الفصل 1

تحليل الدوال

Analyzing Functions

إعداد المعلمة
بدرية الزهراني

SLIDESMANIA.COM

الفصل 1

تحليل الدوال
Analyzing Functions

01	الدوال
02	تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات
03	الاتصال والنهايات
04	القيم القصوى ومعدل التغير
05	الدوال الرئيسية والتحويلات الهندسية
06	العمليات على الدوال وتركيب دالتين
07	العلاقات والدوال العكسية

Badriah Alzahrani

Badriah Alzahrani

وصف المجموعات

الصفة المميزة

$$\{x \mid -3 \le x \le 16, x \in Z\}$$

- x ينتمي إلى مجموعة الأعداد المعطاة.
- x لها هذه الخصائص...
- الأعداد x حيث...

الفترات

فترات محدودة		فترات غير محدودة	
المتباينة	رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة
$a \le x \le b$	$[a, b]$	$x \ge a$	$[a, \infty)$
$a < x < b$	(a, b)	$x \le a$	$(-\infty, a]$
$a \le x < b$	$[a, b)$	$x > a$	(a, ∞)
$a < x \le b$	$(a, b]$	$x < a$	$(-\infty, a)$
		$-\infty < x < \infty$	$(-\infty, \infty)$

Badriah Alzahrani

المجال

1. دوال كثيرات الحدود
2. دوال المقياس
3. الدوال الدرجية
4. الدوال الجذرية

R
$(-\infty, \infty)$
مجموعة الأعداد الحقيقية

الجذر الذي دليله عدد فردي

الجذر الذي دليله عدد زوجي

5. الدوال الكسرية

الدالة معرفة بشرط أن :
المقام ≠ صفر

اذا كان الجذر في البسط
الدالة معرفة بشرط أن:
ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي الصفر
$f(x) \geq 0$

اذا كان الجذر في المقام
تكون الدالة معرفة بشرط أن :
ما تحت الجذر أكبر من الصفر
$f(x) > 0$

Badriah Alzahrani

1-2 تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

Analyzing Graphs of Functions and Relations

Badriah Alzahrani

تحليل تمثيلات الدوال البيانية والعلاقات من حيث:

- ✓المجال
- ✓المدى
- ✓المقاطع
- ✓التماثل
- ✓الزوجية والفردية

Badriah Alzahrani

المقاطع

المقطع x

- **بيانيا:** النقطة التي يتقاطع فيها منحنى الدالة مع محور x
- **جبريا:** بوضع y=0

المقطع y

- **بيانيا:** النقطة التي يتقاطع فيها منحنى الدالة مع محور y
- **جبريا:** بوضع x=0

Badriah Alzahrani

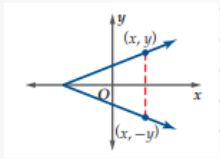
التماثل

1 حول مستقيم

محور x

جبرياً استبدال كل y في الدالة الأصلية بـ(-y) بحيث تكون:
الدالة الناتجة هي الدالة الأصلية

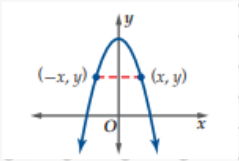
بيانياً



محور y

جبرياً: استبدال كل x في الدالة الأصلية بـ(-x) بحيث تكون:
الدالة الناتجة هي الدالة الأصلية

