سلسلة رِفعَة تقدم

الشامل في خرائط الرياضيات المفاهيمية

لنخبة من معلمي الرياضيات

المرحلة الثانوية

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

المؤلفين

رياضيات ١-٢	أ. غادة محمد الفضلي أ. جواهر علي البيشي أ. ابتسام عاتق الطاهري
رياضيات ٣ - ٤	أ. بدرية يحيى الزهراني أ. هند علي العديني أ. نادية عبدالله السلطان
رياضيات ٥ - ٦	أ. بندر رأفت بوقري أ. خوله حميد العمراني أ. هدى عبدالله الغفيص

رقم الإيداع	التاريخ	الردمك
1442/6233	1442/07/21هـ	978-603-03-7027-6
1442/7227	1442/08/18هـ	978-603-03-7603-2
1442/7396	1442/08/19هـ	978-603-03-7613-1

رؤية مجموعة رِفعة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

مجموعة رِفعة هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام .

حسابات مجموعة رفعة

المقدمة

إلى من سينير هذا العالم بأحد أهم المداخل بعالمنا وهو مدخل علم الرياضيات نقدم لك ملخصاً مفاهيمياً صُنع بكل الحب والأمل بأن تكونوا من رواد هذا العالم الرائع...

نتطلع بِكم ونرى بكم الحياة كلنا أمل بأن تكونوا عباقرة، فلاسفة ،أصحاب فكر رقمي ، أنتم فعلًا تستحقون هذا الكتاب الذي أُعد لكم من قبل مجموعة أضافة سنوات من الخبرات والمعلومات والمعارف والمهارات حتى تكون بين أيديكم الآن هي قيّمة جداً وأنتم من يستحقها

كيف لا نضع بكم الأمل ! والمستقبل أنتم ،والرؤية أنتم، والتكنولوجيا أنتم، والعلم أنتم ، وأصحاب القدرة في التحمل العقلي أنتم ،أصحاب التفكير الناقد أنتم

الذكاء الاصطناعي ليس سحرًا. إنها مجرد رياضيات ، الأفكار الكامنة وراء آلات التفكير وإمكانية تقليد السلوك البشري إنها مجرد رياضيات .

لذلك فكن صديقاً للرياضيات محب لاكتشاف هذا الصديق فهو لن يخذلك وسيقف معك دائماً بصورة لم تتوقعها ابداً

سائلين الله بإن يكون هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم ...خادماً لوطننا، لمجتمعنا، لمعلمينا، لطلابنا ...بالعلم والتعلم والتطور ...

هيا أيها الصديق الرائع لنتعمق أكثر في عالمنا الآن!

الأقسام

١

٢

٣

٤

٥

٦

للذهاب إلى أحد الأقسام اضغط على الرقم

للذهاب إلى الفهرس اضغط هنا

رياضيات1

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

التبرير الاستقرائي والتخمين

ماهو التبرير ؟

هو فرض أمثلة محددة للوصول الى نتيجة ما .

عندما يتم استمرار الأمثلة على نفس النمط فإن هذه العملية تسمى **تبرير استقرائي**

مثال :

0 , 2 , 4 , 6 , 8 , ...

نتيجة التخمين : 10

التخمين : كل حد يزيد بمقدار 2+ عن الحد الذي يسبقه

العبارة النهائية التي يتم التوصل اليها باستعمال التبرير تسمى **تخمينا** .

المثال المضاد :

يستخدم لاثبات عدم صحة التخمين التي تم التوصل اليه بفرض مثال معاكس لذلك التخمين .

مثال :

اذا كانت مساحة مستطيل تساوي $20\ m^2$ فان طوله $10\ m$ وعرضه $2m$ ؟

الحل :

تخمين خاطئ يمكن ان يكون الطول $5m$ و العرض $4m$.

المنطق

عند الاجابة على اسئلة من نوع صح أو خطأ فإنك تستعمل مبدأ أساسي في المنطقم

العبارة :

هي جملة خبرية لها حالتان فقط اما تكون صائبة أو خاطئة . ويرمز للعبارة رياضيا بـ P أو q

قيمة الصواب للعبارة

صائبة
True (T)

خاطئة
False (F)

العبارة المركبة

عبارة الوصل :

وهي عبارة يتم فيها ربط عبارتين أو اكثر باستعمال اداة الربط (و) ويرمز لها رياضيا بالرمز ^
وتكتب عبارة الوصل p ^ q

قيمة الصواب لعبارة الوصل :

تكون عبارة الوصل صائبة عندما تكون العبارتين المكونه لها صائبة

عبارة الوصل		
p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

عبارة الفصل :

وهي عبارة يتم فيها ربط عبارتين أو اكثر باستعمال اداة الربط (أو) ويرمز لها رياضيا بالرمز v وتكتب عبارة الفصل p v q

قيمة الصواب لعبارة الفصل :

تكون عبارة الفصل صائبة عندما تكون احدى العبارات المكونة لها صائبة .
وتكون خاطئة اذا كانت العبارات المكونة لها خاطئة

عبارة الفصل		
p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

نفي العبارة

ويفيد معنى مضاد لمعنى العبارة ، وهو عكس قيمة الصواب للعبارة .
مثال:
نفي العبارة p هو p ~
أو " ليس p "

نفي العبارة	
p	$\sim p$
T	F
F	T

العبارات الشرطية

ماهي العبارة الشرطية ؟

هي عبارة يمكن كتابتها على صورة
إذا ... فإن
ويرمز لها رياضيا $p \rightarrow q$
وتقرأ إذا كان p فإن q

العبارة التي تكتب بعد كلمة إذا تسمى **الفرض**

العبارة التي تكتب بعد كلمة فإن تسمى **النتيجة**

قيمة الصواب في العبارة الشرطية

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

العبارات الشرطية المرتبطة

العكس
و هو تبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية .

المعكوس
وهو نفي كل من الفرض و النتيجة في العبارة الشرطية .

المعاكس الإيجابي
وهو نفي وتبديل كل من الفرض و النتيجة في العبارة الشرطية .

التبرير الاستنتاجي

قوانين التبرير الإستنتاجي

مقارنة بين التبرير الإستنتاجي و التبرير الإستقرائي

التبرير الإستنتاجي	التبرير الإستقرائي
يستعمل حقائق و قواعد و تعريفات و خصائص من أجل الوصول الى نتيجة منطقية	يستعمل أنماط من الأمثلة أو المشاهدات لعمل تخمين .

قانون القياس المنطقي

اذا كانت العبارتان الشرطيتان $p \to q$ ، $q \to r$ صائبتين

فإن العبارة الشرطية $p \to r$ صائبة أيضاً .

و ذلك عندما يكون نتيجة العبارة الشرطية الأولى هي فرض العبارة الشرطية الثانية .

قانون الفصل المنطقي

يتم استعماله لإثبات صحة التخمين .

فإذا كانت $p \to q$ صائبة و الفرض p صائباً فإن النتيجة q صائبة أيضاً .

فإنه :

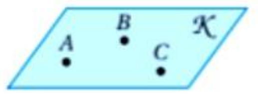
عندما تكون المعطيات صائبة فإن النتائج التي نتوصل إليها بتطبيق التبرير الإستنتاجي ستكون صائبة .

المسلمات والبراهين الحرة

المسلمة :

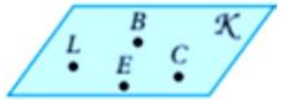
هي عبارة تقبل على انها صحيحة دون برهان

أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط

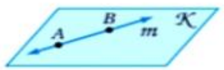


أي ثلاث نقاط لاتقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط

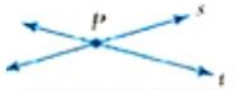
كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل .



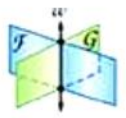
كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامه واحده



إذاوقعت نقطتين في مستوى فإن المستقيم المار بهما يقع كلياً في هذا المستوى



يتقاطع مستقيمان في نقطه واحده فقط



يتقاطع مستويان في مستقيم واحد

نظرية 1.1 — نظرية نقطة المنتصف

أضف إلى مطويتك

إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، فإن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

البرهان الحر

تعريفة : هو أحد أنواع البراهين ويتم فيه تفسير اسباب صحة التخمين في موقف معطى

مفهوم أساسي — خطوات كتابة البرهان

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: اكتب المعطيات، وارسم شكلاً يوضحها إن أمكن.

الخطوة 2: اكتب العبارة أو التخمين المطلوب إثباته.

الخطوة 3: استعمل التبرير الاستنتاجي لتكوين سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب.

الخطوة 4: برّر كل عبارة مستعملاً تعريفات أو خصائص جبرية أو مسلمات أو نظريات.

الخطوة 5: اكتب العبارة أو التخمين الذي قمت بإثباته.

المعطيات (الفرض) ← العبارات والمبررات ← المطلوب (النتيجة)

البرهان

البرهان الجبري

خصائص الاعداد الحقيقية في كتابة البرهان الجبري

الخصائص التالية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية
a , b, c

خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$.
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$.
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$ ، فإنه يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي على a
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$

البرهان ذو عمودين

هو برهان يكتب على صورة جدول بحيث تكتب العبارات في عمود و المبررات في عمود موازي له

العبارات	المبررات
1) $-4(x - 3) + 5x = 24$	1) معطيات
2) $-4x + 12 + 5x = 24$	2) خاصية التوزيع
3) $x + 12 = 24$	3) بالتبسيط
4) $x = 12$	4) خاصية الطرح للمساواة

البرهان الهندسي

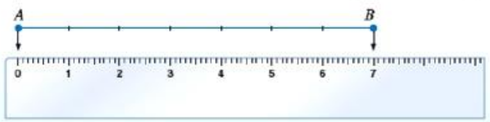
يستعمل البرهان الهندسي خصائص الاعداد الحقيقية و أيضا

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان $AB = CD$ ، فإن $CD = AB$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.
التعدي	إذا كانت $AB = CD$ ، و $CD = EF$ ، فإن $AB = EF$.	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، و $m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.

اثبات علاقات بين القطع المستقيمة

مسلمة أطوال القطع المستقيمة (مسلمة المسطرة)

النقاط التي تقع على مستقيم أو قطعة مستقيمة يمكن ربطها بأعداد حقيقية .



مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة

إذا كانت النقاط A ,B , C تقع على استقامة واحده و كانت النقطة B تقع بين A و C

فإن AB + BC = AC

تطابق القطع المستقيمة

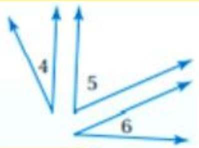
نظرية 1.2 خصائص تطابق القطع المستقيمة

أضف إلى مطويتك

خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي للتطابق	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

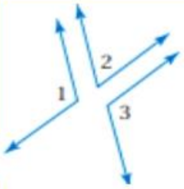
اثبات علاقات بين الزوايا

نظرية تطابق المتممات



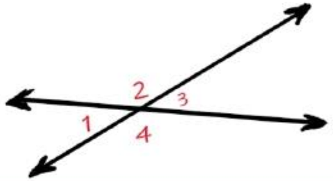
الزاويتان المتممتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.

