

1-4

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

Extrema and Average Rates of Change





هل سمعتِ عن:

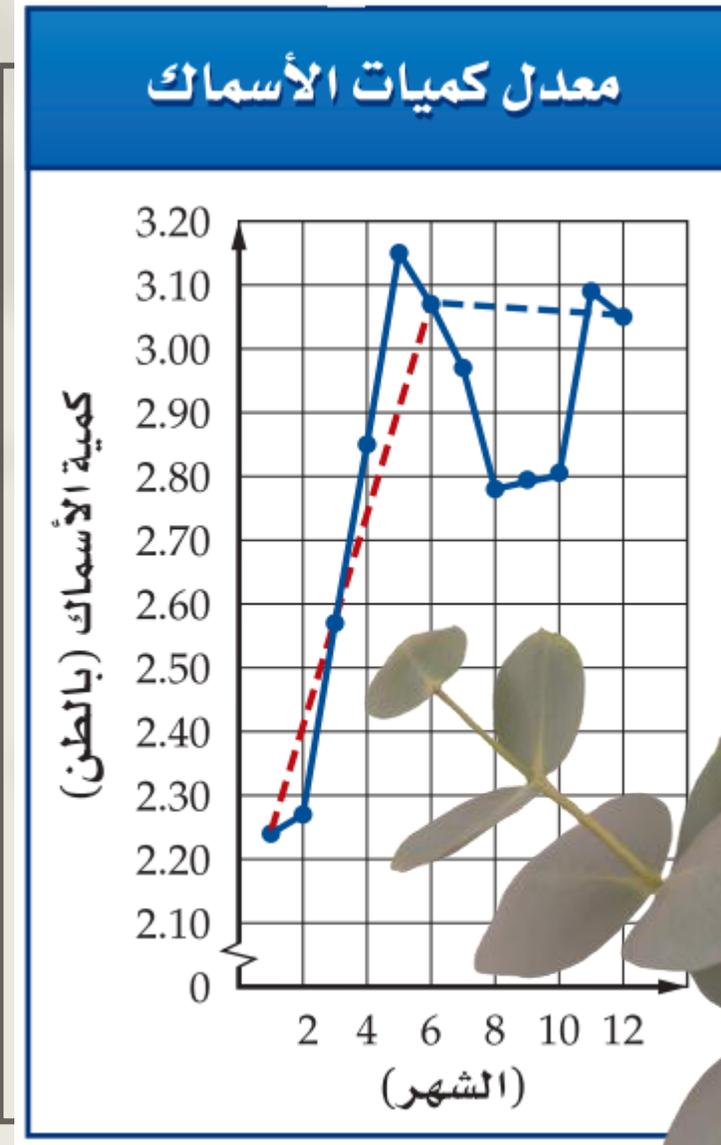
الاستزراع المائي

الأفكار الرئيسية

- 01 التزايد والتناقص على الدالة
- 02 القيم القصوى للدالة
- 03 متوسط معدل تغير الدالة

لماذا؟

يبيّن التمثيل البياني المجاور معدل كميات الأسمك التي اصطادها أحد الصيادين في المملكة خلال أشهر عام 1431 هـ .



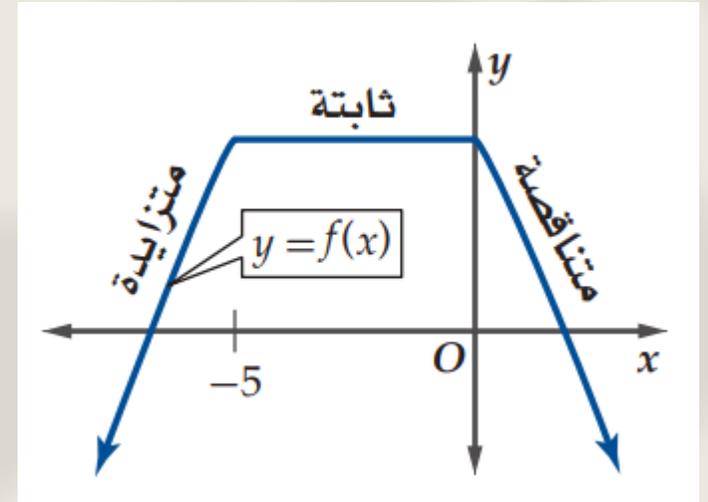
01

التزايد والتناقص: خاصية من خصائص الدوال التي تساعد على دراسة الدالة، حيث تحدّد الفترات التي تتزايد أو تتناقص الدالة فيها أو تبقى ثابتة.

