سلسلة
رفعة
التعليمية

لحل مسائل مهارات التفكير العليا
للصف الثاني المتوسط
الفصل الدراسي الأول

تطوير - إنتاج - توثيق

المقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم

و الصلاة و السلام على من لا نبي بعده

أقدم بين أيديكم حلول مسائل مهارات التفكير العليا

لمنهج الرياضيات للصف الثاني المتوسط الفصل الدراسي الأول

أسأل الله أن يجعله خالصاً لوجهه الكريم

إن أحسنت فمن الله وحده

و إن أخطأت فمن نفسي و الشيطان

شكر
و عرفان

أتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة رفعة الرياضيات التي تضم نخبة من المبدعين و المبدعات من معلمي الرياضيات

شكراً لكم

و لي الفخر أن أكون أحد مؤسسي هذه المجموعة المبدعة

شكر و تقدير

لمصممة الغلاف : أشواق الغامدي

ردمك

الأستاذة : الاء منير منور الردادي

نفيدكم علماً بأنه تم تسجيل عملكم المرسوم بـ

سلسلة رفعة التعليمية – لحل مسائل مهارات التفكير العليا

للصف الثاني المتوسط الفصل الدراسي الأول

تحت رقم إيداع ١٤٤٤/١٣٢٣

و تاريخ ١٤٤٤/٠٣/٠٤ هـ

و رقم ردمك ٢-٢٣٩٧-٠٤-٦٠٣-٩٧٨

الفهرس

الجبر : الأعداد النسبية
١-١ : الأعداد النسبية
١-٢ : مقارنة الأعداد النسبية
١-٣ : ضرب الأعداد النسبية
١-٤ : قسمة الأعداد النسبية
١-٥ : جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المتشابهة و طرحها
١-٦ : جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المختلفة و طرحها
١-٧ : استراتيجية حل المسألة
١-٨ : القوى و الأسس
١-٩ : الصيغة العلمية

١-١ : الأعداد النسبية

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	أعطِ مثالاً لكسر عشري دوري يتكرر فيه رقمان ، و وضح لماذا يعتبر عدداً نسبياً ؟	
ج	$٠,\overline{١٢}$ ؛ لأن $٠,\overline{١٢} = \frac{٤}{٣٣}$ ، و هو عدد نسبي .	

٢	اكتشف المختلف	التحليل
س	عين الكسر الذي لا ينتمي إلى الكسور الثلاثة الأخرى ، ووضّح إجابتك $\frac{١}{٨}$ $\frac{١}{٤}$ $\frac{١}{٦}$ $\frac{١}{٥}$	
ج	$\frac{١}{٦}$ ؛ لا يمكن كتابتها على شكل كسر عشري منتهي .	

٣	تحد	التفكير
س	فسّر لماذا يكون أي عدد نسبي كسراً عشرياً منتهياً أو دورياً .	
ج	هناك احتمالان للباقي عند القسمة ، فإما أن يساوي صفراً فيكون الكسر العشري منتهياً ، أو لا يساوي صفراً فتتكرر أرقام الكسر العشري ، و ذلك عندما يبدأ الباقي في التكرار أو يساوي المقسوم الأصلي .	

١-١ : الأعداد النسبية

٤	اكتب	الإدراك
س	قارن بين كل زوج من الأعداد الآتية : ٠,١ ، $٠,\overline{١}$ وَ ٠,١٣ ، $٠,\overline{١٣}$ وَ ٠,١٥٧ ، $٠,\overline{١٥٧}$ عند كتابتها على صورة كسور اعتيادية ، ثم اعمل تخميناً حول التعبير عن الكسور العشرية الدورية بكسور اعتيادية .	
ج	عندما تتكرر الأرقام فإن الأرقام المتكررة هي بسط الكسر ، و مقامه أصغر بـ (١) من القيمة المنزلية للكسر العشري .	

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

١-٢ : مقارنة الأعداد النسبية و ترتيبها

١	الحس العددي	معرفة
س	الحس العددي : هل الكسور : $\frac{٥}{١١}$ ، $\frac{٥}{١٢}$ ، $\frac{٥}{١٣}$ ، $\frac{٥}{١٤}$ مرتبة من الأصغر إلى الأكبر ، أم من الأكبر إلى الأصغر ؟ وضّح إجابتك .	
ج	من الأكبر إلى الأصغر : بما أن قيمة البسط متساوية ، فإن قيم الكسور الاعتيادية تنقص كلما زاد المقام .	

٢	تحد	التفكير
س	هل يوجد أعداد نسبية بين العدد $٠,\overline{٢}$ ، $\frac{٢}{٩}$ ؟ وضّح إجابتك .	
ج	$٠,\overline{٢} = \frac{٢}{٩}$ ؛ لا	

٣	اكتب	الإدراك
س	وضّح لماذا يقل العدد ٠,٢٨ عن العدد $٠,\overline{٢٨}$ ؟	
ج	لأن ٠,٢٨ = ٠,٢٨٠٠٠٠٠٠ وَ $٠,\overline{٢٨}$ = ... ٠,٢٨٢٨٢٨ ، ٠,٢٨ أقل من $٠,\overline{٢٨}$	

١-٣ : ضرب الأعداد النسبية

١	اكتشف الخطأ	التطبيق
س	قام سمير و أنس بإيجاد ناتج ضرب $٢\frac{١}{٢}$ في $٣\frac{١}{٤}$ كما يأتي ، فأيّهما على صواب ؟ وضّح إجابتك . أنس $٣\frac{١}{٤} \times ٢\frac{١}{٢}$ $= \frac{١٣}{٤} \times \frac{٥}{٢}$ $= \frac{٦٥}{٨} = ٨\frac{١}{٨}$ سمير $٣\frac{١}{٤} \times ٢\frac{١}{٢}$ $= ٣ \times ٢ + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٤}$ $= ٦ + \frac{١}{٨} = ٦\frac{١}{٨}$	
ج	أنس ؛ لضرب أعداد كسرية ، نكتبها على صورة كسور عادية ثم نضربها .	