نظرية تطابق المكملات



الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها او لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين

نظرية الزاويتين المتقابله بالرأس



$m\angle 2 \cong m\angle 4$
$m\angle 1 \cong m\angle 3$

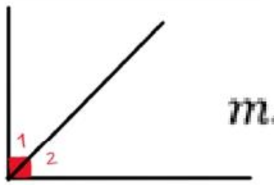
مسلمة المنقلة

تستعمل المنقلة للربط بين قياس زاوية و عدد حقيقي يقع بين 0 , 360

نظرية الزاويتين المتكاملتين

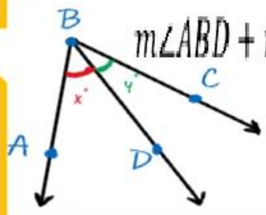
$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^o$

نظرية الزاويتين المتتامتين



$m\angle 1 + m\angle 2 = 90^o$

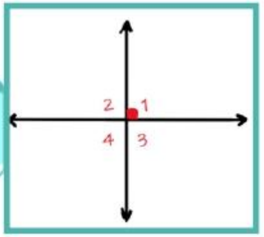
مسلمة جمع قياسات الزوايا



$m\angle ABD + m\angle DBC + m\angle = m\angle ABC$

اثبات علاقات بين الزوايا

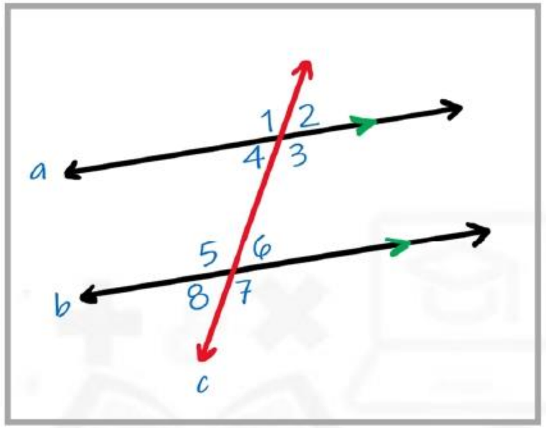
نظرية الزاوية القائمة



- يتقاطع مستقيمان متعامدان و يشكلان أربع زوايا قائمة .
- إذا كانت الزاويتين المتكاملتين متطابقتين فإنهما قائمتين
- إذا تجاورت زاويتان في مستقيم و كانتا متطابقتان فإنهما متكاملتان .
- المستقيمان المتعامدان يشكلان زوايا متجاورة متطابقة
- جميع الزوايا القائمة متطابقة . $m\angle 1 \cong m\angle 2 \cong m\angle 3 \cong m\angle 4$

خصائص تطابق الزوايا

- خاصية الإنعكاس للتطابق: $\angle 1 \cong \angle 1$
- خاصية التماثل للتطابق: إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ فإن $\angle 2 \cong \angle 1$
- خاصية التعدي للتطابق: $\angle 1 \cong \angle 2 , \angle 2 \cong \angle 3$ فإن $\angle 1 \cong \angle 3$

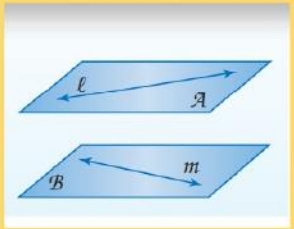


المستقيمان والقاطع

العلاقة بين المستقيمات والمستويات

المستقيمان المتوازيان
هما مستقيمان لا يتقاطعان و يقعان في المستوى نفسه

المستقيمان المتخالفان
هما مستقيمان لايتقاطعان و لايقعان في المستوى نفسه



المستويان المتوازيان
هما مستويان غير متقاطعين

العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمان متوازيان وقاطع

زوايا متناظره
هي زوايا تكون في جهه واحده من القاطع واحده داخليه و الأخرى خارجيه
$\angle 7$ و $\angle 3$ ، $\angle 8$ و $\angle 4$ ،
$\angle 4$ ، $\angle 6$ و $\angle 2$ ، $\angle 5$ و $\angle 1$

زوايا متبادله داخلياً
هي زوايا داخليه تكون في جهتين مختلفه من القاطع
$\angle 5$ و $\angle 3$
$\angle 6$ و $\angle 4$

زوايا متبادله خارجياً
هي زوايا خارجيه تكون في جهتين مختلفه من القاطع
$\angle 7$ و $\angle 1$
$\angle 8$ و $\angle 2$

زوايا المتحالفه
هي زوايا داخليه تكون في جهه واحده من القاطع
$\angle 5$ و $\angle 4$
$\angle 6$ و $\angle 3$

زوايا خارجيه
هي زوايا تكون في منطقتين خارج المستقيمين المتوازيين
$\angle 8$ و $\angle 7$ و $\angle 2$ و $\angle 1$

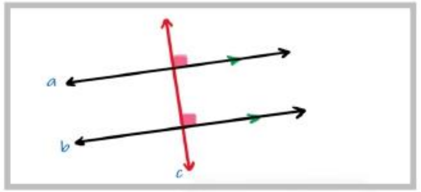
زوايا داخليه
هي زوايا تكون في المنطقه داخل المستقيمين المتوازيين
$\angle 6$ و $\angle 5$ و $\angle 4$ و $\angle 3$

الزوايا والمستقيمات المتوازية

نظرية القاطع العامودي

إذا كان $a \parallel b$ و $c \perp a$

فإن $c \perp b$



نظرية الزاويتين المتبادلة داخلياً

إذا كان $a \parallel b$ فإن $\angle 5 \cong \angle 3$ ، $\angle 6 \cong \angle 4$ ،

نظرية الزاويتين المتبادلة خارجياً

إذا كان $a \parallel b$ فإن

$\angle 8 \cong \angle 2$ ، $\angle 7 \cong \angle 1$ ،

نظرية الزاويتين المتحالفتين

إذا كان $a \parallel b$ فإن

$\angle 4 + \angle 5 = 180^o$ ،

$\angle 3 + \angle 6 = 180^o$ ،

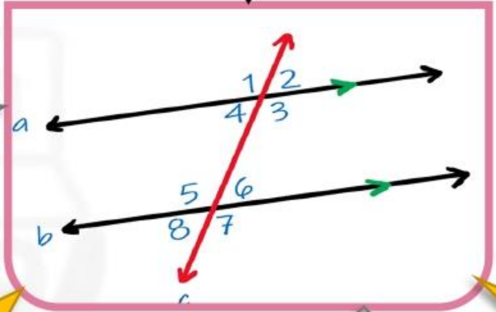
متكاملتين

مسلمة الزاويتين المتناظرتين

إذا كان $a \parallel b$ فإن.

$\angle 1 \cong \angle 5$ ، $\angle 2 \cong \angle 6$ ، $\angle 4 \cong \angle 8$ ، $\angle 3 \cong \angle 7$

اثبات توازي مستقيمين

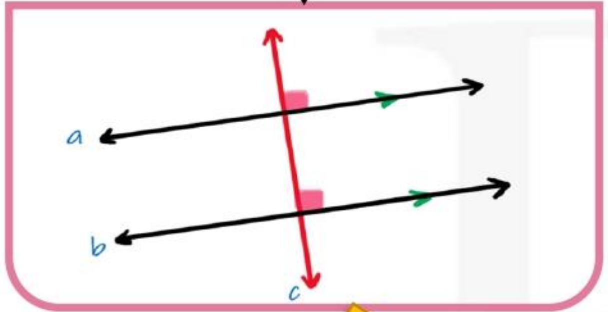


عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً
إذا كان
$\angle 1 \cong \angle 7$ ، $\angle 2 \cong \angle 8$ ،
فإن $a \parallel b$

عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً
إذا كان
$\angle 3 \cong \angle 5$ ، $\angle 4 \cong \angle 6$ ،
فإن $a \parallel b$

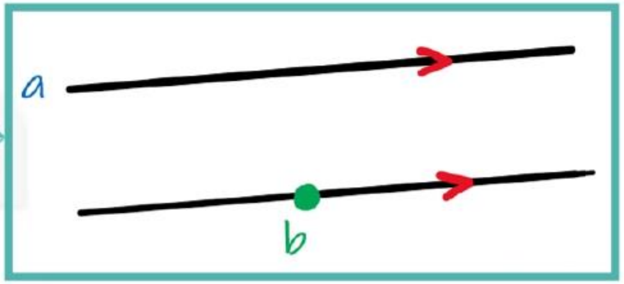
عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين
إذا كان
$\angle 1 \cong \angle 5$ ، $\angle 2 \cong \angle 6$ ، $\angle 3 \cong \angle 7$ ، $\angle 4 \cong \angle 8$
فإن $a \parallel b$

عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين
إذا كان
$\angle 4 + \angle 5 = 180^o$ ،
$\angle 3 + \angle 6 = 180^o$ ،
فإن $a \parallel b$



عكس نظرية القاطع العامودي
إذا كان $c \perp a , c \perp b$
فإن $a \parallel b$

مسلمة التوازي
إذا علم مستقيم و نقطه لاتقع عليه فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطه و يوازي المستقيم المعلوم .



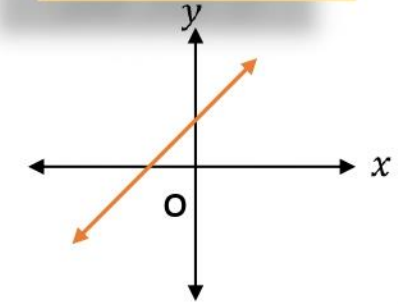
ميل المستقيم

قانون ايجاد الميل

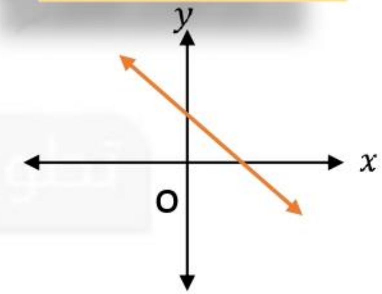
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad , x_1 \neq x_2$$

حالات الميل

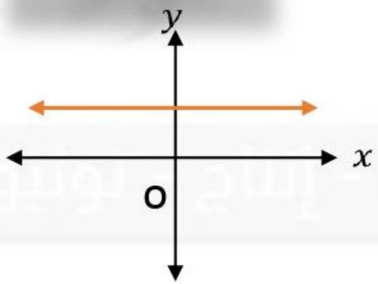
الميل الموجب
إتجاه المستقيم لأعلى من اليسار لليمين



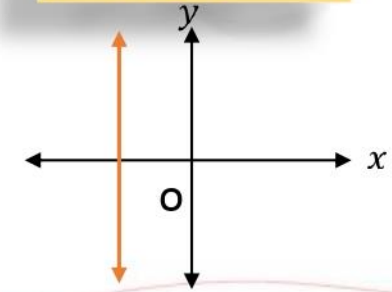
الميل السالب
إتجاه المستقيم لأسفل من اليسار لليمين



الميل = صفر
مستقيم أفقي



الميل غير معرف
مستقيم رأسي



تحديد المستقيمات المتوازيه و المتعامده من خلال الميل :

المستقيمين المتعامدين غير الرأسيين : إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -١.

المستقيمين المتوازيين غير الرأسيين : يكون لهما الميل نفسه .

صيغ معادلة المستقيم

معادلات المستقيمين غير الرأسيين

صيغة الميل و المقطع

$y = m x + b$

حيث b مقطع المحور y

صيغة الميل و نقطة

$y - y_1 = m (x - x_1)$

حيث (x_1 , y_1) أي نقطه على المستقيم

معادلات المستقيمين الرأسيين و الافقيين

معادلة المستقيم الرأسي

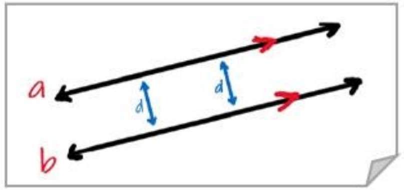
$y = b$

حيث b مقطع المحور y

معادلة المستقيم الأفقي

$X = a$

حيث a مقطع المحور x



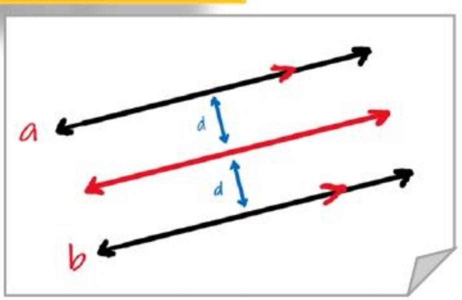
البعد بين مستقيمين متوازيين

البعد بين مستقيمين متوازيين هو المسافة العمودية بين احد المستقيمين و أي نقطه على المستقيم الآخر .