01

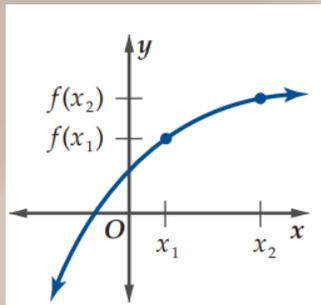
ففي الشكل المجاور ، إذا تتبعنا منحنى الدالة $f(x)$ ، من اليسار إلى اليمين فإنك تلاحظ أن:

- $f(x)$ متزايدة في الفترة $(-\infty, -5)$
- ثابتة في الفترة $(-5, 0)$
- متناقصة في الفترة $(0, \infty)$



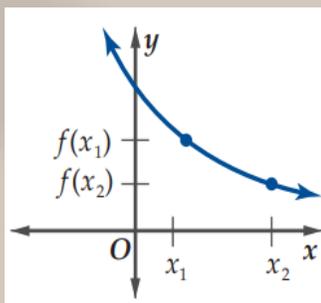
مثال

فترات التزايد
والتناقص للدالة



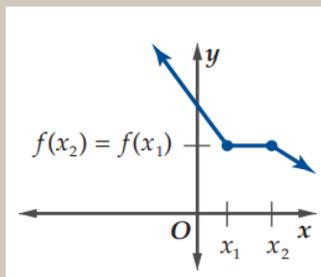
متزايدة

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$



متناقصة

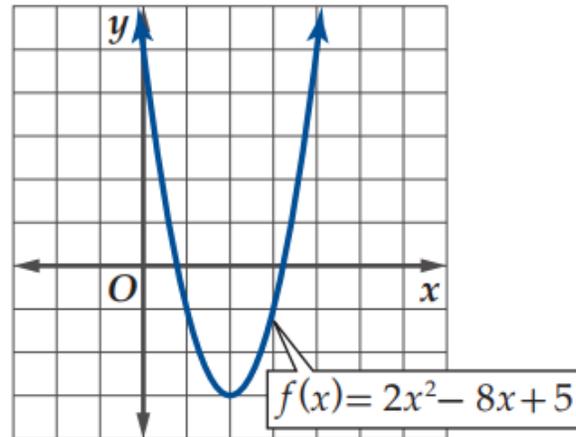
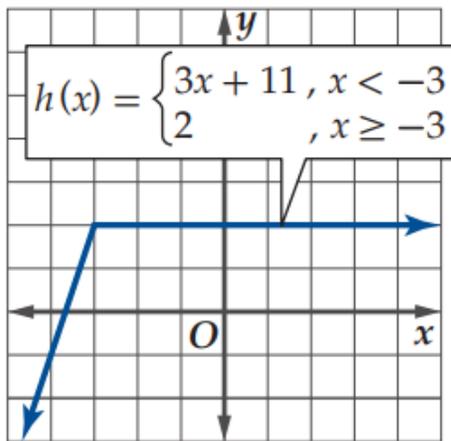
$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$



ثابتة

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$

“





إرشادات للدراسة

الدوال المتزايدة،

المتناقصة، الثابتة؛

إذا كانت الدالة متزايدة أو

متناقصة أو ثابتة لكل قيم

x في مجالها تسمى دالة

متزايدة أو متناقصة أو ثابتة

على الترتيب. فالدالة في

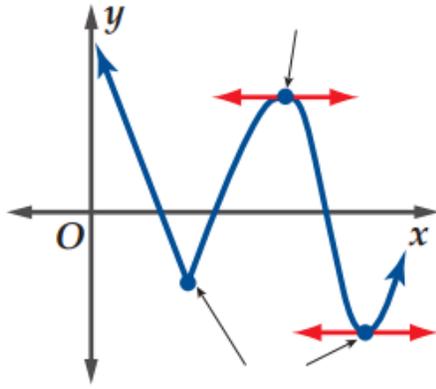
المثال 1a متناقصة، بينما

الدالة في المثال 1b لا يمكن

تصنيفها على أنها متزايدة أو

متناقصة؛ لأنها متزايدة على

فترة ومتناقصة على أخرى.