٢	مسألة مفتوحة	التركيب
س	اختر كسرين بحيث يكون ناتج ضربهما أكبر من ($\frac{١}{٢}$) و أصغر من (١) ، و استعمل خط الأعداد لتبرير إجابتك .	
ج	$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٤}{٥}$	

١-٣ : ضرب الأعداد النسبية

٣	تحد	التفكير
س	أوجد الكسر المجهول في العملية الآتية : $\frac{٣}{٤} \times \square = \frac{٩}{١٤}$	
ج	$\frac{٦}{٧}$	

٤	اكتب	الإدراك
س	وضّح لماذا يكون ناتج ضرب الكسرين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧}{٨}$ أصغر من $\frac{١}{٢}$.	
ج	لأن $\frac{١}{٢} \times ١ = \frac{١}{٢}$ وَ $\frac{٧}{٨}$ أقل من ١ ، $\frac{١}{٢} \times \frac{٧}{٨}$ أقل من $\frac{١}{٢}$	

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

١-٤ : قسمة الأعداد النسبية

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	اختر كسراً اعتيادياً يقع بين ٠ وَ ١ ، و أوجد كلاً من نظيريه الجمعي والضربي . وضّح إجابتك .	
ج	$\frac{٢}{٣}$ ، النظير الجمعي له هو $-\frac{٢}{٣}$ ؛ لأن $\frac{٢}{٣} + (-\frac{٢}{٣}) = ٠$ ، و النظير الضربي له هو $\frac{٣}{٢}$ ؛ لأن $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢} = ١$.	

٢	تحد	التفكير
س	أعط مثالاً يؤكد خطأ العبارة الآتية : ناتج قسمة كسرين اعتياديين يقع كل منهما بين ٠ وَ ١ لا يمكن أن يكون عدداً صحيحاً .	
ج	$\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٤} = ٣$	

٣	الحس العددي	معرفة
س	أيّهما أكبر : $٣٠ \times \frac{٣}{٤}$ أم $٣٠ \div \frac{٣}{٤}$ ؟ وضّح إجابتك .	
ج	$٣٠ \div \frac{٣}{٤}$، ناتج ضرب العدد ٣٠ في عدد أصغر من ١ يكون أقل من ٣٠ ، و ناتج قسمة العدد ٣٠ على عدد أصغر من ١ يكون أكبر من ٣٠ .	

١-٤ : قسمة الأعداد النسبية

٤	تحد	التفكير
س	احسب ذهنياً قيمة كل مما يأتي : $\frac{٦٤١}{٥٩٤} \div \frac{٦٤١}{٨٦} \times \frac{٤٣}{٥٩٤}$ $\frac{٧٢}{٥٣} \div \frac{٢٤١}{٧٨٣} \times \frac{٧٨٣}{٢٤١}$	
ج	$\frac{٤٣}{٨٦} = \frac{٦٤١}{٥٩٤} \div \frac{٦٤١}{٨٦} \times \frac{٤٣}{٥٩٤}$ $\frac{٥٣}{٧٢} = \frac{٧٢}{٥٣} \div \frac{٢٤١}{٧٨٣} \times \frac{٧٨٣}{٢٤١}$	

٥	اكتب	الإدراك
س	مسألة من واقع الحياة يمكن حلها باستعمال قسمة الكسور الاعتيادية أو الأعداد الكسرية ، ثم حلها .	
ج	طول قطعة من القماش $\frac{١}{٢}$ ٢٢ متراً . يريد صاحبها أن يقصها إلى أجزاء متساوية طول كل منها $\frac{١}{٤}$ ٢ متر ، فما عدد الأجزاء ؟ (١٠ أجزاء) .	

تطوير - إنتاج - توثيق

١-٥ : جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المتشابهة و طرحها

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	اكتب مسألة طرح ناتجها $\frac{٢}{٩}$.	
ج	$\frac{٧}{٩} - \frac{٥}{٩} = \frac{٢}{٩}$	

٢	اكتشف الخطأ	التطبيق
س	جمع كل من رامي و سامي $\frac{١}{٧}$ و $\frac{٣}{٧}$ كما هو موضح أدناه . فأيّهما إجابته صحيحة ؟ وضّح إجابتك . رامي: $\frac{٣}{٧} + \frac{١}{٧} = \frac{٣+١}{٧+٧} = \frac{٤}{١٤} = \frac{٢}{٧}$ سامي: $\frac{٣}{٧} + \frac{١}{٧} = \frac{٣+١}{٧} = \frac{٤}{٧}$	
ج	سامي ، لجمع كسرين مقاماهما متشابهان ، اجمع البسطين و اكتب الناتج فوق المقام .	

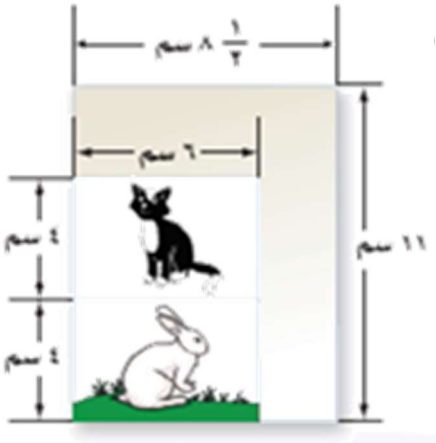
١-٥ : جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المتشابهة و طرحها

٣	تحد	التفكير
س	فسر كيف يمكنك استعمال الحساب الذهني لإيجاد ناتج جمع ما يأتي ، ثم أوجده : $\frac{٢}{٣}$ ٣ + $\frac{٢}{٥}$ ٤ + $\frac{١}{٦}$ ٢ + $\frac{٥}{٦}$ ٢ + $\frac{١}{٣}$ ١ + $\frac{٣}{٥}$	
ج	بما أن $\frac{٢}{٣}$ + $\frac{١}{٣}$ = ١ ، $\frac{٣}{٥}$ + $\frac{٢}{٥}$ = ١ ، $\frac{١}{٦}$ + $\frac{٥}{٦}$ = ١ ؛ لذا أجمع ٣ إلى مجموع الأعداد الكلية ، فيكون الناتج ١٥ .	