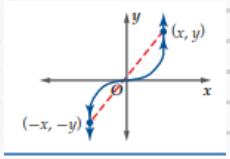
بيانياً



2 حول نقطة

جبرياً: إذا تم تدوير المنحنى بزاوية 180 حول النقطة فإن المنحنى لا يتغير

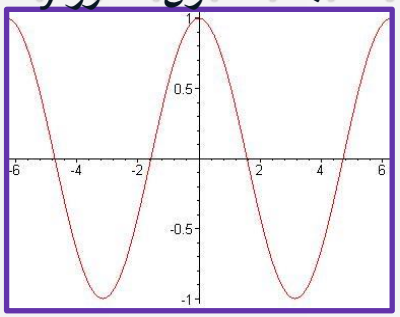
بيانياً



Badriah Alzahrani

الزوجية والفردية

متماثلة حول محور y

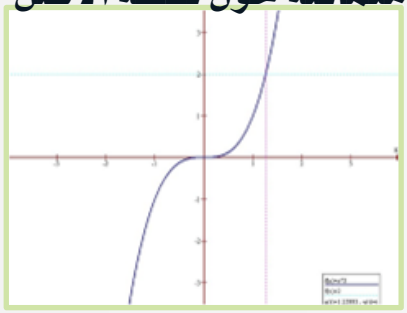


زوجية

بالتعويض عن كل x في الدالة f(x)
بـ -x بحيث تتحقق المساواة التالية:

$$f(-x)=f(x)$$

متماثلة حول نقطة الأصل

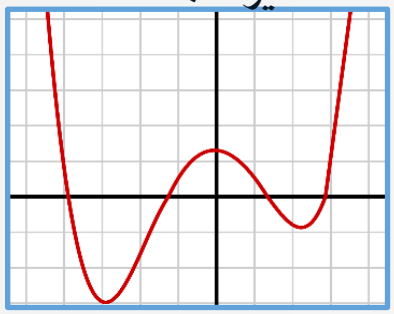


فردية

إذا تحققت المساواة التالية

$$f(-x)=-f(x)$$

غير متماثلة



لا زوجية ولا فردية

$$f(-x) \neq f(x)$$

$$f(-x) \neq -f(x)$$

Badriah Alzahrani

Badriah Alzahrani

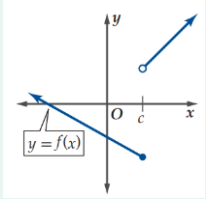
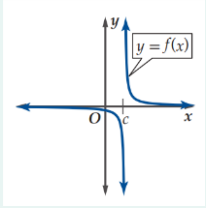
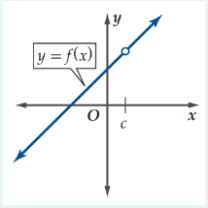
الاتصال والنهايات

شروط اتصال الدالة عند النقطة x=c :

1. f(c)= a موجودة
2. $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة
3. $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$

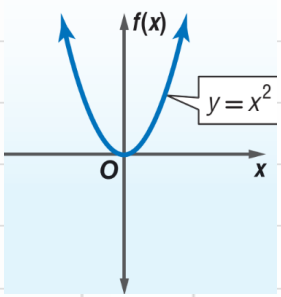
Badriah Alzahrani

حالات عدم الاتصال للدالة :

شروط الاتصال	تحقق الشرط			
1 f(c)= a موجودة	✓	✓	✗	✗
2 $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة	✗	✓	✗	✓
3 $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$	✗	✗		
نوع عدم الاتصال	قفزي	قابل للإزالة	لانهائي	قابل للإزالة
التمثيل البياني				

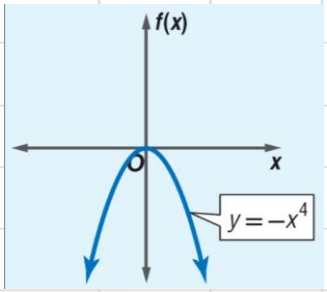
سلوك طرفي التمثيل البياني:

زوجية



$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

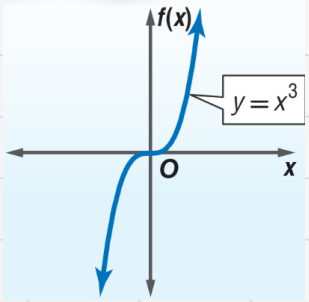
$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$



$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

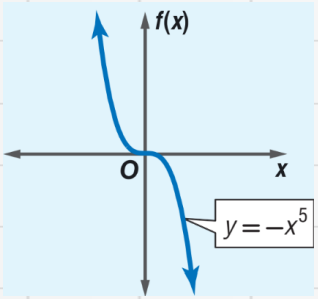
$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