لاحظ أن النقاط التي تغير الدالة عندها سلوك تزايدها أو تناقصها تكون قمة أو قاعاً في منحنى الدالة وتُسمى **نقاطاً حرجة**. ويكون المماس المرسوم للمنحنى عند هذه النقاط إما أفقياً أو عمودياً (أي أن ميله صفر أو غير معرف)، أو أنه لا يوجد عندها مماس، وقد يدل ذلك على وجود قيمة **عظمى** أو **صغرى** للدالة.

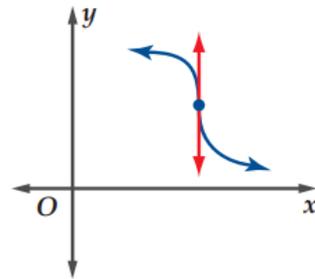
يمكن أن يكون للدالة أشكال مختلفة من القيم العظمى والقيم الصغرى (**القيم القصوى**).

القيم القصوى

إرشادات للدراسة

القيم القصوى:

إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة عند النقطة الحرجة غير معرف كما في الشكل أدناه؛ فإنه لا توجد للدالة عند هذه النقطة قيمة عظمى أو صغرى.



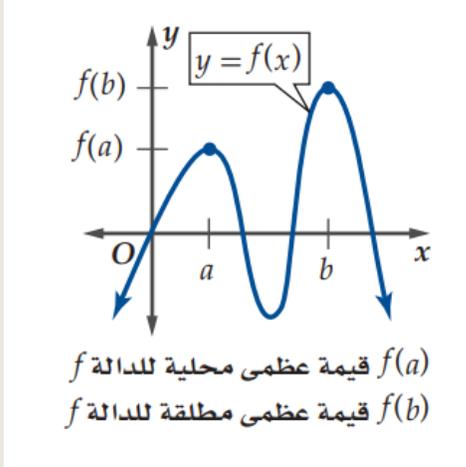
إرشادات للدراسة

القيم القصوى:

ليس من الضروري أن توجد قيمة قصوى عند كل نقطة حرجة.

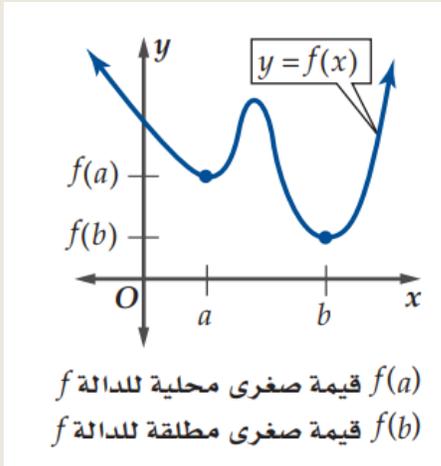
إذا وجدت قيمة للدالة وكانت أكبر من جميع القيم الأخرى
في فترة من مجال الدالة سُمِّيت قيمة **عظمى محلية**.

إذا وجدت قيمة عظمى محلية للدالة، وكانت أكبر
قيمة للدالة في مجالها، سُمِّيت قيمة **عظمى مطلقة**.



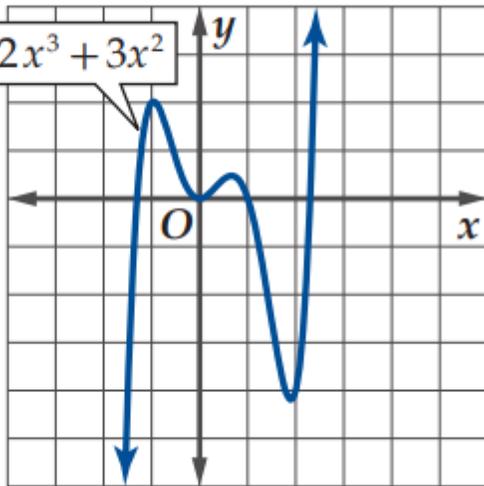
إذا وجدت قيمة للدالة، وكانت أصغر من جميع القيم
الأخرى في فترة من مجال الدالة، سُمِّيت قيمة **صغرى محلية**.