٤	اكتب	الإدراك
س	مسألة من واقع الحياة يمكن حلها بجمع أعداد كسرية أو طرحها ، ثم حلها .	
ج	إذا كنت على مسافة ٢ كلم من المدرسة . و قطعت ١ $\frac{٣}{١٠}$ كلم منها . فكم تبعد عن المدرسة ؟ ($\frac{٧}{١٠}$ كلم)	

تطوير - إنتاج - توثيق

١-٦ : جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المختلفة و طرحها

١	تصوير	التفسير
س	صورتان بعداهما ٦ سم × ٤ سم تمت طباعتهما على ورقة بعداها ١١ سم × $\frac{١}{٢}$ ٨ سم . ثم قام المصور بقص الجزء الزائد ، ما مساحة الجزء الزائد من الورقة ؟	
ج	$\frac{١}{٢}$ ٤٥ سم^{٢}	

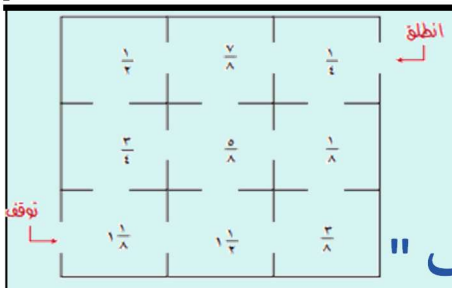
٢	الحس العددي	معرفة
س	دون إجراء الحسابات ، حدد ما إذا كان $\frac{٤}{٧}$ + $\frac{٥}{٩}$ أكبر من أو أقل من أو يساوي ١ . فسّر إجابتك .	
ج	أكبر من ، لأن كلا الكسرين أكبر من $\frac{١}{٢}$ ، و المجموع أكبر من $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ أو أكبر من ١ .	

٣	تحد	التفكير
س	يملأ صنبور دلواً ، و يملأ صنبور آخر الدلو نفسه في ٣ دقائق . اكتب الكسر الذي يدل على الجزء الذي يملأ من الدلو في دقيقة واحدة إذا فتح الصنبوران معاً .	
ج	$\frac{٨}{١٥}$	

١-٦ : جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المختلفة و طرحها

٤	ألغاز	المهارة

في الشكل أدناه يمكنك التحرك أفقياً أو رأسياً ، على أن تمر على الخلية مرةً واحدةً .
ابدأ بالكسر $\frac{١}{٤}$ من كلمة " انطلق " ، ثم اجمع جميع الأعداد التي تمر عليها لتصل إلى كلمة " توقف "



س	ما الممر الذي تسلكه لتحصل في نهايته على العدد الكسري $\frac{٣}{٤}$ ٤ ؟
ج	$\frac{١}{٤} \leftarrow \frac{١}{٨} \leftarrow \frac{٣}{٨} \leftarrow ١\frac{١}{٢} \leftarrow \frac{٥}{٨} \leftarrow \frac{٣}{٤} \leftarrow ١\frac{١}{٨}$
س	ما الممر الذي إذا سلكته ينتج عنه أصغر مجموع ممكن ؟
ج	$\frac{١}{٤} \leftarrow \frac{١}{٨} \leftarrow \frac{٥}{٨} \leftarrow \frac{٣}{٤} \leftarrow ١\frac{١}{٨}$
س	ما الممر الذي ينتج عنه أكبر مجموع ممكن ؟
ج	$\frac{١}{٤} \leftarrow \frac{١}{٨} \leftarrow \frac{٣}{٨} \leftarrow ١\frac{١}{٢} \leftarrow \frac{٥}{٨} \leftarrow \frac{٧}{٨} \leftarrow \frac{١}{٢} \leftarrow \frac{٣}{٤} \leftarrow ١\frac{١}{٨}$

٥	اكتب	الإدراك

اكتب : عبارة عددية لكل مما يلي ، ثم أوجد الناتج .

س	$\frac{٣}{٤}$ الـ $\frac{٢}{٣}$
ج	$\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٢}$
س	$\frac{٣}{٤}$ يزيد على $\frac{٢}{٣}$ بـ
ج	$\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} = ١\frac{٥}{١٢}$
س	$\frac{٢}{٣}$ يقل عن $\frac{٣}{٤}$ بـ
ج	$\frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٤} = -\frac{١}{١٢}$

١-٨ : القوى و الأسس

١	الحس العددي	معرفة
س	رتب $٦^{-٣}$ ، $٦^{٢}$ ، $٦^{٠}$ من الأصغر إلى الأكبر دون إيجاد القيم ، و اذكر السبب .	
ج	$٦^{-٣}$ ، $٦^{٠}$ ، $٦^{٢}$ ؛ الأسس بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر -٣ ، ٠ ، ٢	

٢	تحد	التفكير
س	أكمل النمط الآتي : $٣^{٤} = ٨١$ ، $٣^{٣} = ٢٧$ ، $٣^{٢} = ٩$ ، $٣^{١} = ٣$ $٣^{٠} = \square$ ، $٣^{-١} = \square$ ، $٣^{-٢} = \square$ ، $٣^{-٣} = \square$	
ج	$٣^{٠} = ١$ ، $٣^{-١} = \frac{١}{٣}$ ، $٣^{-٢} = \frac{١}{٩}$ ، $٣^{-٣} = \frac{١}{٢٧}$	

٣	مسألة مفتوحة	التركيب
س	اكتب عبارة بأس سالب ، قيمتها بين صفر وَ $\frac{١}{٢}$.	
ج	$٣^{-٢}$ ؛ $٣^{-٢} = \frac{١}{٩}$	

٤	تحد	التفكير
س	اختر عدداً من الكسور الاعتيادية بين العددين صفر وَ (١) ، ثم أوجد قيمة كل كسر منها بعد رفعه إلى القوة (-١) . اشرح العلاقة بين الكسر قبل أن يرفع للقوة (-١) و بعدها .	
ج	$(\frac{١}{٢})^{-١} = ٢$ ، $(\frac{٣٤}{٤٣})^{-١} = (\frac{٤٣}{٣٤})$ ، $(\frac{٥٦}{٦٥})^{-١} = \frac{٦٥}{٥٦}$ رفع العدد للقوة -١ هو نفسه إيجاد مقلوبه .	