الاعمدة والمسافة

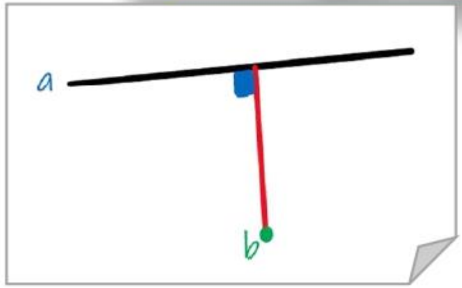
المستقيما المتساويا البعد عن مستقيم ثالث

إذا كان المستقيمان في المستوى متساويي البعد عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان.



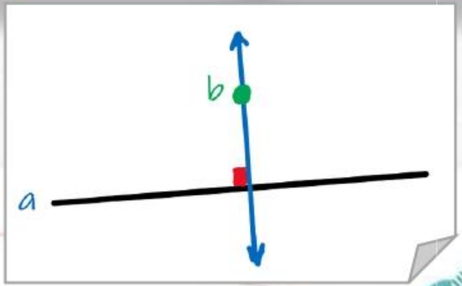
البعد بين نقطة و مستقيم

يكون البعد هو المسافة العمودية التي تصل بين نقطة و مستقيم



مسلمة التعامد

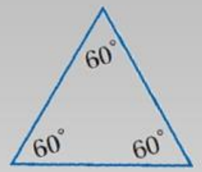
لأي مستقيم ونقطة لاتقع عليه مستقيم واحد فقط يمر في النقطه و يكون عمودياً عليه .



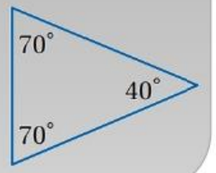
تصنيف الزوايا

من حيث الزوايا

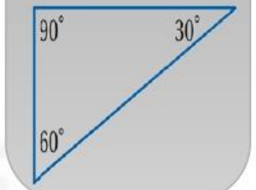
مثلث متطابق الزوايا :هو مثلث حاد قياس جميع زواياه يساوي 60^o



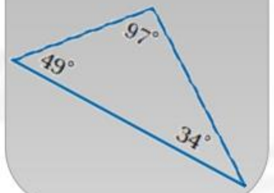
مثلث حاد الزوايا
جميع زواياه أقل من 90^o



مثلث قائم الزاوية
قياس إحدى زواياه يساوي 90^o

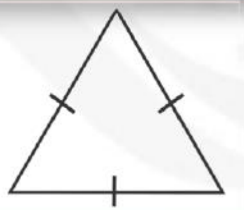


مثلث منفرج الزاوية
قياس إحدى زواياه أكبر 90^o



من حيث الاضلاع

مثلث متطابق الأضلاع
جميع قياسات أضلاعه متطابقه



مثلث متطابق الضلعين
فيه ضلعين فقط متطابقين

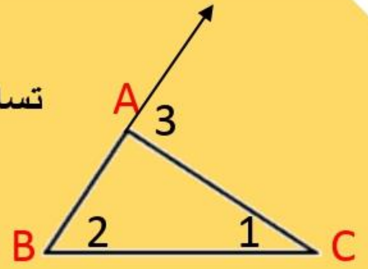
مثلث مختلف الأضلاع
جميع قياسات أضلاعه مختلفه

زوايا المثلثات

الزاوية الخارجية في المثلث

تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها

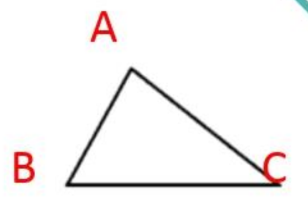
$m\angle 3 = m\angle 1 + m\angle 2$



مجموع زوايا المثلث

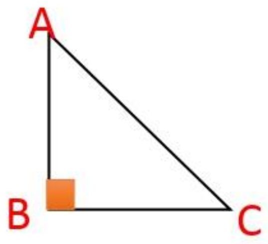
مجموع زوايا المثلث $= 180^o$

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^o$



الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان .(أي مجموعهم $= 90^o$

$m\angle A + m\angle C = 90^o$



توجد زاوية قائمة واحدة أو زاوية منفرجة على الأكثر في أي مثلث

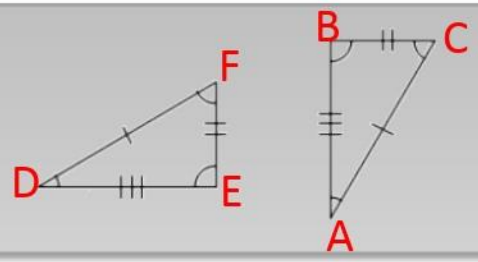
المثلثات المتطابقة

تطابق المضلعات

تكون المضلعات بشكل عام متطابقة إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة .

$\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F$

$\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{BC} \cong \overline{EF}, \overline{CA} \cong \overline{FD}$

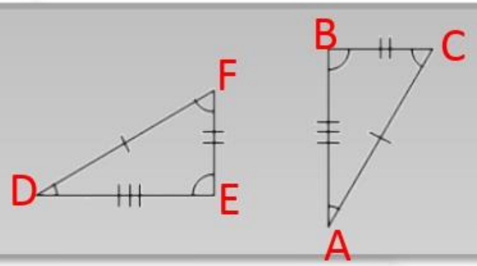


نظرية الزاوية الثالثة

إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني .

إذا كانت الزاويتان $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E,$

فإن $\angle C \cong \angle F$



خصائص تطابق المثلثات

خاصية الإنعكاس للتطابق

$\Delta ABC \cong \Delta ABC$

خاصية التماثل للتطابق

إذا كان $\Delta ABC \cong \Delta EFG$

فإن $\Delta EFG \cong \Delta ABC$

خاصية التعدي للتطابق

إذا كان $\Delta EFG \cong \Delta JKL$،

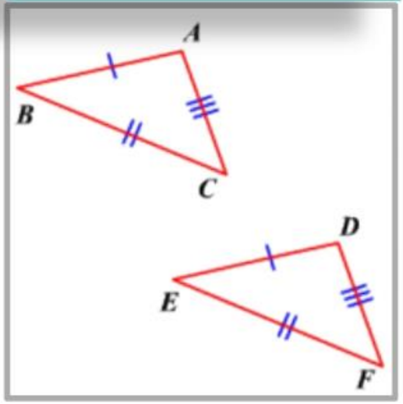
$\Delta ABC \cong \Delta EFG$

فإن $\Delta ABC \cong \Delta JKL$

حالات تطابق المثلثات

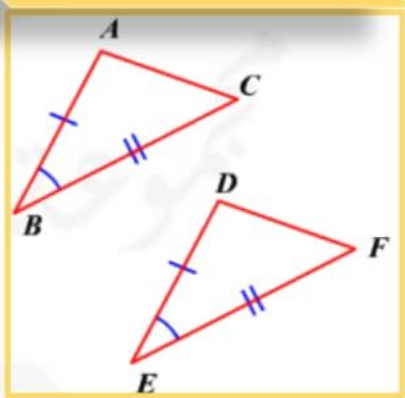
SSS

إذا تطابقت ثلاثه أضلاع في مثلث مع نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



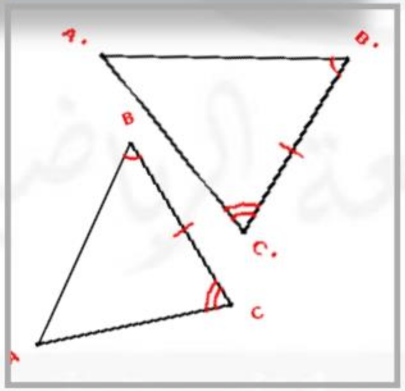
SAS

إذا تطابق ضلعان و زاوية محصورة بينهما في مثلث مع نظائرهما في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



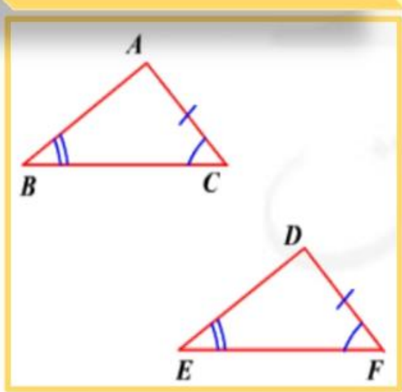
ASA

إذا تطابقت زاويتان و ضلع محصور بينهما في مثلث مع نظائرهما في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين .



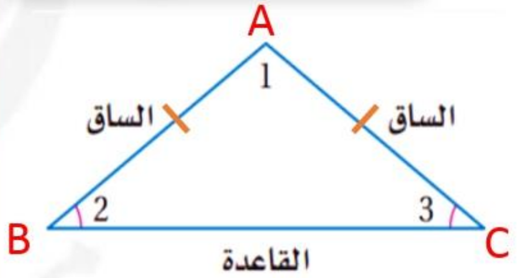
AAS

إذا تطابقت زاويتان و ضلع غير محصور بينهما في مثلث مع نظائرهما في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقين



المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

المثلث المتطابق الضلعين



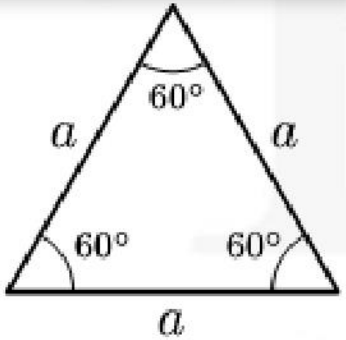
نظرية المثلث المتطابق الضلعين
إذا تطابق ضلعان في مثلث مع نظائرهما في مثلث فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان

$\angle B \cong \angle C$

عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين
إذا تطابقت زاويتين في مثلث مع نظائرهما في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان

$\overline{AB} \cong \overline{AC}$

المثلث المتطابق الأضلاع



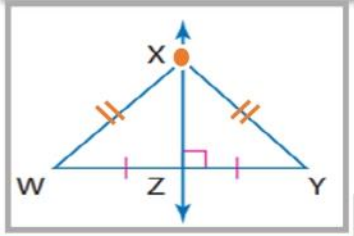
يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا و فقط اذا كان متطابق الزوايا

قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع يساوي 60^o

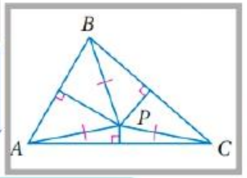
قطع مستقيمة خاصة في المثلث

الأعمدة المنصفة

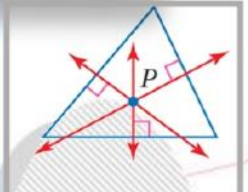
الاعمدة المنصفة هي قطعة مستقيمة تنصف مستقيم آخر و تكون عمودية عليه و أي نقطة تقع على العمود المنصف تبعد بمسافة متساوية عن طرفي القطعة المستقيمة .



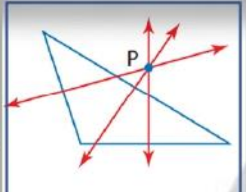
نقطة تلاقي الاعمدة المنصفه للمثلث
مركز الدائرة الخارجية للمثلث ،



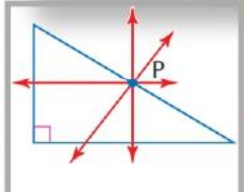
موقع مركز الدائرة الخارجيه للمثلث



مثلث حاد الزوايا



مثلث منفرج الزاوية

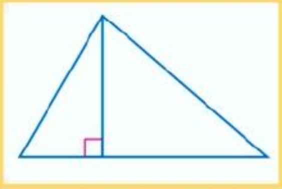


مثلث قائم الزاوية

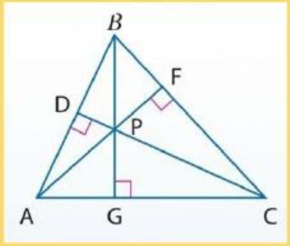
الارتفاع

هو قطعة مستقيمة عمودية نازله من أحد رؤوس المثلث إلى الضلع المقابل لهذا الراس .

