



الزوايا المرجعية



إذا كانت θ زاوية غير ربعية مرسومة في الوضع القياسي، فإن زاويتها المرجعية θ' هي الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية θ والمحور x .

والجدول الآتي يبيِّن قواعد إيجاد قياس الزاوية المرجعية للزاوية θ بحسب الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء لها، حيث $0^\circ < \theta < 360^\circ$ أو $0 < \theta < 2\pi$.

مفهوم أساسي

قراءة الرياضيات

الرمز θ'

θ' يُقرأ: ثيتا شرطة.

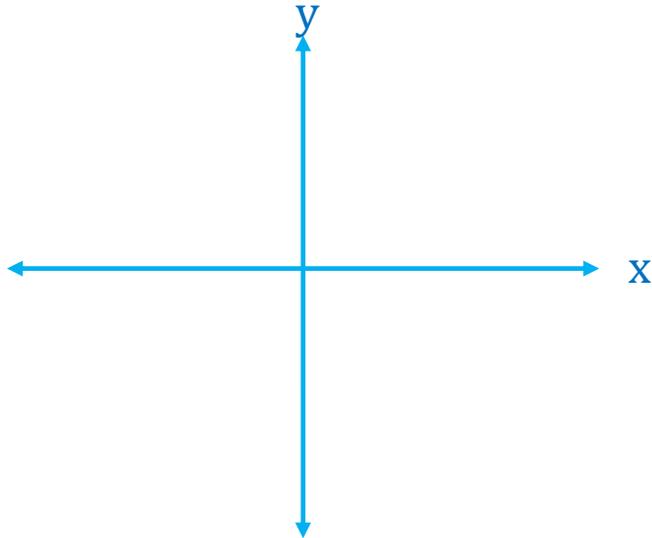
الربع الرابع	الربع الثالث	الربع الثاني	الربع الأول
$\theta' = 360^\circ - \theta$ $\theta' = 2\pi - \theta$	$\theta' = \theta - 180^\circ$ $\theta' = \theta - \pi$	$\theta' = 180^\circ - \theta$ $\theta' = \pi - \theta$	$\theta' = \theta$

لإيجاد الزاوية المرجعية للزاوية θ التي قياسها أكبر من 360° أو أقل من 0° ، استعمل زاوية بقياس موجب محصور بين $0^\circ, 360^\circ$ ومشاركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية θ .

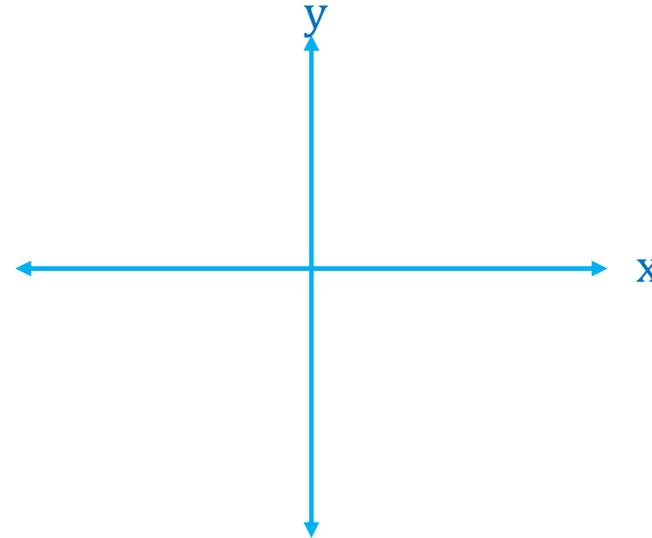
ارسم كلاً من الزاويتين الآتيتين في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها:

تحقق من فهمك

$\frac{9\pi}{3}$ (3B)



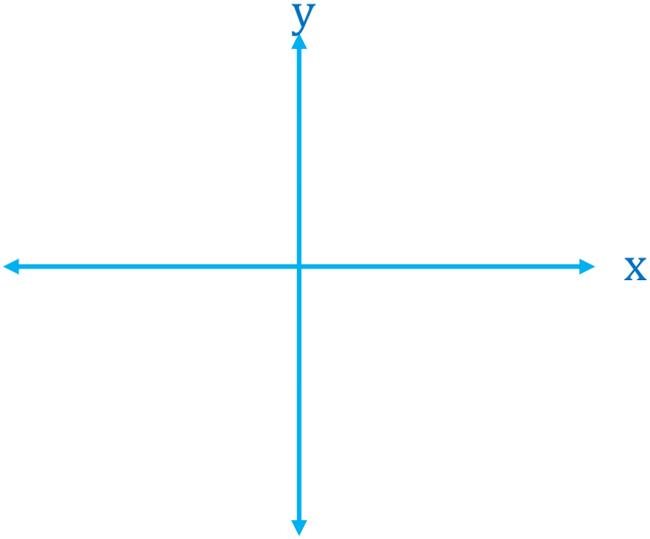
-110° (3A)



ارسم كلاً من الزاويتين الآتيتين في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها:

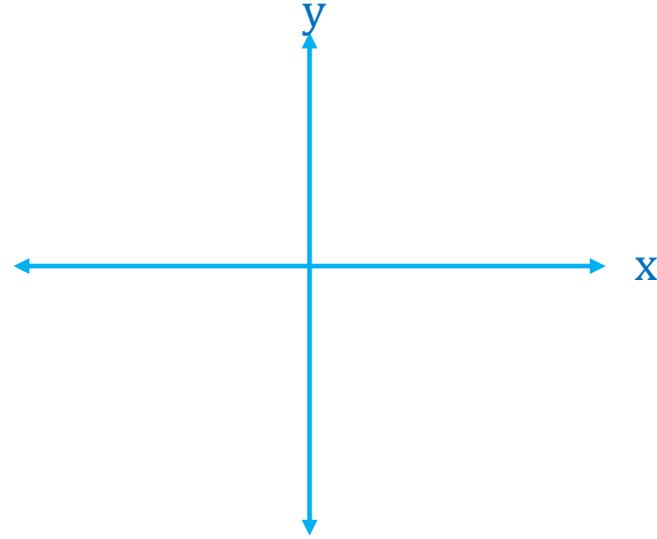
تدرب وحل المسائل

(22) $-\frac{\pi}{4}$



تأكد

(4) 300°



ارشادات للدراسة

الدورة الكاملة [0°, 360°]