١-٨ : القوى و الأسس

٥	اكتب	الإدراك
س	فسر الفرق بين العبارتين $(-٤)^{٢}$ وَ $٤^{-٢}$.	
ج	العبارة $(-٤)^{٢}$ تعني : سالب ٤ مرفوع للأس ٢ . $(-٤)^{٢} = (-٤) \times (-٤) = ١٦$ أما العبارة : $٤^{-٢}$ فتعني : ٤ مرفوع للأس -٢ . $٤^{-٢} = \frac{١}{١٦}$	

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

١-٩ : الصيغة العلمية

١	الحس العددي	معرفة
س	حدد أي العددين $١,٢ \times ١٠^{٥}$ أو $١,٢ \times ١٠^{٦}$ أقرب إلى المليون ، و وضح ذلك .	
ج	$١,٢ \times ١٠^{٦}$ ؛ $١,٢ \times ١٠^{٥} = ١٢٠٠٠٠$ ، بينما $١,٢ \times ١٠^{٦} = ١٢٠٠٠٠٠$	

٢	تحد	التفكير
اكتب العبارتين الآتيتين بالصيغة العلمية ثم أوجد قيمة كل منهما		
س	$\frac{(١٣٠٠٠٠)(٠,٠٠٥٧)}{٠,٠٠٠٤}$	
ج	$\frac{(١٣٠٠٠٠)(٠,٠٠٥٧)}{٠,٠٠٠٤} = ١,٨٥٢٥ \times ١٠^{٦}$	
س	$\frac{(٩٠٠٠٠)(٠,٠٠١٦)}{(٢٠٠٠٠٠)(٣٠٠٠٠)(٠,٠٠٠١٢)}$	
ج	$\frac{(٩٠٠٠٠)(٠,٠٠١٦)}{(٢٠٠٠٠٠)(٣٠٠٠٠)(٠,٠٠٠١٢)} = ٢ \times ١٠^{-٤}$	

الفهرس

الأعداد الحقيقية و نظرية فيثاغورس
٢-١ : الجذور التربيعية
٢-٢ : تقدير الجذور التربيعية
٢-٣ : استراتيجية حل المسألة
٢-٤ : الأعداد الحقيقية
٢-٥ : نظرية فيثاغورس
٢-٦ : تطبيقات على نظرية فيثاغورس
٢-٧ : هندسة : الأبعاد في المستوى الإحداثي

٢-١ : الجذور التربيعية

١	تحد	التفكير
	احسب قيمة كل مما يأتي :	
س	$(\sqrt{\ }٣٦)^{٢}$	
ج	$(\sqrt{\ }٣٦)^{٢} = ٣٦$	
س	$(\sqrt{\ }\frac{٢٥}{٨١})^{٢}$	
ج	$(\sqrt{\ }\frac{٢٥}{٨١})^{٢} = \frac{٢٥}{٨١}$	
س	$(\sqrt{\ }س)^{٢}$	
ج	$(\sqrt{\ }س)^{٢} = س$	

٢	الحس العددي	معرفة
س	ما الشرط اللازم لصحة المتباينة : $\sqrt{\ }س > \sqrt{\ }٢٥$	
ج	أن يكون العدد المربع الخارج من تحت الجذر أكبر من ٥	

٣	اكتب	الإدراك
س	مسألة من واقع الحياة يتطلب حلها استعمال الجذر التربيعي ، ثم حلها .	
ج	إذا كانت مساحة حلبة ملاكمة مربعة الشكل ٣٦ م^{٢}، فما بعداها؟ ٦ م	

٢-٢ : تقدير الجذور التربيعية

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	أوجد عددين يقع جذراهما التربيعيان بين ٧ وَ ٨ . بحيث يكون الجذر التربيعي لأحدهما قريباً من ٧ ، و الجذر التربيعي للآخر قريباً من ٨ ، و برر إجابتك .	
ج	٥٠ ، ٦٠ و ذلك لأن ٤٩ < ٥٠ < ٦٤ ، و العدد ٥٠ أقرب إلى العدد ٤٩ منه إلى العدد ٦٤ فإن √ ٥٠ أقرب على العدد ٧منه إلى العدد ٨ . و بالمثل ٤٩ < ٦٠ < ٦٤ ، و العدد ٦٠ أقرب إلى العدد ٦٤ منه إلى العدد ٤٩ فإن √ ٦٠ أقرب إلى العدد ٨ منه إلى العدد ٧ .	

٢	تحد	التفكير
س	إذا كان س ^{٣} = ص ، فإن س هي الجذر التكعيبي لـ ص . فسر كيف تقدر الجذر التكعيبي للعدد ٣٠ . ثم أوجد قيمته إلى أقرب عدد كلي .	
ج	بما أن ٢٧ < ٣٠ < ٦٤ ، فالجذر التكعيبي يقع بين ٣ ، ٤ . و بما أن ٣٠ أقرب إلى ٢٧ منه إلى ٦٤ فالجذر التكعيبي لـ ٣٠ هو ٣ تقريباً .	

٣	اكتب	الإدراك
س	وضّح كيف تمثل √ ٧٨ على خط الأعداد .	
ج	بما أن ٨ < ٧٨ < ٩ فالجذر التربيعي للعدد ٧٨ يقع بين ٨ ، ٩ . و بما أن ٧٨ أقرب على ٨١ منه إلى ٦٤ ، فإن موقع √ ٧٨ أقرب إلى ٩ منه إلى ٨ .	