نقطة تلاقي الإرتفاعات :
في نقطة تسمى ملتقى الإرتفاعات

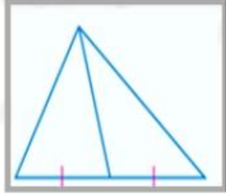


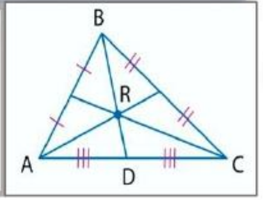
ملتقى الارتفاعات



القطع المتوسطة

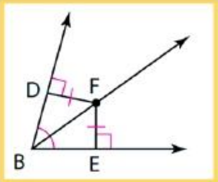
هي قطعة مستقيمة طرفها أحد رؤوس المثلث و الطرف الآخر منتصف الضلع المقابل .
نقطة تلاقي القطع المتوسطة :
تلتقي في مركز المثلث .
و البعد بين المركز و كل رأس من رؤوس المثلث
ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين رأ س المثلث و منتصف الضلع المقابل له .



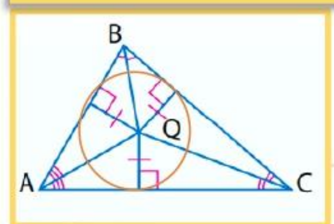


منصف الزاوية

هو قطعة مستقيمة تنصف الزاويه الى زاويتين متطابقتين .
أي نقطة تقع على منصف الزاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعي الزاوية



نقطة تلاقي منصفات الزوايا :
تلتقي عند مركز الدائرة الداخلية للمثلث ، تبعد بمسافات متساوية عن أضلاع المثلث .

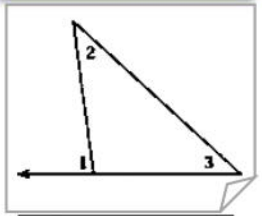


المتباينات في المثلثات

المتباينة في مثلث

متباينة الزاوية الخارجية

الزاوية الخارجية في المثلث أكبر من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها

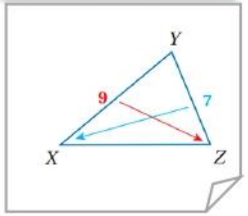


$m\angle 1 > m\angle 2$

$m\angle 1 > m\angle 3$

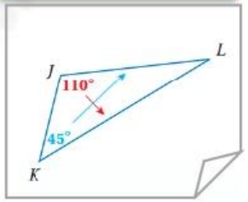
العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه

متباينة ضلع – زاوية



بما أنّ $XY > YZ$، فإن $m\angle Z > m\angle X$.

متباينة زاوية – ضلع



بما أنّ $m\angle J > m\angle K$، فإن $KL > JL$.

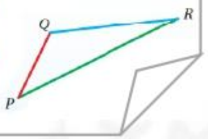
متباينة المثلث

مجموع طولي أي ضلعين في مثلث يكون أكبر من طول الضلع الثالث .

$PQ + QR > PR$

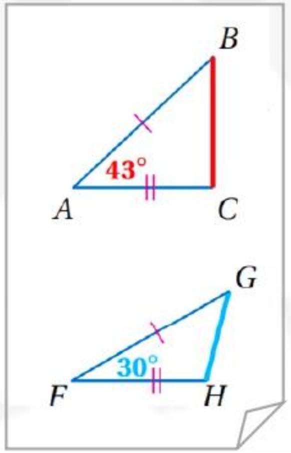
$QR + PR > PQ$

$PR + PQ > QR$



المتباينة في مثلثين

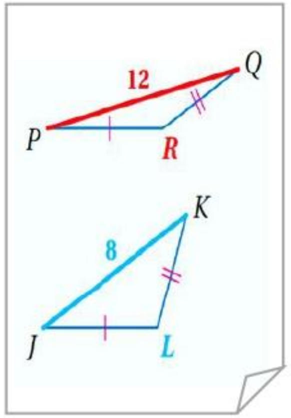
متباينة SAS



إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$

فإنّ $BC > GH$.

متباينة SSS



إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}$ ، $\overline{QR} \cong \overline{KL}$ ، $PQ > JK$

فإن $m\angle R > m\angle L$.

رياضيات 2

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

زوايا المضلع

الزوايا الداخلية للمضلع

- **قانون المجموع**
  - $S = (n - 2) . 180$
- **قياس الزاوية الداخلية**
  - $X = \frac{(n-2).180}{n}$
- **عدد الأضلاع**
  - **اذا عُلمت زاويته الداخلية**
    - $n = \frac{360}{180 - x}$
  - **اذا عُلم مجموع زاوياه**
    - $n = \frac{s}{180} + 2$

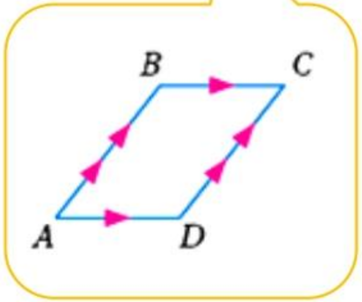
الزوايا الخارجية للمضلع

- **المجموع**
  - $360°$
- **قياس الزاوية الخارجية**
  - $x° = \frac{360°}{n}$

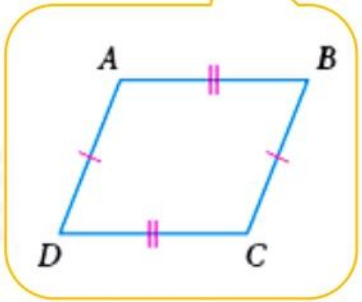
حيث ان :
nهي عدد الأضلاع
X هي الزاوية

تمييز متوازي الأضلاع

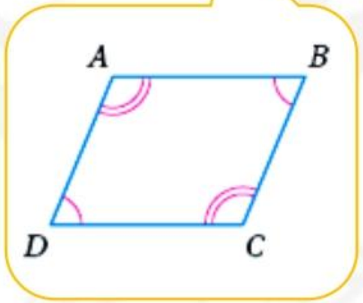
- اذاكان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين



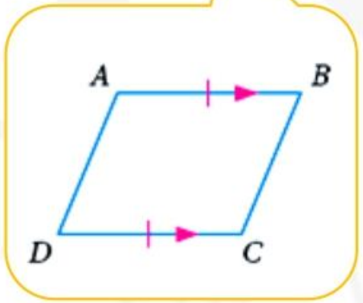
- اذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين



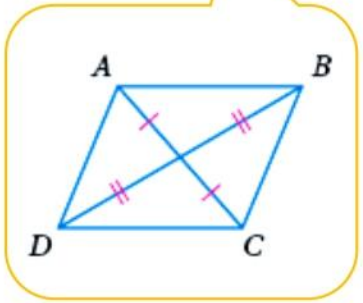
- اذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين

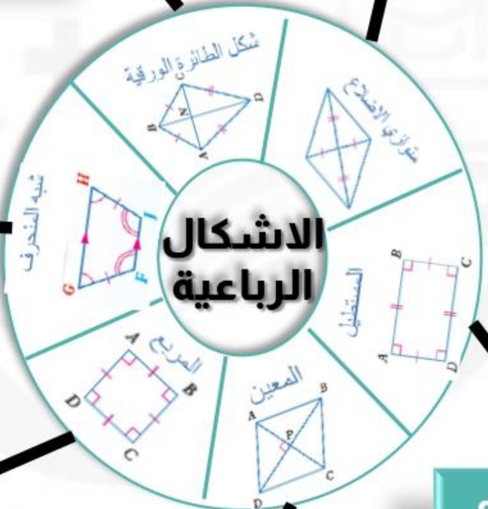


- اذا كان فيه ضلعين متقابلان متوازيين ومتطابقين



- اذا كان قطراه ينصف كلا منهما الآخر





هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

- كل ضلعين متقابلين متطابقان
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتان
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتان
- اذا كانت احدى زواياه قائمة فإن الزوايا الأربع قوائم
- القطران ينصف كلا منهما الآخر
- القطران يقسمان متوازي الأضلاع الى مثلثين متطابقين

هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم

- قطرا المستطيل متطابقان

هو متوازي أضلاع جميع اضلاعه متطابقة

- كل قطر ينصف الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما
- القطران متعامدان

هو متوازي أضلاع

- جميع اضلاعه متطابقه
- جميع زواياه قوائم

المربع هو معين ومستطيل ومتوازي اضلاع

هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان

- إذا كان ساقا شبه المنحرف متطابقين يسمى شبه المنحرف متطابق الساقين
- اذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين فإن القطران متطابقان
- اذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين فإن زاويتا القاعدة الواحدة متطابقتان

القطعة المتوسطة
توازي كلا من القاعدتين و طولها يساوي نصف مجموع القاعدتين

هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الاضلاع المتجاورة المتطابقة

- القطران متعامدان
- الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين تكونان متطابقتين

الهندسة الاحداثية في الاشكال الرباعية

قانون المسافة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

تطابق الاضلاع المتقابلة في متوازي الاضلاع

نوجد طول كل ضلعين متقابلين في متوازي الاضلاع
و اذا كان لهما نفس الطول فهما متطابقان
والشكل متوازي اضلاع

تطابق الاقطار في المستطيل

اذا كان القطران لهما نفس الطول فإنهما متطابقان والشكل مستطيل

صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

تعامد الاضلاع المتجاوره في المستطيل

نوجد ميل أي ضلعين متجاورين
فإذا كان ضرب ميلهما يساوي **سالب واحد**
فهما متعامدان
و الشكل مستطيل

توازي الاضلاع في متوازي الاضلاع

نوجد ميل كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي
ونقارن بين النتائج
إذا كان الضلعان لهما الميل نفسه فهما متوازيان
وإذا اختلفت النتائج فإنهما غيرمتوازيان

تعامد الاقطار في المعين

نوجد ميل كل قطر في المعين
اذا كان
حاصل ضرب الميلين
= -1
فان القطران متعامدان
واذا كان غير ذلك فانهما غير متعامدان

قانون نقطة المنتصف

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

يستخدم لاثبات أن القطران ينصف كلا منهما الآخر في متوازي الأضلاع

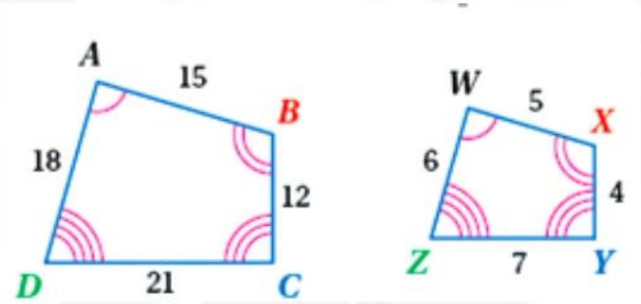
المثلثات المتشابهة
شروط تشابه مضلعين

الزوايا المتناظرة متطابقة

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

اطوال الاضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$



معامل التشابه يساوي

$$\frac{\text{محيط المضلع الاول}}{\text{محيط المضلع الثاني}}$$

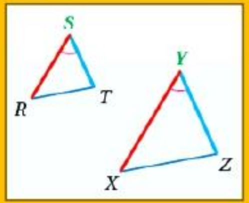
$$\frac{\text{طول الضلع في المضلع الاول}}{\text{طول الضلع في المضلع الثاني}}$$

المحيط : هو مجموع اطوال أضلاع المضلع

المثلثات المتشابهه

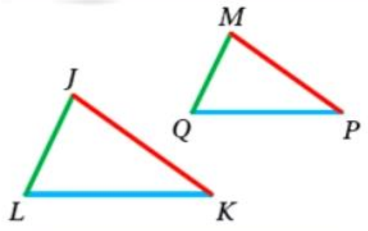
حالات تشابه المثلثات

التشابه بضلعين وزاوية محصورة SAS



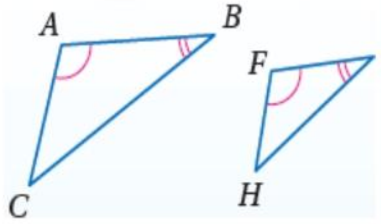
$$\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}, \angle S \cong \angle Y$$

التشابه بثلاثة أضلاع SSS



$$\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$$

التشابه بزاويتين AA



$$\angle A \cong \angle F, \angle B \cong \angle G$$

S ← يرمز للضلع

A ← يرمز للزاوية

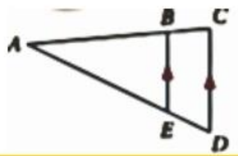
القياس غير المباشر

$$\frac{\text{طول ظل } 1}{\text{طول ظل } 2} = \frac{\text{طول } 1}{\text{طول } 2}$$

المستقيمات المتوازية والاجزاء المتناسبة

نظرية التناسب في المثلث

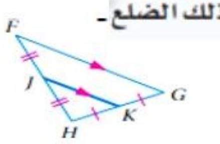
إذا كان $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، فإن $\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{BC}$



نظرية القطعة المنصفة في المثلث

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه

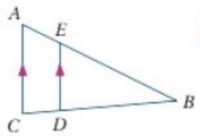
وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.