إذا وجدت قيمة صغرى محلية للدالة وكانت أصغر
قيمة للدالة في مجالها سُمِّيت قيمة **صغرى مطلقة**.



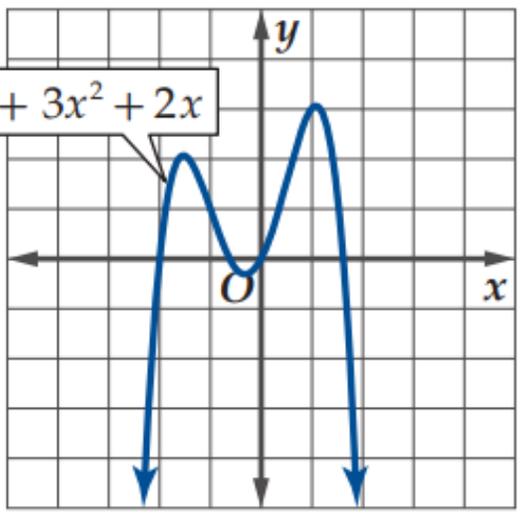
تحقق من فهمك

$$g(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 3x^2$$



(2B)

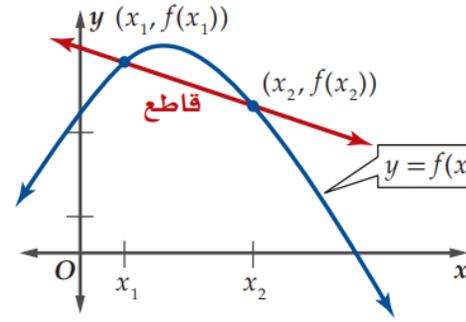
$$f(x) = -x^4 - x^3 + 3x^2 + 2x$$



(2A)



متوسط معدل التغير: تعلمت في دراستك السابقة أن الميل بين أي نقطتين واقعتين على دالة خطية يمثل مقدارًا ثابتًا. إلا أنه يتغير عند التعامل مع دوال غير خطية، إذ يختلف الميل باختلاف النقاط؛ لذا فإننا نتحدث عن متوسط معدل تغير الدالة بين أي نقطتين.



متوسط معدل التغير

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: متوسط معدل التغير بين أي نقطتين على منحنى الدالة f هو ميل المستقيم المار بهاتين النقطتين.

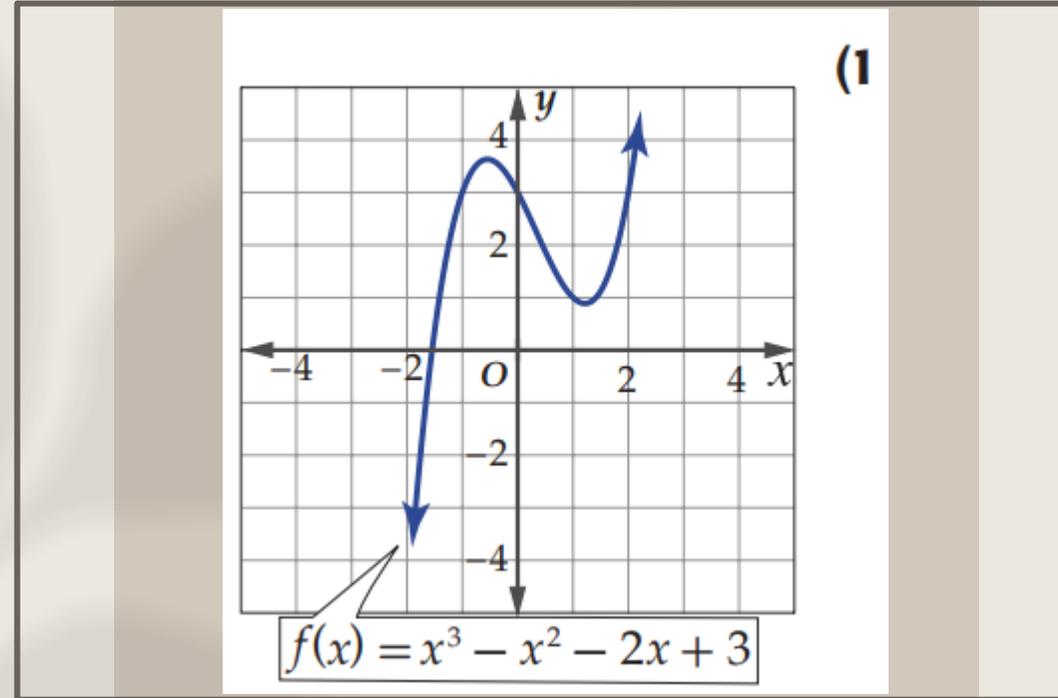
هندسيًا: يُسمى المستقيم المار بنقطتين على منحنى الدالة **قاطعًا**، ويرمز لميل القاطع بالرمز m_{sec} .