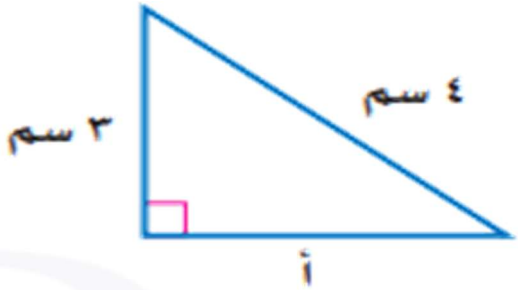
٢-٤ : الأعداد الحقيقية

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	اعطِ مثالاً مضاداً للعبارة الآتية : كل الجذور التربيعية أعداد غي نسبية . فسر إجابتك .	
ج	$\sqrt{٤}$	

٢	تحد	التفكير
س	هل العبارة الآتية صحيحة دائماً أم أحياناً أم غير صحيحة أبداً ؟ فسِّر إجابتك .	
ج	أحياناً ناتج ضرب العدد النسبي صفر في أي عدد غير نسبي هو عدد نسبي	

٣	اكتب	الإدراك
س	مسألة من واقع الحياة يتطلب حلها تقدير الجذر التربيعي ، ثم حلها .	
ج	صالة مربعة الشكل مساحتها ٨٠ م^{٢} ، أوجد بعدا الصالة التقريبي ؟ ٩ م ؛ $\sqrt{٨٠} \approx \sqrt{٨١} = ٩$	

٢-٥ : نظرية فيثاغورس

١	اكتشف الخطأ	التطبيق
س	يحاول كل من مشعل و إبراهيم أن يجد طول الضلع الثالث في المثلث المجاور أيهما جوابه صحيح ؟ فسر إجابتك .  مشعل ٤٢ = أ٢ + ٣٢ أ٢ = ٣٢ + ٤٢ إبراهيم	
ج	مشعل ؛ لأن المعلوم طول الوتر و طول إحدى الساقين ، فالمعادلة هي : ٤٢ = أ٢ + ٣٢	

٢	تحد	التفكير
س	تسمى الأعداد ٣ ، ٤ ، ٥ ثلاثية فيثاغورس ؛ لأنها تحقق نظرية فيثاغورس أوجد مجموعتين من ثلاثيات فيثاغورس	
ج	٦ ، ٨ ، ١٠ ؛ ٥ ، ١٢ ، ١٣	

٢-٥ : نظرية فيثاغورس

٥	اكتب	الإدراك
س	فسِّر لماذا يمكنك استعمال طولي أي ضلعين في المثلث القائم الزاوية لإيجاد طول الضلع الثالث ؟	
ج	تربط نظرية فيثاغورس الاضلاع الثلاثة للمثلث القائم الزاوية ، فإذا علمت طولي ضلعين في مثلث قائم الزاوية ، أمكنك تعويض القيم في نظرية فيثاغورس و الحل لإيجاد طول الضلع المجهول	

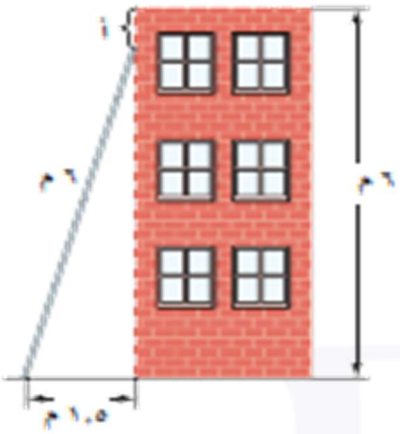
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٦-٢ : تطبيقات على نظرية فيثاغورس

٣	مسألة مفتوحة	التركيب
س	اكتب مسألة يمكن حلها باستعمال نظرية فيثاغورس . ثم فسّر كيف تحل المسألة .	
ج	ترك سامي منزله . و سار ٢ كلم شرقاً ، ثم دار و اتجه جنوباً و سار ٣ كلم . كم يبعد سامي عن منزله ؟ باستعمال نظرية فيثاغورس : جـ^{٢} = $٢^{٢}$ + $٣^{٢}$ ثم بحل المعادلة نحصل على قيمة جـ . فيكون سامي على بعد ٣,٦ كلم من منزله .	

٢	اكتشف المختلف	التحليل
س	تمثل كل مجموعة من الأعداد الآتية أطوال أضلاع مثلث . حدد المجموعة التي لا تنتمي للمجموعات الأخرى . فسّر إجابتك . ٣ ، ٤ ، ٥ ؛ ١٢ ، ٣٥ ، ٣٧ ؛ ٣ ، ٥ ، ٧ ؛ ٦ ، ٨ ، ١٠	
ج	٣ ، ٥ ، ٧ ؛ لأن $٣^{٢}$ + $٥^{٢}$ ≠ $٧^{٢}$	

٦-٢ : تطبيقات على نظرية فيثاغورس

٤	تحد	التفكير
س	وضع سلم طوله ٦ أمتار على حائط رأسي ارتفاعه ٦ أمتار . كم تبعد حافة السلم العليا عن أعلى الحائط إذا كان أسفل السلم يبعد ١,٥ متر من قاعدة الحائط ؟ برر إجابتك .	
ج	حوالي ٠,٢ م ، بحل المعادلة : ٦ ٢ = س ٢ + (١,٥) ٢ تجد أن السلم وصل تقريباً إلى مسافة ٥,٨ م على الحائط . لذا فحافة السلم العليا تبعد عن أعلى الحائط بمقدار : ٦ – ٥,٨ = ٠,٢ م	

٥	اكتب	الإدراك
س	طول وتر مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين يساوي √٢٢٨ وحدة . بين كيف تجد طول كل ساق من ساقيه .	
ج	باستعمال نظرية فيثاغورس أ ٢ + ب ٢ = (√٢٨٨) ٢ بما أن ساقي المثلث متطابقان (المثلث متطابق الضلعين) ، يمكن أن نعوض بـ أ بدلاً عن ب فتصبح المعادلة : أ ٢ + أ ٢ = (√٢٨٨) ٢ و بحل المعادلة نجد أن طول كل من ساقي المثلث يساوي ١٢ وحدة .	