$\overline{JK} \parallel \overline{FG}$, $JK = \frac{1}{2} FG$

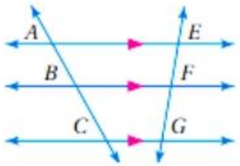
عكس نظرية التناسب في المثلث

إذا كان $\frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$



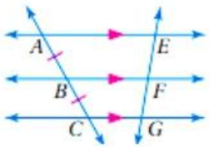
الاجزاء المتناسبه من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها،
فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



الاجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها،
بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.

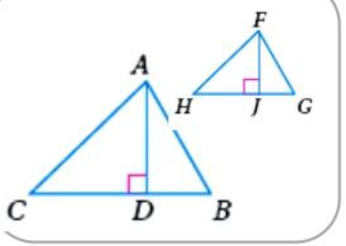


عناصر المثلثات المتشابهة

اذا تشابه مثلثان فإن :

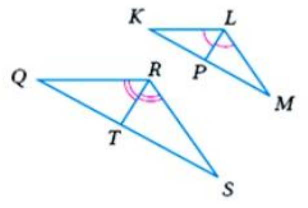
$$\frac{\text{طول ارتفاع المثلث}1}{\text{طول الارتفاع المناظرة له في المثلث}2}=\frac{\text{طول ضلع المثلث}1}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث}2}$$

مثال : إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ ، $\overline{AD}, \overline{FJ}$ ارتفاعين فإنّ $\frac{AD}{FJ}=\frac{AB}{FG}$.



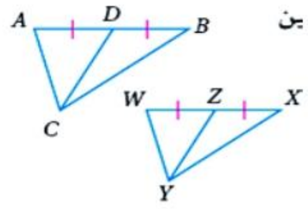
$$\frac{\text{طول منصف زاوية المثلث }1}{\text{طول منصف الزاوية المناظرة له في المثلث}2}=\frac{\text{طول ضلع المثلث}1}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث}2}$$

مثال : إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ ، $\overline{LP}, \overline{RT}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LP}{RT}=\frac{LM}{RS}$.



$$\frac{\text{طول القطعة المتوسطة في المثلث }1}{\text{طول القطعة المتوسطة المناظر له في المثلث}2}=\frac{\text{طول ضلع المثلث}1}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث}2}$$

مثال : إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$ ، $\overline{CD}, \overline{YZ}$ قطعتين متوسطتين فإنّ $\frac{CD}{YZ}=\frac{AB}{WX}$.

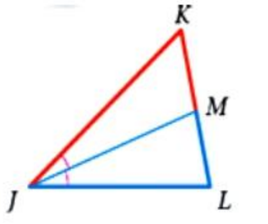


فإنّ $\frac{KJ}{LJ}=\frac{KM}{LM}$

KJ, KM ⟵ القطعتان المشتركتان بالرأس K

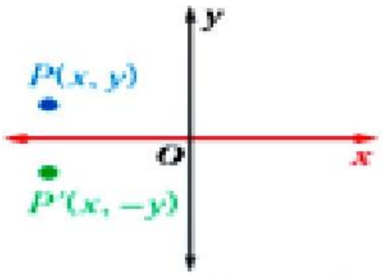
LJ, LM ⟵ القطعتان المشتركتان بالرأس L

مثال : إذا كانت $\overline{JM}$ منصَف زاوية في المثلث $\triangle JKL$



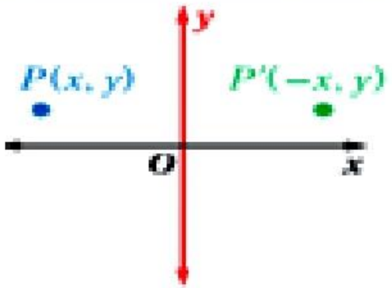
الانعكاس في المستوى الاحداثي

حول محور x



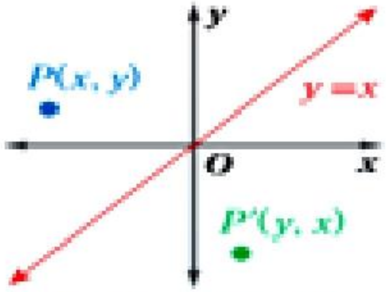
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

حول محور y



$(x, y) \rightarrow (-x, y)$

حول محور y = x



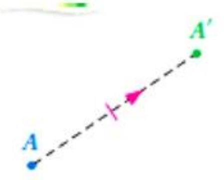
$(x, y) \rightarrow (y, x)$

الإنسحاب (الازاحة)

التعريف

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافة محددة وفي اتجاه محدد (اتجاه الإزاحة) فالإزاحة التي تنقل النقطة A الى صورتها A' تنقل نقاط الشكل جميعها أيضا بحيث أن :

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي AA'
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي AA'



النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة

الازاحة الأفقية

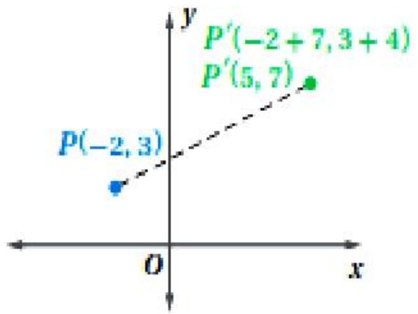
عندما يكون b= 0
تكون الإزاحة أفقية فقط

الازاحة الرأسية

عندما يكون a= 0
تكون الإزاحة رأسية فقط

قاعدة الإزاحة

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

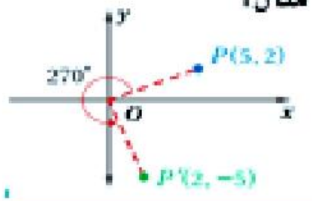


الدوران في المستوى الاحداثي

الدوران بزاوية 90

$(x, y) \rightarrow (-y, x)$

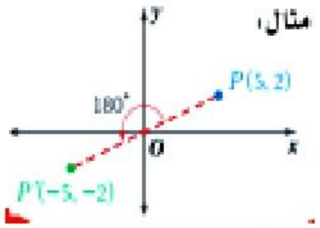
مثال:



الدوران بزاوية 180

$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

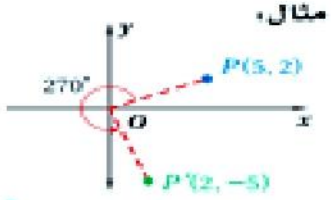
مثال:



الدوران بزاوية 270

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$

مثال:



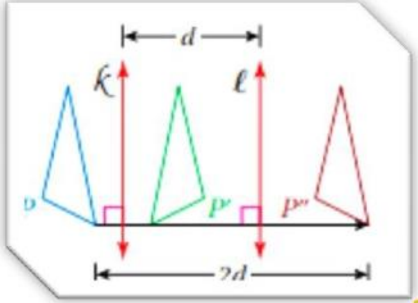
الدوران بزاوية 360

يعود الشكل الى موقعه الاصلي

تركيب التحويلات الهندسية

الإزاحة

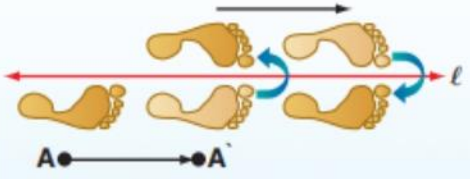
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين
•اتجاهها عموديا على كل من المستقيمين.
•مقدارها يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين .



تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ موازٍ لخط اتجاه الإزاحة.

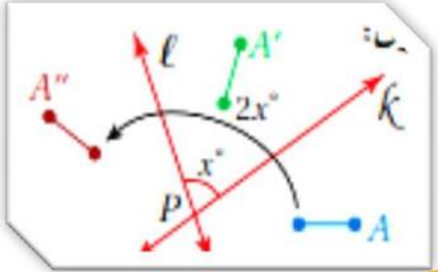
مثالٌ:

تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A′ مع انعكاسٍ حول المستقيم l.



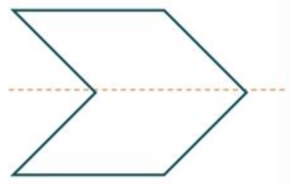
الدوران

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين.
•مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين
•قياس زاويته يساوي ضعف قياس الزاوية التي يشكلها تقاطع هذين المستقيمين .



التماثل

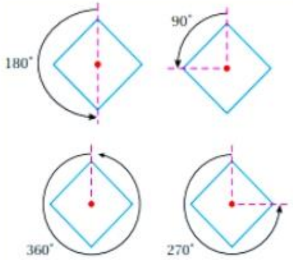
التماثل حول محور



يكون الشكل الثنائي الابعاد متماثلاً حول محور اذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه

يسمى المستقيم محور تماثل

التماثل الدوراني

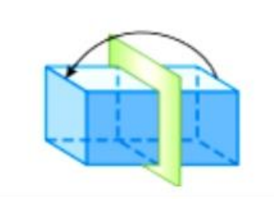


إذا كانت صورة الشكل الناتجة عن دورانه بين 0 و 360 حول مركزه هي الشكل نفسه

مركز الدوران يسمى مركز التماثل

التماثلات في الاشكال الثلاثية الابعاد

التماثل حول مستوى



التماثل حول محور

مقدار التماثل

$$\frac{360}{\text{رتبة التماثل}}$$

يمكن تدوير الشكل حول المحور بزاوية بين 0و 360

رتبة التماثل

إرشادات للدراسة

مستوى التماثل: هو المستوى الذي يقسم الشكل إلى نصفين متطابقين تمامًا، بحيث يكون كلٌ منهما صورة للآخر.

عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من 0 الى 360

التمدد

تكبير

إذا كان معامل التمدد k أكبر من الواحد

تطابق

إذا كان معامل التمدد k يساوي واحد

تصغير

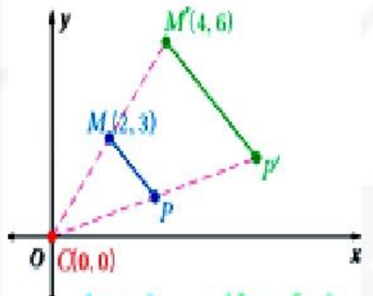
$0<k<1$

إذا كان معامل التمدد K قيمته تقع بين الصفر والواحد

معامل التمدد

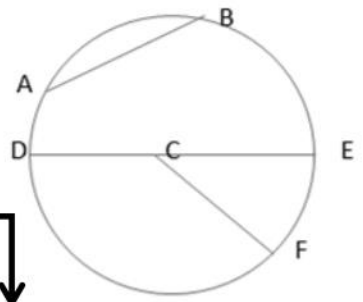
$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} = \frac{X'Y'}{XY}$$

التمدد في المستوى الاحداثي



$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

الدائرة ومحيطها



قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

القطر : هو وتر يمر بمركز الدائره ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة مثال / DE

نصف القطر
هو قطعة مستقيمة يقع احد طرفيها على المركز والطرف الاخر على الدائرة مثال / CE /DC /CF

الوتر
هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة مثال / AB / DE

العلاقه بين القطر ونصف القطر

نصف القطر /

$r = \frac{1}{2} d$ أو $R = \frac{d}{2}$

القطر

$d = 2r$

محيط الدائرة

هو طول المنحنى المغلق الذي يمثل الدائرة ويرمز له بالرمز C

الدائرتان متطابقتين

تكون الدائرتان متطابقتين إذا وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.