لايجاد زاوية مشتركة
في ضلع الانتهاء مع
الزاوية θ ، وقياسها
موجب محصور بين
 $0^\circ, 360^\circ$
- إذا كانت θ أكبر
من 360° ، فاطرح
منها 360° أو أحد
مضاعفاتها.
- إذا كانت θ أصغر من
 0° ، فأضف إليها 360°
أو أحد مضاعفاتها.

لايجاد قيم الدوال المثلثية لأي زاوية θ ، يمكنك استعمال الزوايا المرجعية وتحدد إشارة كل دالة بحسب الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء للزاوية θ . وللقيام بذلك استعمل الخطوات أدناه.

مفهوم أساسي

الربع الثاني sin θ , csc θ : + cos θ , sec θ : - tan θ , cot θ : -	الربع الأول sin θ , csc θ : + cos θ , sec θ : + tan θ , cot θ : +
الربع الثالث sin θ , csc θ : - cos θ , sec θ : - tan θ , cot θ : +	الربع الرابع sin θ , csc θ : - cos θ , sec θ : + tan θ , cot θ : -

الخطوة 1 : أوجد قياس الزاوية المرجعية θ' .

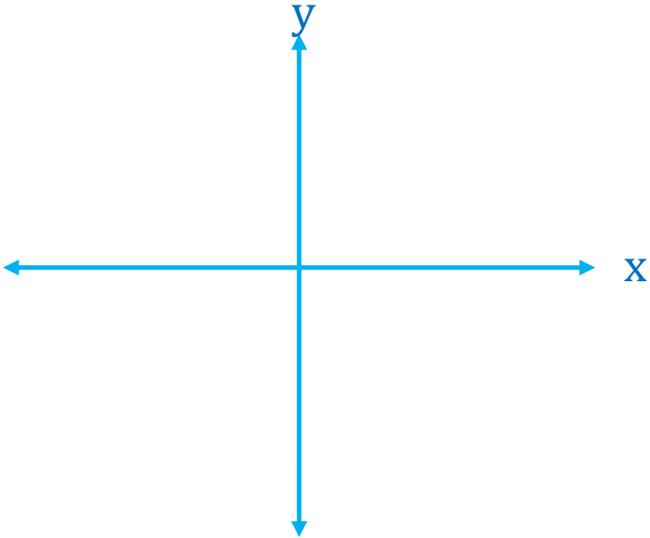
الخطوة 2 : أوجد قيمة الدالة المثلثية للزاوية θ' .

الخطوة 3 : حدّد إشارة قيمة الدالة المثلثية للزاوية θ باستعمال الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء للزاوية θ .

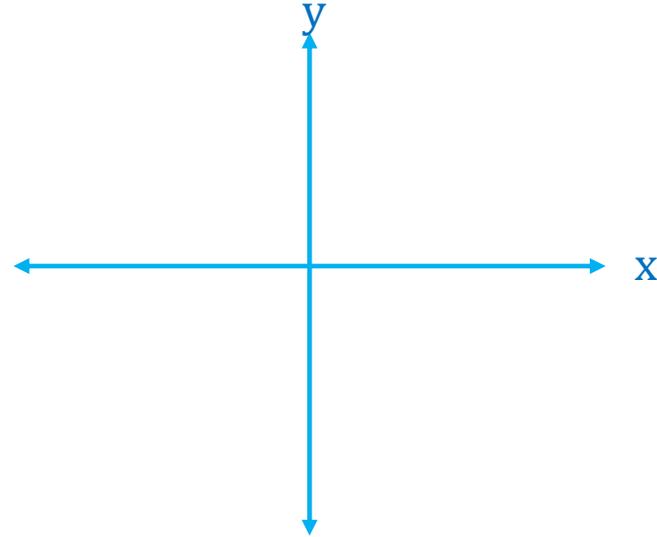
أوجد القيمة الدقيقة للدالة المثلثية في كلِّ ممَّا يأتي:

تحقق من فهمك

$$\tan \frac{5\pi}{6} \quad (4B)$$



$$\cos 135^\circ \quad (4A)$$



أوجد القيمة الدقيقة للدالة المثلثية في كلِّ ممَّا يأتي:

تأكد

$$\sin \frac{3\pi}{4} \quad (7)$$

تدرب وحل المسائل

$$\csc 225^\circ \quad (27)$$

تأكد

$$\tan \frac{5\pi}{3} \quad (8)$$

تدرب وحل المسائل

$$\cos \frac{5\pi}{3} \quad (29)$$

(5) أراجع : أوجد الارتفاع الكليّ لنهاية الذراع الصفراء اللون في المثال 5 إذا كان طول هذه الذراع 72 ft ، وارتفاع محور الدوران 88 ft ، وقياس زاوية الدوران -195° -

(45) تبرير : حدّد ما إذا كانت المعادلة: $3 \sin 60^\circ = \sin 180^\circ$ صحيحة أم غير صحيحة. وضح إجابتك.



تدريب على اختبار

(49) ما المقدار الذي يكافئ المقدار: $(-6 + i)^2$ ؟

$36 - i$ C

$-12i$ A

$35 - 12i$ D

$36 - 12i$ B