٢-٧ : هندسة : الأبعاد في المستوى الإحداثي

١	تحد	التفكير
س	طبق ما تعلمته عن المسافة في المستوى الاحداثي لتحديد إحداثيات نقطتي نهاية قطعة مستقيمة ليست أفقية أو رأسية طولها ٥ وحدات	
ج	(١ ، ٢) وَ (٤ ، ٦)	

٢	اختر أداة	التطبيق
س	أرادت هيفاء إيجاد المسافة بين النقطتين أ(-٤ ، ٢ ، ٧ ، ٣) ، ب(٦ ، ٤ ، -٣ ، ١) . أي الأدوات الآتية أكثر فائدة لها ؟ برر إجابتك . ثم استعمل الأداة لحل المسألة . آلة حاسبة — ورقة و قلم و رصاص — أشياء حقيقية	
ج	الآلة الحاسبة ؛ لأنه من المفيد جداً استعمال الآلة الحاسبة عند إيجاد مربعات الأعداد التي تتضمن كسوراً عشريةً و جذورها التربيعية ؛ حوالي ٦ ، ٨ وحدات .	

٣	اكتب	الإدراك
س	استعمل كلماتك الخاصة في توضيح طريقة إيجاد طول قطعة مستقيمة غير رأسية أو أفقية نقطتا نهايتها (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢)	
ج	ارسم على المستوى الإحداثي خطاً أفقياً من (س ١ ، ص ١) إلى (س ٢ ، ص ١) . ثم ارسم خطاً رأسياً من (س ٢ ، ص ٢) إلى (س ٢ ، ص ١) لتكون مثلثاً قائم الزاوية . حدد طولي الساقين ، ثم طبق نظرية فيثاغورس لتجد طول الوتر ، و هو طول القطعة الأصلي .	

الفهرس

التناسب و التشابه
٣-١ : العلاقات المتناسبة و غير المتناسبة
٣-٢ : معدل التغير
٣-٣ : المعدل الثابت للتغير
٣-٤ : حل التناسب
٣-٥ : استراتيجية حل المسألة
٣-٦ : تشابه المضلعات
٣-٧ : التكبير و التصغير
٣-٨ : القياس غير المباشر

٣-١ : العلاقات المتناسبة و غير المتناسبة

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	أعطِ مثالاً واحداً لعلاقة متناسبة ، و مثالاً آخر لعلاقة غير متناسبة ، و تحقق من المثالين .	
ج	علاقة متناسبة : الثمن الكلي لشراء أقلام سعر الواحد منها ٣ ريالات ؛ لأن نسبة سعر الأقلام إلى عددها هي ٣ دائماً . غير متناسبة : قيمة الفاتورة الشهرية لهاتف أحمد هي ٣٠ ريالاً رسوماً شهرية مضافاً إليها ٠,٢٥ ريال لكل دقيقة يتحدثها . فتكون نسبة تكلفة الفاتورة الشهرية إلى عدد الدقائق عندما يكون هدد الدقائق ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤على التوالي : $\frac{٣٠,٢٥}{١}$ = ٢٥ ، ٣٠ ، $\frac{٣٠,٥٠}{٢}$ = ٢٥ ، ١٥ ، $\frac{٣٠,٧٥}{٣}$ = ٢٥ ، ١٠ ، $\frac{٣١}{٤}$ = ٧,٧٥ ، و لأن هذه النسب غير متساوية فإن تكلفة الفاتورة الشهرية لا تتناسب مع عدد الدقائق.	

٢	تحد	التفكير
س	بلغ عمر خالد خلال هذا الشهر ١٠ ، و عمر أخيه أنس ٥ سنوات . و قد لاحظ خالد أن عمره يعادل مثلي عمر أخيه . فهل العلاقة بين عمريهما متناسبة ؟ وضّح إجابتك مستعيناً بجدول للقيم .	
ج	لا ، نسبة عمريهما في السنوات الأربع القادمة هي على التوالي : $\frac{١٠}{٥}$ = ٢ ، $\frac{١١}{٦}$ ≈ ١,٨ ، $\frac{١٢}{٧}$ ≈ ١,٧ ، $\frac{١٣}{٨}$ ≈ ١,٦ ؛ ولأن هذه النسب غير متساوية فإن العلاقة بين عمريهما غير متناسبة .	

عمر خالد (بالسنوات)	١٠	١١	١٢	١٣
عمر أنس (بالسنوات)	٥	٦	٧	٨

٣-١ : العلاقات المتناسبة و غير المتناسبة

٣	اكتب	الإدراك
س	مع مهند ٢٠٠ ريال ، و يريد شراء ألعاب إلكترونية بسعر ٢٠ ريالاً للعبة الواحدة . و يدعي أن المبلغ الذي يتبقى معه بعد شراء الألعاب يتناسب مع عدد الألعاب التي يشتريها ؛ لأن سعر اللعبة ثابت . هل ادعاؤه صحيح ؟ إذا كان ما يقوله خطأً ، فاذكر كميتين متناسبتين في هذا الموقف	
ج	مهند على خطأ (إدعاؤه غير صحيح) ،	

عدد الألعاب التي سيشتريها	١	٢	٣	٤
المبلغ المتبقي (بالريال)	١٨٠	١٦٠	١٤٠	١٢٠

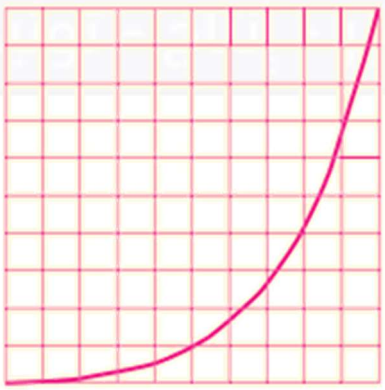
نسبة المبلغ المتبقي إلى عدد الألعاب من أجل ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ألعاب على التوالي :

$\frac{١٨٠}{١} = ١٨٠$ ، $\frac{١٦٠}{٢} = ٨٠$ ، $\frac{١٤٠}{٣} \approx ٦٤,٦٧$ ، $\frac{١٢٠}{٤} = ٣٠$ ، و لأن هذه النسب غير متساوية فإن المبلغ المتبقي بعد شراء الألعاب لا يتناسب مع عدد الألعاب التي يشتريها .