مثال: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$، إذن $\odot G \cong \odot J$

الدائرتان المتحدتان في المركز

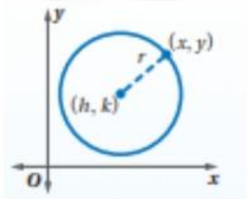
هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.

مثال: $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AB}$ و $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AC}$ دائرتان متحدتان في المركز.

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

التي مركزها (h , k) وطول نصف قطرها r هي :

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

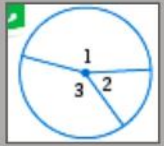


قانون محيط الدائرة

$$c = \pi d$$

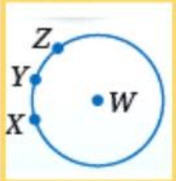
$$c = 2\pi r$$

قياس الزوايا والأقواس



مجموع قياسات الزوايا المركزية يساوي 360

$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360°$



مسلمة جمع الاقواس

قياس القوس المتكون من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين

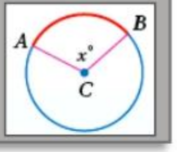
$m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$

طول القوس

$\ell = \frac{x°}{360°} \cdot 2\pi r$

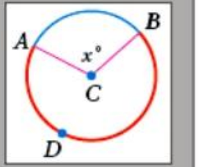
$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x°}{360°}$

اقواس الدائرة



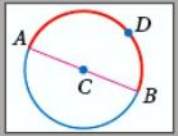
القوس الأصغر قياسه اقل من 180

قوس اصغر $\widehat{AB}$



القوس الاكبر قياسه اكبر من 180

قوس اكبر $\widehat{ADB}$

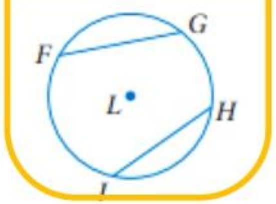


قياس نصف الدائرة يساوي 180

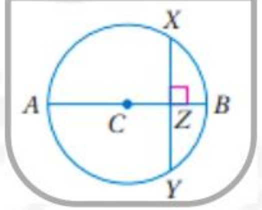
نصف الدائرة $\widehat{ADB}$

الاقواس والاوتار

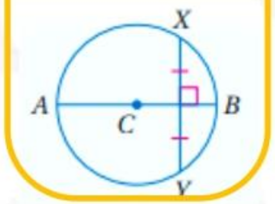
في الدائرة نفسها او في دائرتين متطابقتين يكون القوسان الاصغران متطابقين اذا وفقط اذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين



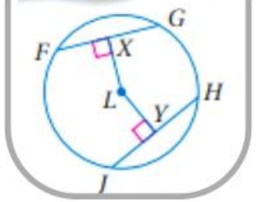
اذا كان قطر او نصف قطر الدائرة عمودياً على وتر فيها فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه



العمود المنصف لوتر في الدائرة هو قطر أو نصف قطر لها

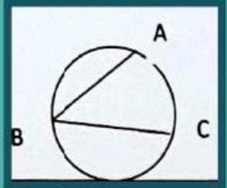


في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بعداهما عن مركز الدائرة متساويين



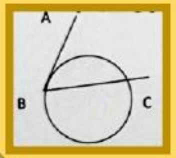
الزوايا والدائرة

قياس الزاوية المحيطية = نصف قياس القوس المقابل لها



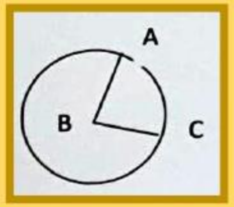
$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$$

قياس زاوية تقاطع مماس وقاطع = نصف قياس القوس المقابل لها



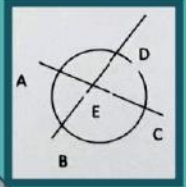
$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$$

قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



$$m\angle ABC = m\widehat{AC}$$

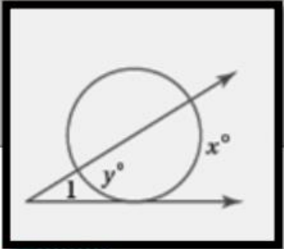
قياس زاوية تقاطع داخل الدائرة = نصف قياس حاصل جمع القوس المقابل لها والمقابل للزاوية

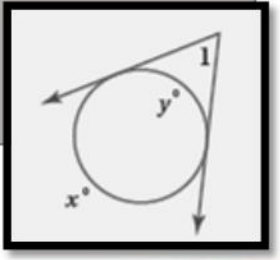


$$m\angle AED = \frac{1}{2}(m\widehat{BC} + m\widehat{AD})$$

قياس زاوية تقاطع قاطعين او قاطع ومماس او مماسين خارج الدائرة = نصف الفرق الموجب بين قياس القوسين المقابلين لها

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$$

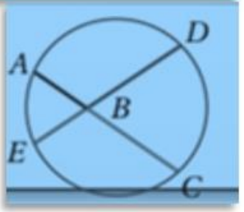




قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

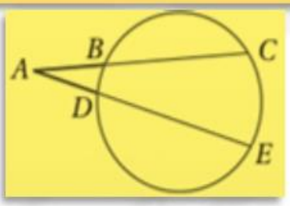
إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولَي جزأي الوتر الثاني.

مثال: $AB \cdot BC = DB \cdot BE$



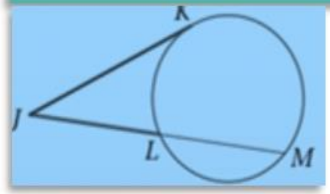
إذا رُسم قاطعان لدائرةٍ من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $AC \cdot AB = AE \cdot AD$



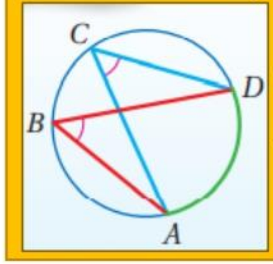
إذا رُسم مماسٌ وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $JK^2 = JL \cdot JM$



نظريات متفرقة في الدائرة

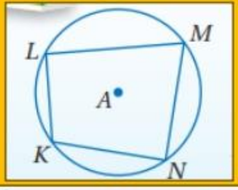
إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين فإن الزاويتين تكونان متطابقتين



$\angle C$, $\angle B$ تقابلان $\widehat{AD}$ ،

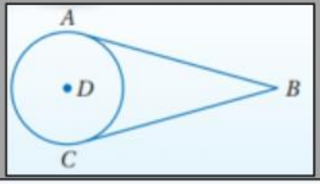
إذن، $\angle B \cong \angle C$

إذا كان الشكل الرباعي محاطآ بدائرة فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتان



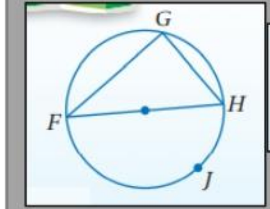
إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطًا بـ $\odot A$ ،
فإن $\angle L, \angle N$ متكاملتان و $\angle K, \angle M$ متكاملتان أيضًا

إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان



إذا كان $\overline{AB}$, $\overline{CB}$ مماسان لـ $\odot D$
فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطرآ أو نصف دائرة إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة



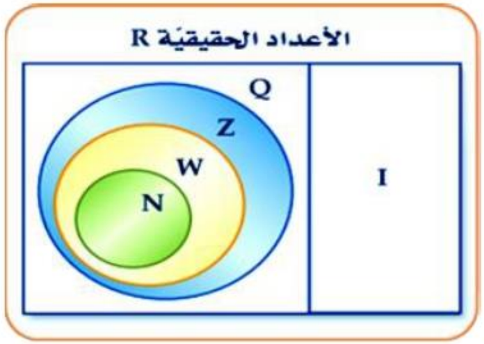
إذا كانت $\widehat{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90°$.
إذا كان $m\angle G = 90°$ ، فإن $\widehat{FJH}$ هي نصف دائرة،
ويكون $\overline{FH}$ قطرًا فيها.

رياضيات 3

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعداد الحقيقية



$N = \{1, 2, 3, \dots \dots \dots\}$

$W = \{0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots\}$

$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \dots \dots\}$

$Q = \{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

$Q =$ كسور عشرية منتهية أو دورية

$I =$ كسور عشرية غير منتهية وغير دورية (الجذور الصماء) + العددان π و e

خواص الأعداد الحقيقية لكل $a, b, c \in R$ فإن

الخاصية	عملية الجمع	عملية الضرب
الانغلاق	$a + b \in R$	$a . b \in R$
الإبدال	$A + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
النظير	$a + (-a) = (-a) + a = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$
التوزيع	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$	

تبسيط العبارات الجبرية:

١) فك الأقواس (التوزيع).

٢) تجميع الحدود المناسبة (تجميع وأبدال).

٣) تبسيط.

العلاقات و الدوال

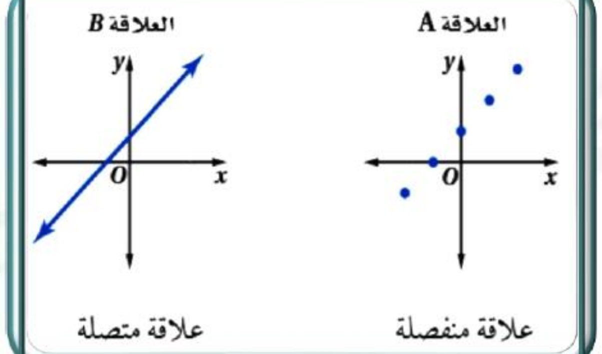
المجال

مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

المدى

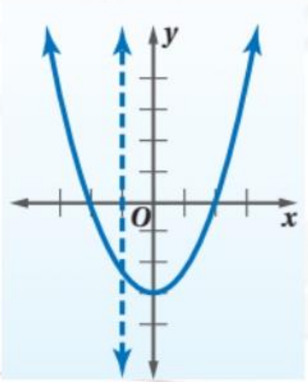
مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

أنواع العلاقات

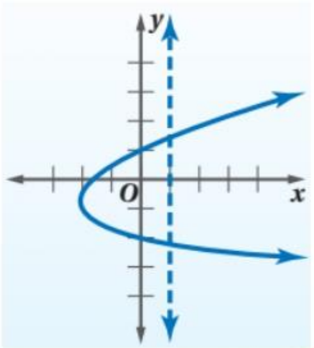


اختبار الخط الرأسي

إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة فالعلاقة دالة.



إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.



دوال خاصة

تمثيل دالة متعددة التعريف

١) نكون جدول بفرض قيم x حسب شروط التعريف

٢) نعوض في الدالة المناسبة حسب التعريف

٣) نمثل الدالة في الفترات المختلفة

دالة القيمة المطلقة

١) نساوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر لإيجاد صفرها

٢) نكون جدول نضع فيه صفر القيمة المطلقة و نختار نقاط حوله.