فردية



$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$



$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

1-4

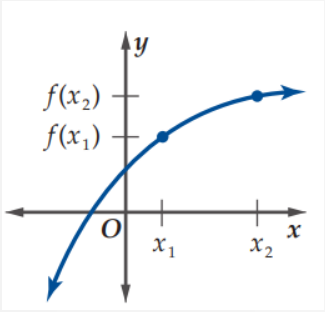
القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

Extrema and Average Rates of Change

Badriah Alzahrani

القيم القصوى

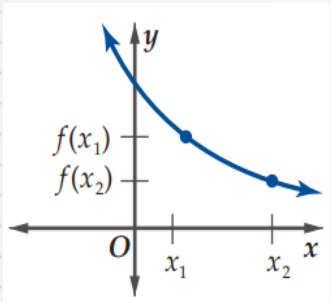
فترات التزايد والتناقص للدالة



متزايدة

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

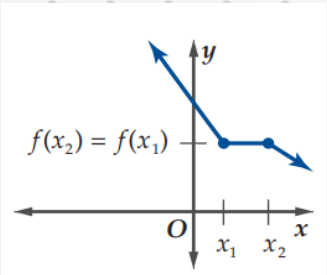
كلما زادت قيمة x زادت قيمة y



متناقصة

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

كلما زادت قيمة x نقصت قيمة y



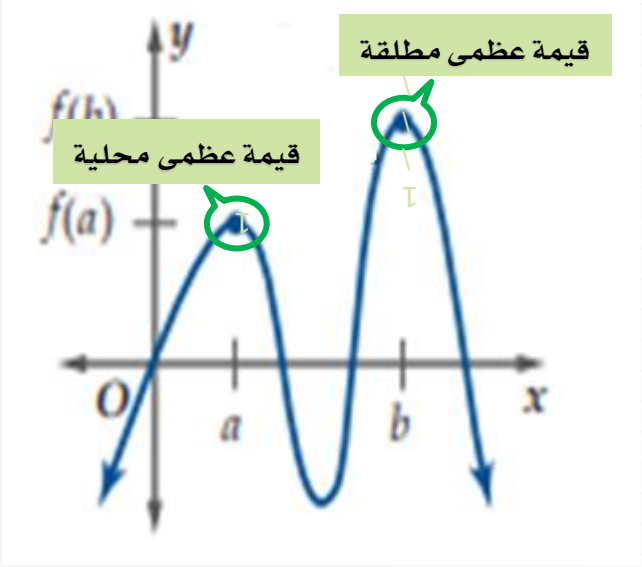
ثابتة

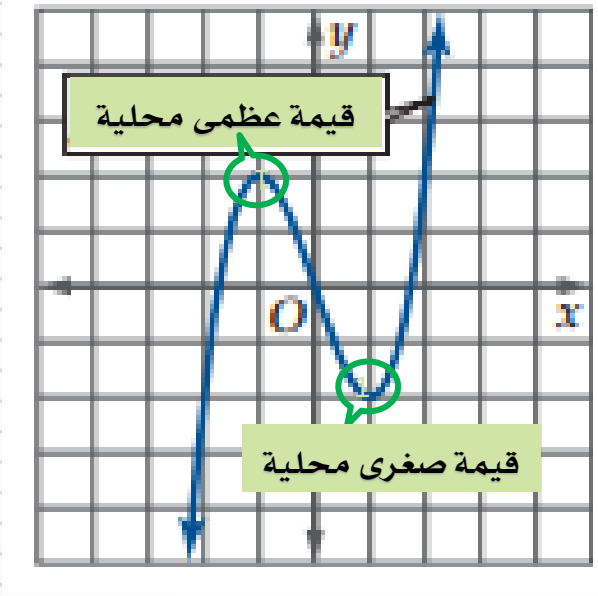
$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