الرموز: متوسط معدل تغير الدالة

$f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو

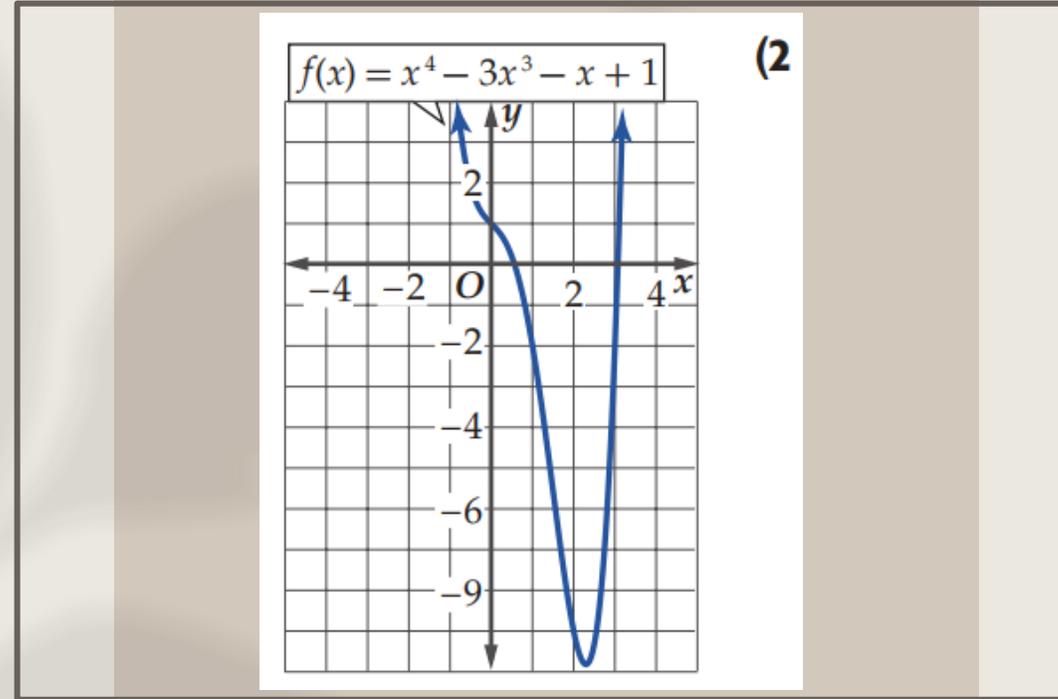
$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