٣) نمثل الدالة و يكون مجالها R و يكون على شكل حرف V

كتابة دالة متعددة التعريف

١) نختار نقطتين و اضحتين على كل جزء مرسوم

٢) نوجد الميل $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

٣) نوجد معادلة المستقيم $y-y_1=m(x-x_1)$ بالتعويض بقيمة الميل و أحدى النقطتين

٤) نكتب الدالة المتعددة التعريف

$$f(x)=\begin{cases} \dots x<\cdots \\ \dots<x<\cdots \\ \cdots x>\cdots \end{cases}$$

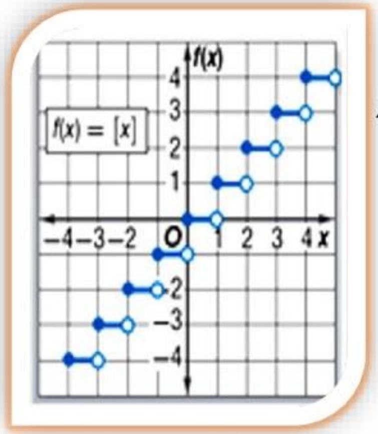
دوال خاصة

$[x]$ دالة الصحيح (الدرجية)

$|x|$ دالة القيمة المطلقة

المجال
R
مجموعة الأعداد الحقيقية

المنحنى البياني



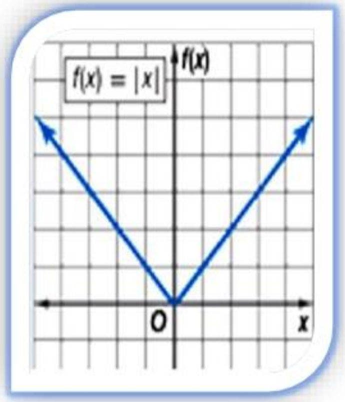
المدى
مجموعة الأعداد الصحيحة Z
أو مجموعة جزئية منها

المدى
$y = a|mx + b| + c$

a سالب
$y \leq c$

a موجب
$y \geq c$

المنحنى البياني على شكل ∨ أو ∧



تمثيل المتباينات الخطية

نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي

نكون جدول و نختار قيم x ويفضل اختيار المقاطع مع المحورين ثم نمثل النقاط

نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد

نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة لا تقع على حد المتباينة بالتعويض في المتباينة الأساسية أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبًا ثم نظلل منطقة الحل.

تمثيل متباينات القيمة المطلقة

نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي

نكون جدولا بعد تحديد صفر القيمة المطلقة و اختيار نقاط حوله

نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد

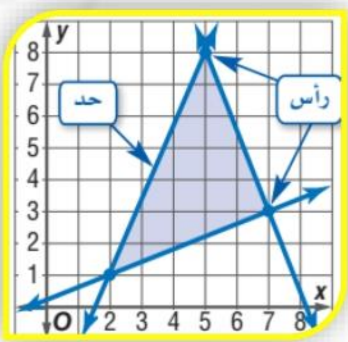
نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة لا تقع على حد المتباينة بالتعويض في المتباينة الأساسية أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبًا ثم نظلل منطقة الحل.

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

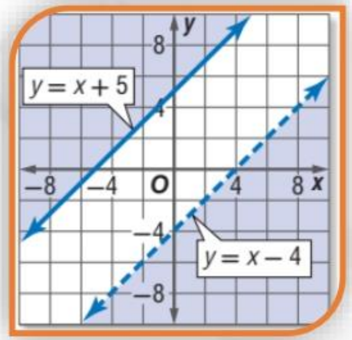
نمثل كل متباينة بيانيا و نظلل منطقة حلها.

نحدد منطقة الحل المشتركة بين مناطق حل المتباينات و التي تمثل حل النظام.

منطقة مغلقة نحدد رؤوس منطقة الحل و هي إحداثيات نقط تقاطع المستقيمات المحددة للمنطقة



منطقة حل غير متقاطعة تعني أنه لا يوجد حل للنظام



البرمجة الخطية والحل الأمثل

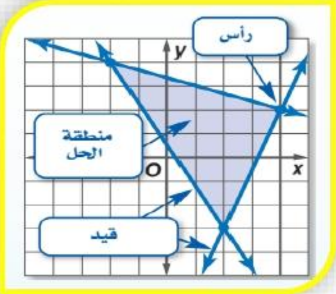
إيجاد القيمة العظمى و الصغرى للدالة تحت قيود معينة

١) نمثل المتباينات و نحدد رؤوس منطقة الحل.

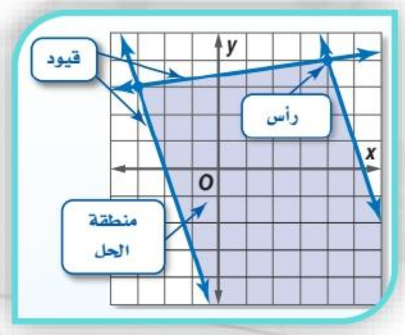
٢) نوجد قيمة الدالة عند كل رأس و أكبر قيمة هي القيمة العظمى و أصغر قيمة هي القيمة الصغرى.

(x, y)	$4x - 2y$	$f(x, y)$	
$(-3, 3)$	$4(-3) - 2(3)$	-18	
$(1.5, 3)$	$4(1.5) - 2(3)$	0	← قيمة عظمى
$(0, 6)$	$4(0) - 2(6)$	-12	
$(-2, 6)$	$4(-2) - 2(6)$	-20	← قيمة صغرى

إذا كانت منطقة الحل محدودة يوجد قيمة عظمى و قيمة صغرى للدالة



إذا كانت منطقة الحل غير محدودة يوجد أما قيمة عظمى فقط أو قيمة صغرى فقط



المصفوفات

تعريف المصفوفات	هي ترتيب للأعداد أو المتغيرات على شكل صفوف أفقية وأعمدة رأسية وتكتب بين القوسين [ ] أو ( ). ويرمز لها بأحرف كبيرة مثل: .... ، $\underline{B}$ ، $\underline{A}$	$\underline{A} = \left.\begin{bmatrix} 8 & 22 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 9 \end{bmatrix}\right\}$ ثلاثة صفوف أربعة أعمدة العنصر -1 موجود في الصف 2 والعمود1 . ويرمز له بالرمز a_{21} العنصر -8 موجود في الصف 3 والعمود 2 . ويرمز له بالرمز a_{32}.
رتبة المصفوفة	عدد الصفوف وعدد الأعمدة على الترتيب. $\underline{A} = n \times m$ رتبة المصفوفة حيث n عدد الصفوف و m عدد الأعمدة	
أنواع المصفوفات	مصفوفة صف: وتحتوي على صف واحد.	مثال: $A_{1\times4} = [2\ 0\ 4\ 6]$
	مصفوفة عمود: وتحتوي على عمود واحد.	مثال: $B_{3\times1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
	مصفوفة صفرية: جميع عناصرها أصفار وهي المصفوفة المحايدة في عملية جمع المصفوفات.	مثال: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
	مصفوفة مستطيلة: عدد صفوفها لا يساوي عدد أعمدتها.	مثال: $F_{3\times4} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 7 & -1 \\ 4 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $E_{2\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 6 \end{bmatrix}$
	مصفوفة مربعة: عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها.	مثال: $C_{2\times2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
	مصفوفة قطرية: هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ماعدا عناصر القطر الأساسي على الأقل أحدها لا يساوي صفر.	مثال: $\begin{bmatrix} 2 & 0 & o \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
	مصفوفة وحدة: هي مصفوفة قطرية جميع عناصر قطرها الرئيسي تساوي واحد.	مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

المصفوفات

مقدمة في المصفوفات

يتم تحديد عنصر في المصفوفة بتحديد رقم الصف ثم العمود الموجود فيه العنصر.

العنصر a_{21} موجود في الصف ٢، والعمود ١

$a_{21} = 9$

$$\begin{array}{r} \text{صف ٢} \rightarrow \end{array} \begin{bmatrix} -8 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}$$

عمود ١

إذا كان عدد صفوف المصفوفة n وعدد أعمدتها m فإن رتبة المصفوفة $n \times m$

$$\text{صف} \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}}_{\text{عمود}} \right.$$

شروط تساوي المصفوفات:

١/ تساوي الرتبة.

٢/ العناصر المتناظرة متطابقة.

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان

العمليات على المصفوفات

عند ضرب مصفوفة بعدد ثابت يتم ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت.

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ C & d \end{bmatrix}$ و k عدد ثابت فإن:

$$k \cdot \underline{A} = k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

شرط جمع أو طرح المصفوفات:

١/ تساوي الرتب.

٢/ نجمع أو نطرح العناصر المتناظرة.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ C & d \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ C+g & d+h \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ C-g & d-h \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات

شرط ضرب مصفوفتين:

عدد أعمدة الأولى يساوي عدد صفوف الثانية.

$$\underline{A}_{m\times r} \cdot \underline{B}_{r\times n} = \underline{AB}_{m\times n}$$

متساويان

رتبة $\underline{A} \cdot \underline{B}$

يمكن إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين بضرب عناصر صفوف الأولى في أعمدة الثانية بالترتيب ثم جمع النواتج.

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

المحددات

محددات الدرجة الثانية

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - c \cdot b$$

حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس مطروحًا منها حاصل ضرب عناصر القطر الآخر.

محددات الدرجة الثالثة

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

محدد الدرجة الثانية

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \cdot \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \cdot \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

قاعدة الأقطار

$$|A| = \left|\begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array}\right|$$

١/ أعد كتابة العمود الأول و الثاني يمين المحدد

٢/ أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس وموازيته و أجمعها.

٣/ أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر و موازيته و أجمعها.

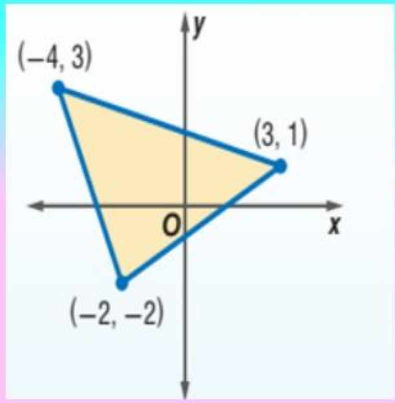
٤/ نطرح الناتجين في الخطوتين ٣ من ٢.

مساحة المثلث

مساحة المثلث الذي رؤوسه

(a , b) ، (c , d) ، (e , f)

هي القيمة المطلقة للمقدار A.



$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

مثال:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

خطوات إيجاد
النظير الضربي للمصفوفة:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

١/ نوجد محدد:

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

ويجب أن لا يساوي الصفر.

٢/ نوجد النظير الضربي و يساوي $\frac{1}{|\underline{A}|}$ مضروب في المصفوفة الناتجة عن تبديل موضعي عناصر القطر الأساسي و تغيير إشارة القطر الآخر.

٣/

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين باستخدام قاعدة كرامر

١/ لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية.

$$ax + by = n$$
$$cx + \mathbf{d}y = m$$

٢/ نوجد محدد المصفوفة.

$$\Delta = |\underline{c}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

٣/ لإيجاد x نستبدل معاملات x في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات.

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} n & b \\ m & d \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

٤/ لإيجاد y نستبدل معاملات y في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات.

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a & n \\ c & m \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين
باستخدام المعادلات المصفوفية

١/ لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية.

$$\begin{aligned} ax + by &= n \\ cx + dy &= m \end{aligned}$$

٢/ المعادلة المصفوفية للنظام.

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

٣/ حل النظام.

$$\underline{X} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

خطوات حساب قوى i (i^n)

i^n

n عدد زوجي

- ١/ نجزئ الأسس. $(i^2)^{\frac{n}{2}}$
- ٢/ نعوض عن $(i^2=-1)$: $(-1)^{\frac{n}{2}}$
  - 1 إذا كان $\frac{n}{2}$ زوجيًا.
  - -1 إذا كان $\frac{n}{2}$ فرديًا.

n عدد فردي

- $(i^{n-1}\cdot i)$
- $\left((i^2)^{\frac{n-1}{2}}\cdot i\right)$
- $\left((-1)^{\frac{n-1}{2}}\cdot i\right)$
  - i إذا كان $\frac{n-1}{2}$ زوجيًا.
  - $-i$ إذا كان $\frac{n-1}{2}$ فرديًا.

طريقة أخرى

لإيجاد (i^n) نقسم n على 4

- إذا كان باقي القسمة صفر: $i^n = 1$
- إذا كان باقي القسمة 1: $i^n = \mathrm{i}$
- إذا كان باقي القسمة 2: $i^n = -1$
- إذا كان باقي القسمة 3: $i^n = -\mathrm{i}$

الأعداد المركبة

العمليات على الأعداد التخيلية البحتة

$\sqrt{-a} = \sqrt{a}\, i \;,\qquad \sqrt{-1} = i$

نضرب المتشابه

$ai \cdot bi = ab \cdot i^2 = -ab$

مثال:

$3i \cdot 4i = 12i^2 = -12$

$\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{a}\mathrm{i} \cdot \sqrt{b}\mathrm{i}$

$= \sqrt{ab} \cdot \mathrm{i}^2 = -\sqrt{ab}$

مثال:

$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} = \sqrt{6}\, i \cdot \sqrt{15}\, i$

$\sqrt{6.15} \cdot i^2 = -3\sqrt{10}$

العمليات على الأعداد المركبة $(a + ib)$

الجمع و الطرح

نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي وكذلك الطرح بالمثل.