٣-٢ : معدل التغيّر

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	أنشئ مجموعة من البيانات حول أسعار بعض أنواع الأدوات الكهربائية ، بحيث يكون معدل التغيّر فيها بمقدار ٥ ريالات لكل جهاز خلال ٤ أيام .	
ج	٢٠٠ ريال في اليوم الأول ، و ٢٢٠ ريالاً في اليوم الخامس	

٢	الحس العددي	معرفة
س	هل معدل التغيّر في طول الشمعة التي تحترق بمرور الزمن موجب أم سالب ؟ وضّح إجابتك .	
ج	يكون معدل التغير سالباً ، لأن طول الشمعة يتناقص بمرور الزمن	

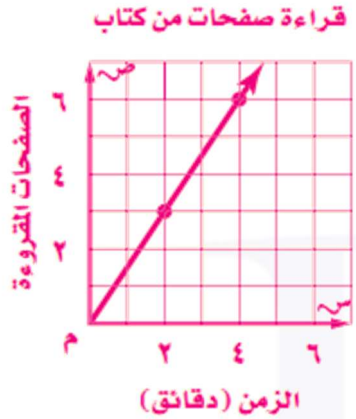
٣	تحد	التفكير
س	سكبت كمية من السائل بمعدل ثابت في دورق مخبري مشابه للشكل المجاور . مثّل بيانياً العلاقة بين مستوى السائل في الدورق و الزمن .	
ج		

٣-٢ : معدل التغيّر

٤	اكتب	الإدراك
س	وضّح الفرق بين معدل التغيّر لمجموعة من القيم ، و مقدار التغيّر بين هذه القيم .	
ج	معدل التغير بين مجموعة من القيم هو نسبة تبين كيف تتغير كمية ما في علاقتها بكمية أخرى ، أما مقدار التغير بين مجموعة من القيم ، فيعني الفرق بين قيم كمية واحدة .	

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣-٣ : المعدل الثابت للتغيّر

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	مثِّل بيانياً كميتين بينهما علاقة خطية متناسبة ، و تحقق من حلك .	
ج	معدل التغير بين أي نقطتين يساوي $\frac{٣}{٢}$ = ١,٥ صفحة في الدقيقة ؛ لذا فالعلاقة خطية. و بما أن النسبة بين عدد الصفحات و الدقائق ثابتة (=١,٥ صفحة في الدقيقة) فالعلاقة متناسبة .	

٢	اكتب	الإدراك
س	مسألة من الواقع يتطلب حلها إيجاد المعدل الثابت لتغيّر ، ثم حلها . هل العلاقة الموضحة في هذه المسألة علاقة متناسبة ؟ وضّح إجابتك .	
ج	قرر هشام أن يمشي عدداً من الكيلو مترات يومياً ، و سجل البيانات خلال أربعة أيام في الجدول الآتي :	

عدد الأيام	١	٢	٣	٤
عدد الكيلو مترات	٢	٤	٦	٨

ما المعدل الثابت للتغير في عدد الكيلو مترات المقطوعة في اليوم الواحد ؟

الحل : $\frac{٢}{١} = \frac{٤}{٢} = \frac{٦}{٣} = \frac{٨}{٤}$ = ٢ كيلو متر في اليوم .

٣-٤ : حل التناسب

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	لعمل طبق حلوى نحتاج إلى $١\frac{١}{٢}$ ملعقة سكر لكل ٣ ملاعق حليب . اكتب كميتين أخريين متناسبتين من السكر و الحليب ، إحداهما أكبر ، و الأخرى أصغر . فسر إجابتك .	
ج	٣ ملاعق سكر وَ ٦ ملاعق حليب $\frac{١\frac{١}{٢}}{٣} = \frac{٣}{٦}$ ، ملعقة سكر و ملعقتا حليب حليب $\frac{١\frac{١}{٢}}{٣} = \frac{١}{٢}$	

٣	تحد	التفكير
	حل كل معادلة مما يأتي :	
س	$\frac{١٨}{س+٥} = \frac{٢}{٣}$	
ج	$\frac{٢}{٣} = \frac{١٨}{س+٥} = ٢٢$	
س	$\frac{س-٤}{١٠} = \frac{٧}{٥}$	
ج	$\frac{س-٤}{١٠} = \frac{٧}{٥} = ١٨$	
س	$\frac{٤,٥}{١٧ - س} = \frac{٣}{٨}$	
ج	$\frac{٤,٥}{١٧ - س} = \frac{٣}{٨} = ٥$	

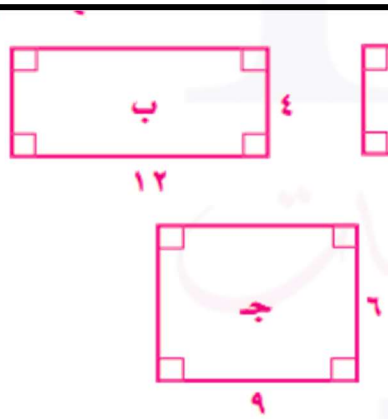
٣-٤ : حل التناسب

٤	اكتب	الإدراك
س	لماذا يكون من الأسهل كتابة معادلة لتمثيل علاقة تناسب بدلاً من كتابة تناسب .	
ج	عندما تكتب معادلة لتمثيل علاقة التناسب فإنه يمكنك استعمالها لإيجاد أي كمية أخرى مشابهة ، و لا يتطلب ذلك سوى إجراء عملية ضرب ، في حين تحتاج إلى إجراء عمليتين إذا كتبت تناسباً .	