تدرب وحل المسائل



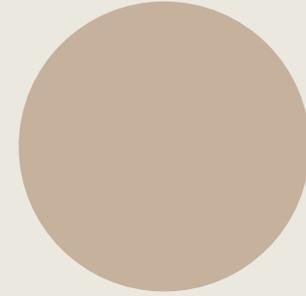
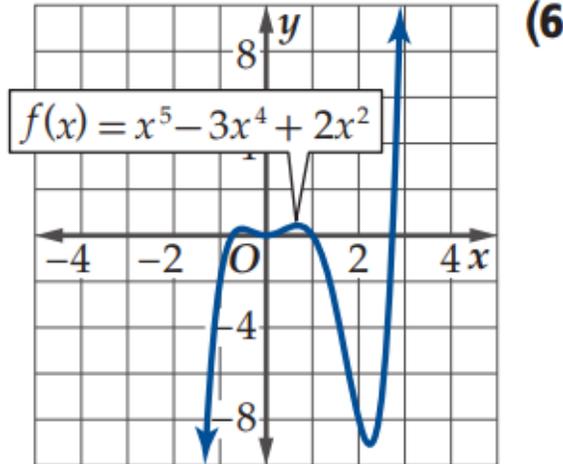
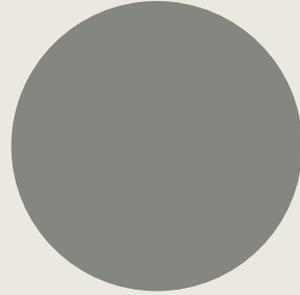
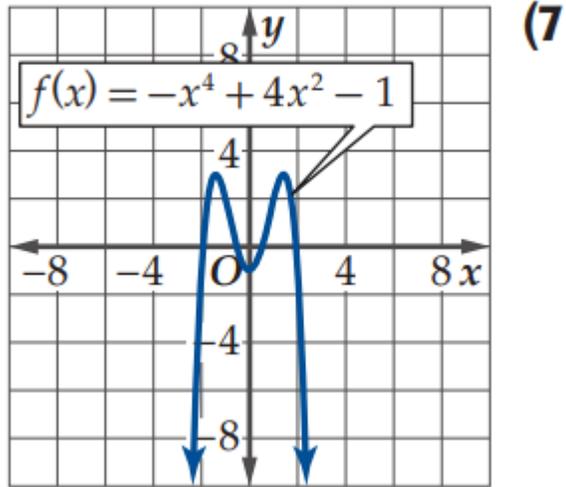
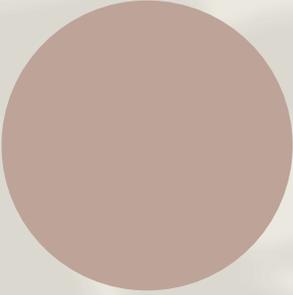
استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة، أو ثابتة مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة. ثم عزز

تدرب وحل المسائل



استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة، أو ثابتة مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة. ثم عزز

تدرب وحل المسائل



قدرى قيم x التى يكون لكل من
الدوال الآتية عندها قيم قصوى
مقربة إلى أقرب **0.5** وحدة
وأوجدى قيم الدالة عندها وبينى نوع
القيم القصوى

مسائل مهارات التفكير العليا

مسألة مفتوحة : مثل بياناً الدالة $f(x)$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين.

(42) متصلة

متزايدة على $(-\infty, 4)$

ثابتة على $[4, 8]$

متناقصة على $(8, \infty)$

$$f(5) = 3$$



(62) يوجد للدالة $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 6$ قيمة عظمى محلية ، وقيمة صغرى محلية. أوجد قيم x التي تكون عندها هذه القيم.

A عظمى محلية عند $x \approx -0.7$
صغرى محلية عند $x \approx 2$

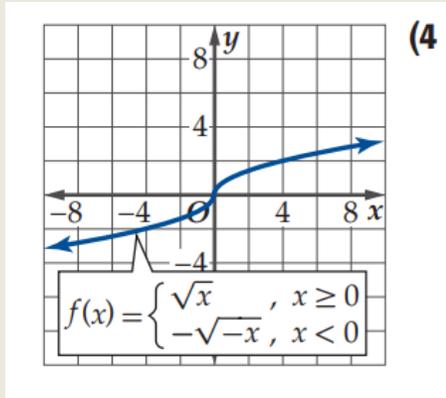
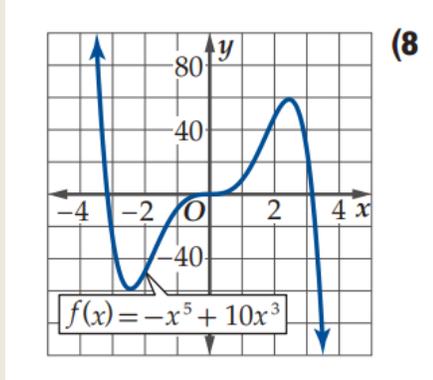
B عظمى محلية عند $x \approx -0.7$
صغرى محلية عند $x \approx -2$

C عظمى محلية عند $x \approx -2$
صغرى محلية عند $x \approx 0.7$

D عظمى محلية عند $x \approx 2$
صغرى محلية عند $x \approx 0.7$

تدريب على اختبار





الواجب المنزلي

thank you! —————