كلما زادت قيمة x لم تتغير قيمة y

Badriah Alzahrani

القيم القصوى





Badriah Alzahrani

1-5

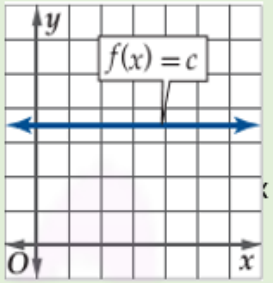
الدوال الرئيسة (الأم) والتحويلات الهندسية

Parent Functions and Transformations

Badriah Alzahrani

الدوال الرئيسية

الدالة الثابتة

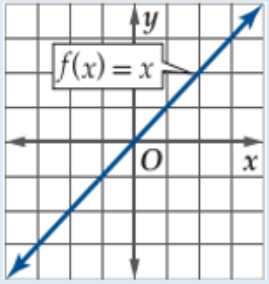


- التمثيل البياني: خط أفقي يوازي محور x
- المجال: R أو $(-\infty , \infty)$
- المدى: { c }
- المقطع y : c المقطع x : لا يوجد

عند c= 0 يكون للدالة عدد لا نهائي من مقاطع x

- التماثل: حول محور y (دالة زوجية)
- الاتصال: متصلة على مجالها
- سلوك الدالة: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = c$
- فترات التزايد والتناقص: ثابتة على مجالها

الدالة المحايدة

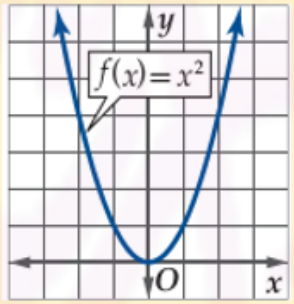


- التمثيل البياني: خط أفقي يمر بـ(0,0) وينصف الربعين الأول والثالث
- المجال: R أو $(-\infty , \infty)$
- المدى: R
- المقطع y: 0 المقطع x : 0
- التماثل: حول نقطة الأصل (فردية)
- الاتصال: متصلة على مجالها
- سلوك الدالة: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

- فترات التزايد والتناقص: متزايدة على مجالها

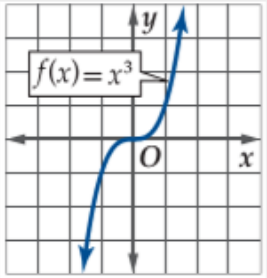
الدالة التربيعية



- التمثيل البياني: حرف U
- المجال: R أو $(-\infty , \infty)$
- المدى: $[0 , \infty)$
- المقطع y:0 المقطع x : 0
- التماثل: حول محور y (دالة زوجية)
- الاتصال : متصلة على مجالها
- سلوك الدالة: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$
- فترات التزايد والتناقص: متناقصة $(-\infty , 0)$

متزايدة $(0 , \infty)$

الدالة التكعيبية



- التمثيل البياني: حرف N
- المجال: R أو $(-\infty , \infty)$
- المدى: R
- المقطع y: 0 المقطع x: 0
- التماثل: حول نقطة الأصل (فردية)
- الاتصال: متصلة على مجالها
- سلوك الدالة: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

- فترات التزايد والتناقص: متزايدة على مجالها

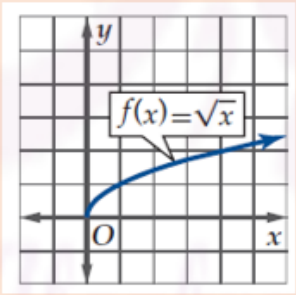
Badrigh Alzahrani

الدوال الرئيسية

دالة الجذر التربيعي

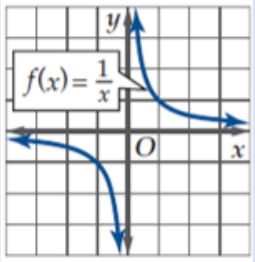
- التمثيل البياني: منحنى يبدأ من(0,0) يمتد في الربع الأول (تشبه الجذر)
- المجال:(∞ , 0]
- المدى: (∞ , 0]
- المقطعy: 0 المقطع x : 0
- التماثل: غير متماثل (لا زوجية ولا فردية)
- الاتصال: متصلة على مجالها
- سلوك الدالة: $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$
- فترات التزايد والتناقص:

متزايدة على مجالها



دالة المقلوب

- التمثيل البياني: جزء من المنحنى في الربع الأول والآخر في الربع الثالث والمحاور الأصلية خطوط تقارب لهما
- المجال: (-∞ ,0) U (0,∞)
- المدى: (-∞ ,0) U (0,∞)
- المقطعy: لا يوجد المقطع x : لا يوجد
- التماثل: حول نقطة الأصل (فردية)
- الاتصال: متصلة على مجالها , ويوجد لها نقطة عدم اتصال لا نهائية عند x=0
- سلوك الدالة: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$
- فترات التزايد والتناقص: متناقصة على مجالها

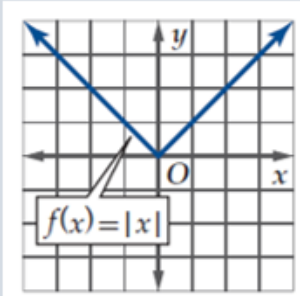


الدالة القمة المطلقة

- التمثيل البياني: حرف V
- المجال: R أو (-∞ , ∞)
- المدى: [0 , ∞)
- المقطعy: 0 المقطع x : 0
- التماثل: حول محور y (دالة زوجية)
- الاتصال: متصلة على مجالها
- سلوك الدالة: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$
- فترات التزايد والتناقص:

متناقصة (-∞ , 0)

متزايدة (0 , ∞)

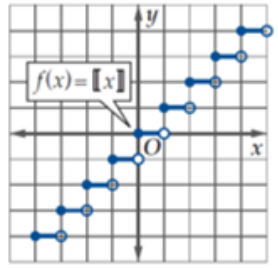


دالة أكبر عدد صحيح

- التمثيل البياني: منحنى درجي
- المجال: R أو (-∞ , ∞)
- المدى: Z
- المقطعy: 0 المقطع x : 0≤x<1
- التماثل: غير متماثل (لا زوجية ولا فردية)
- الاتصال: متصلة على مجالها ماعدا عند $x\epsilon Z$ يكون عدم اتصال قفزي
- سلوك الدالة: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

- فترات التزايد والتناقص: ثابتة عند $x \notin Z$, ومتزايدة عند $x \in Z$



Badriah Alzahrani

التحويلات الهندسية

قياسية

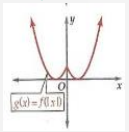
إزاحة
- رأسية: $f(x)+k$
  - أعلى: $+k$
  - أسفل: $-k$
- أفقية: $f(x-h)$
  - يمين: $-h$
  - يسار: $+h$

انعكاس
- حول محور X: $-f(x)$
- حول محور Y: $f(-x)$

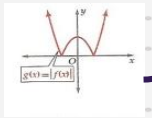
غير قياسية

تمدد
- رأسي: $af(x)$
  - $a>1$ توسيع
  - $0<a<1$ تضييق
- أفقي: $f(ax)$
  - $a>1$ تضييق
  - $0<a<1$ توسيع

دوال القيمة المطلقة
- $f(|x|)$



- $|f(x)|$



Badriah Alzahrani

1-6

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

Function Operations and Composition of Functions

Badriah Alzahrani

العمليات على الدوال

الجمع

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$

الطرح

$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$$

الضرب

$$(f.g)(x)=f(x).g(x)$$

القسمة

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$$

تركيب دالتين

$$[fog](x)=f[g(x)]$$

Badriah Alzahrani

1-7

العلاقات والدوال العكسية
Inverse Relations and Functions

Badriah Alzahrani

الدوال العكسية

خطوات إيجاد الدوال العكسية:

1. التحقق من أن الدالة متباينة
2. استبدال f(x) بـ y
3. استبدال كل x بـ y وَ وكل y بـ x
4. حل المعادلة بالنسبة لـ y
5. استبدال y بـ f^{-1}

ملاحظة :

تركيب الدالة f ودالتها العكسية g ينتج عنه الدالة المحايدة

$$[fog](x) = [gof(x)] = x$$

Badriah Alzahrani