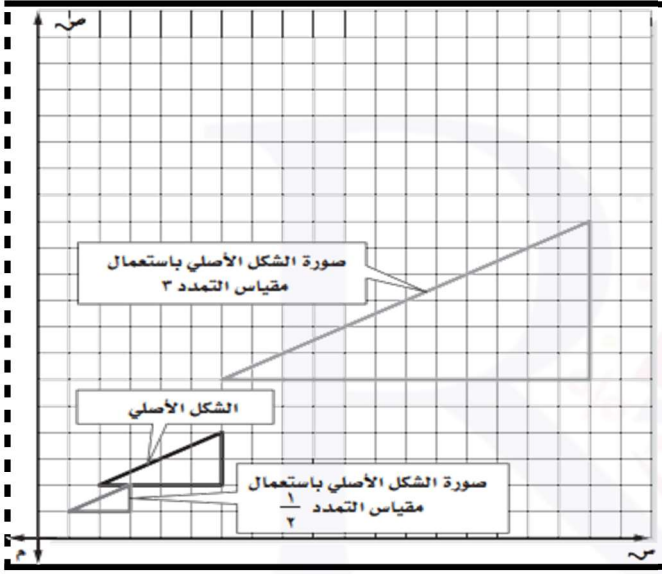
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

٣-٦ : تشابه المضلعات

١	تحد	التفكير
س	افترض أن مستطيلين متشابهان بعامل مقياس مقداره ٢ ، فما النسبة بين مساحتيهما ؟ وضّح إجابتك .	
ج	٤:١٥ أو ١:٤ ؛ اختر مستطيلين بعامل مقياس ٢ ، لتكن الأبعاد ٢×٤ وَ ٤×٨ . قارن المساحات ٨ وَ ٣٢ .	

٢	اكتب	الإدراك
حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أم أحياناً أم غير صحيحة أبداً . ووضح إجابتك .		
س	كل مستطيلين متشابهان .	
ج	أحياناً ، مثال مضاد : جميع الزوايا المتناظرة متطابقة في ثلاثة مستطيلات . و المستطيل أ يشبه المستطيل جـ ؛ لأن : $\frac{٦}{٩} = \frac{٤}{٦}$ ، و لكن المستطيل أ ل ا يشبه المستطيل ب ، لأن : $\frac{٤}{٤} \neq \frac{٦}{١٢}$ 	
س	كل مربعين متشابهان .	
ج	دائماً ، جميع الزوايا المتناظرة بين المربعات متطابقة ؛ لأنها جميعاً قائمة ، كما أن جميع الأضلاع في المربع الواحد متطابقة ؛ لذا فالنسب الأربع للأضلاع المتناظرة تكون متساوية .	

٣-٧ : التكبير و التصغير

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	مثّل بيانياً مثلثاً و صورة له بعد إجراء تمدد عامل مقياسه أكبر من ١ ، ثم مثّل الصورة بيانياً بعد إجراء تمدد عامل مقياسه أصغر من ١ . توقّع قيمة عامل المقياس للتمدد من الشكل الأصلي إلى الشكل الأخير . وضّح السبب ، ثم تحقق من صحة توقعك .	
ج	عامل المقياس للتمدد من الشكل الأصلي إلى الشكل الأخير = $\frac{١}{٣} \times ٦ = ٢$. باستعمال الإحداثي السيني للنقطة (٢،٢) من المثلث الأخير و الإحداثي السيني للنقطة (١،١) من المثلث الأصلي يكون معامل المقياس للتمدد = $\frac{٢}{١} = ٢$.	

٢	تحد	التفكير
س	صف الصورة الناتجة عن تمدد شكل ما بعامل مقياس قيمته (-٢) .	
ج	الصورة الناتجة تكبير للشكل و بدوران ١٨٠°	

٣	اكتب	الإدراك
س	قاعدة عامة لإيجاد الإحداثيات الجديدة للزوج المرتب (س،ص) بعد إجراء تمدد عامل مقياسه يساوي ك .	
ج	أضرب كلاً من الإحداثي السيني و الإحداثي الصادي للزوج المرتب (س،ص) في عامل المقياس ك ، و بالتالي تكون الإحداثيات الجديدة (ك س ، ك ص)	

٣-٨ : القياس غير المباشر

١	مسألة مفتوحة	التركيب
س	صف موقفاً يتطلب إجراء قياس غير مباشر ، و وضّح كيفية حله .	
ج	يبلغ طول ظل زرافة صغيرة ٠,٩٦ م ، إذا كان طول زرافة كبيرة ٤,٦ م ، و طول ظلها ٢,٤ م فما طول الزرافة الصغيرة ؟ حل التناسب لتجد أن طول الزرافة الصغيرة ١,٨٤ م .	

٢	تحد	التفكير
س	إذا عملت ثقباً مربع الشكل طول ضلعه ٠,٦ سم في قطعة من الكرتون المقوى ، و نظرت من الثقب إلى القمر ، و تمكنت من مشاهدته كاملاً عندما كانت المسافة بين عينيك و بين الثقب ٧٥ سم ، فقدّر طول قطر القمر إذا علمت أنه يبعد عن الأرض مسافة ٣٨٦٠٠٠ كلم . ارسم شكلاً لتمثيل الموقف ، ثم اكتب تناسباً و حله .	
ج	$\frac{٠,٦}{٧٥} = \frac{س}{٣٨٦٠٠٠}$ ، ٣٠٨٨ كلم .	

٣	اكتب	الإدراك
س	ما القياسات الواجب معرفتها لحساب ارتفاع جسم باستعمال تقدير الظل ؟	
ج	طول ظل الجسم ، و طول ظل الجسم المجاور له المعروف طوله بالقياس المباشر ، و طول الجسم المجاور بالقياس المباشر .	

المراجع

دليل المعلم للصف الثاني المتوسط

الفصل الدراسي الأول ، وزارة التعليم

مجموعة العبيكان للاستثمار .

المملكة العربية السعودية

الخاتمة

الإبداع شعارنا و التميز هدفنا

نسأل الله التوفيق و السداد

و أن يعود العمل بالميدان بالنفع و الفائدة