مثال على الجمع

$(-2 + 5i) + (1 - 7i)$

$= (-2 + 1) + (5 - 7)I$

$= -1 - 2i$

الضرب

توزيع وفك أقواس وعند ظهور i^2 نعوض عنها بـ -1 ثم نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي.

مثال على الضرب

$(-2 + 5i).(1 - 7i)$

$= (-2 \times 1) + (-2 \times (-7i))$
$+ (5i \times 1) + (5i \times (-7i))$

$= -2 + 14i + 5i + 35$

$= 33 + 19i$

القسمة

١/ نضرب في مرافق المقام.

٢/ في البسط ضرب عددين مركبين فك أقواس وفي المقام $(a + b\mathrm{i}) \cdot (a - b\mathrm{i}) = a^2 + b^2$

٣/ نبسط ثم نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي.

٤/ نكتب الناتج على الصورة.

مثال على القسمة

$\dfrac{3 + 4i}{2 - 3i} \cdot \dfrac{2 + 3i}{2 + 3i}$

$\dfrac{(3 + 4i)(2 + 3i)}{2^2 + 3^2}$

$= \dfrac{6 + 9i + 8i + 12i^2}{13},\; i^2 = -1$

$= \dfrac{6 + 17i - 12}{13} = -\dfrac{6}{13} + \dfrac{17}{13} i$

القانون العام

لحل المعادلة التربيعية

$ax^2 + bx + c = 0 \quad ,a \neq 0$

بالقانون العام لابد أن تكون في الصورة القياسية.

a معامل x^2 ، b = معامل x

c = الحد الثابت

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال: حل المعادلة الآتية باستعمال القانون العام:

$x^2 - 6x = -10$

الحل: $x^2 - 6x + 10 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$x = 3 \pm i$$

لتحديد عدد جذور معادلة تربيعية

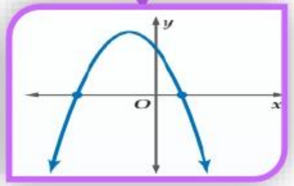
نوجد المميز: $b^2 - 4ac$

موجب $b^2 - 4ac > 0$

للمعادلة جذران حقيقيان.

نسبيان إذا كان المميز مربعًا كاملاً.

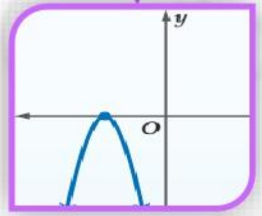
غير نسبيان إذا كان المميز ليس مربعًا كاملاً.



يقطع محور x في نقطتين.

$b^2 - 4ac = 0$

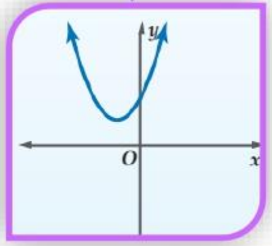
للمعادلة جذر حقيقي مكرر مرتين.



يمس محور x في نقطة..

سالب $b^2 - 4ac < 0$

للمعادلة جذران مركبان مترافقان.



لا يقطع محور x .

تحليل كثيرات الحدود

اخراج العامل المشترك الأكبر إن وجد

حدان

الفرق بين مربعين: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

الفرق بين مكعبين: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

مجموع مكعبين: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

ثلاثة حدود

مربع كامل:
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

الصورة العامة: تحليل مقدار ثلاثي.

أربعة حدود أو أكثر

١/ تجميع مناسب للحدود.

٢/ إخراج العامل المشترك الأكبر.

٣/ إخراج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع.

نظرية الباقي والعوامل

إيجاد قيمة دالة باستعمال التعويض التركيبي.

باستخدام القسمة التركيبية

قيمة دالة عند عدد r تساوي باقي قسمة الدالة على (x – r)

نكتب معاملات f(x) مع مراعاة ترتيب القوى وحفظ الخانة بالصفر في حالة عدم وجود الأس التالي ونضع العدد المطلوب حساب قيمة الدالة عنده في الصندوق r وبإجراء القسمة يكون باقي القسمة هو قيمة الدالة عند r

مثال: إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$

فأوجد $f(4)$ باستعمال التعويض التركيبي.

الحل:

4	3	-2	0	5	2
		12	40	160	660
	3	10	40	165	662

$f(4) = 662$

استعمال التعويض التركيبي لتحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملاً من عوامل كثيرة حدود.

١/ نحدد ما إذا كان (x – r) عاملاً بإجراء عملية القسمة ولابد أن يكون باقي القسمة يساوي صفر.

٢/ لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوات السابقة.

مثال: حدد ما إذ كان x - 5 عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $p(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى.

الحل: ١/ يكون $(x - 5)$ عاملاً إذا كان $p(5) = 0$

5	1	-7	7	15
		5	-10	-15
	1	-2	-3	0

٢/ لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوة السابقة.

ناتج القسمة = $x^2 - 2x - 3$

= $(x + 1)(x - 3)$

3 / عوامل كثيرة الحدود هي:

$(x - 5)$ ، $(x + 1)$, $(x - 3)$

الجذور والأصفار

تحديد عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود و أنواعها.

١/ عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود يساوي درجتها أي أكبر أس فيها.
٢/ لإيجاد الجذور نساوي الدالة بالصفر ثم نحل المعادلة حسب نوعها.

تحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة و السالبة و التخيلية لكثيرة الحدود.

١/ عدد الأصفار n = (درجة كثيرة الحدود.)
٢/ لتحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة نحدد عدد مرات تغير إشارة $f(x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0.
٣/ لتحديد عدد الأصفار الحقيقية السالبة نوجد $f(-x)$ و ذلك بعكس إشارة معاملات الحدود فردية الدرجة ثم نحدد عدد مرات تغير إشارة $f(-x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0.
٤/ لتحديد عدد الأصفار التخيلية نعمل جدول نوجد فيه كل الاحتمالات الممكنة لعدد الأصفار الحقيقية ثم نطرح مجموع عدد الأصفار الحقيقة من n(درجة كثيرة لحدود).

كتابة كثيرة حدود بأقل درجة بمعرفة أصفارها.

١/ من السؤال معطاه جذور أو أصفار كثيرة الحدود لكل جذر نوجد العامل حيث العامل = x − الجذر
عامل $(x-r) \Rightarrow$ جذر r
٢/ إذا كان أحد جذور كثيرة الحدود عدد مركب فإن مرافقه أيضًا جذر لها.
عامل $\left(x-(a+ib)\right) \Rightarrow$ جذر $a+ib$
عامل $\left(x-(a+ib)\right) \Rightarrow$ جذر أيضًا $a-ib$
٣) نضرب العوامل لإيجاد كثيرة الحدود.
مثال: اكتبي عوامل كثيرة الحدود التي جذورها i - 5 ، -1
العوامل هي:
$$(x+1), \left(x-(5-i)\right), \left(x-(5+i)\right)$$

العمليات على الدوال

جمع الدوال وطرحها

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$

$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$$

نجمع الحدود المتشابهة

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين

ضرب الدوال وقسمتها

$$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}\ ,g(x)\neq 0$$

الضرب فك أقواس وتوزيع

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين

القسمة قسمة كثيرات حدود

المجال يساوي تقاطع مجال الدالتين مع استبعاد أصفار المقام

تركيب دالتين

$$f\circ g\,(x)=f[\,g(x)]$$

أزواج مرتبة

مثال:

$f(x)=\{(6,1),(2,7)\}$

$g(x)=\{(5,6),(3,2)\}$

$f\circ g(x)=f[\,g(x)]$

$=\{(5,1),(3,7)\}$

قاعدة معطاة

مثال:

$f(x)=3x$

$g(x)=x+1$

$f\circ g(x)=f[\,g(x)]$

$=3(x+1)$

$=3x+3$

العلاقة العكسية

لإيجاد العلاقة العكسية نبدل إحداثيات الأزواج المرتبة.

$(a,b) \rightarrow (b,a)$

$f(x) = \{(1,2),(3,-1)\}$

$f^{-1}(x) = \{(2,1),(-1,3)\}$

الدالة العكسية

لإيجاد الدالة العكسية نتبع الخطوات التالية:

١/ نضع $f(x) = y$

٢/ نبدل بين كل من y ، x

٣/ نحل المعادلة بالنسبة y

٤/ نضع $y = f^{-1}(x)$ إذا كانت العلاقة دالة.

تحديد مجال ومدى دالة الجذر التربيعي

$$f(x) = a\sqrt{mx+b} + c$$

- **المجال**
  - في البسط: معرفة بشرط ما تحت الجذر ≤ الصفر.
  - في المقام: معرفة بشرط ما تحت الجذر > الصفر.
- **المدى**
  - $c = 0$
    - $a < 0$ ← $y \le 0$
    - $a > 0$ ← $y \ge 0$
  - $c \neq 0$
    - $a < 0$ ← $y \le c$
    - $a > 0$ ← $y \ge c$

تمثيل دالة الجذر التربيعي

١/ نحدد مجال الدالة بشرط
ما تحت الجذر ≤ الصفر.

٢/ نكون جدول بفرض قيم تبدأ بصفر الجذر ثم قيم أكبر منه.

٣/ نعوض في الدالة المطلوب تمثيلها لإيجاد قيم y ثم نرسم النقاط في المستوى.

تمثيل متباينة الجذر التربيعي

١/ نكتب المعادلة المرتبطة بالمتباينة المعطاة.

٢/ نمثل دالة الجذر التربيعي بالخطوات المستخدمة عند تمثيل الدالة الجذرية.

٣/ نرسم الدالة بخط متصل إذا وجدت علامة المساواة في المتباينة ومتقطعة إذا لم توجد علامة تساوي فيها.

٤/ نختبر منطقة الحل أو نظلل حسب إشارة المتباينة إذا كانت أكبر نظلل أعلى المنحنى و إذا كانت أصغر نظلل أسفل المنحنى.

الجذر النوني

ما تحت الجذر $\rightarrow$ $\sqrt[n]{81}$ $\leftarrow$ دليل الجذر

رمز الجذر

$$a^n = b \Leftrightarrow a = \sqrt[n]{b}$$

الجذر النوني الحقيقي

$a < 0$ | $a = 0$ | $a > 0$

$\sqrt[n]{a}$ | $\sqrt[n]{0} = 0$ | $\sqrt[n]{a}$

$a > 0$:

n عدد زوجي

$\pm\sqrt[4]{16} = \pm 2$

n عدد فردي

$\sqrt[3]{8} = 2$

$a < 0$:

n عدد زوجي

$\emptyset$

n عدد فردي

$\sqrt[3]{-8} = -2$

تبسيط الجذور

١/ حلل العدد إلى عوامله الأولية.

٢/ اكتب العدد على صورة أسية.

٣/ اقسم الأس على دليل الجذر.

إرشادات للدراسة

دليل الجذر إذا كان n عددًا فرديًا فهناك فقط جذر حقيقي واحد، وبناءً على ذلك، فلا يوجد هناك جذر رئيس، ولا يوجد حاجة إلى استعمال رمز القيمة المطلقة.

إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا وأس ما تحت الجذر عددًا زوجيًا، وكان أس الناتج عددًا فرديًا، يجب أن تجد القيمة المطلقة للناتج لتتأكد من أن الجواب ليس سالبًا

$$\sqrt[n]{x^n} = |x|$$

الأسس النسبية

١/ التحويل من الصورة الجذرية إلى الأسية والعكس $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$

٢/ $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = \left(\sqrt[y]{b}\right)^x$

٣/ نبسط الأسس السالبة باستخدام قوانين الأسس السابق لنا دراستها ولابد لنصل لأبسط صورة أن يكون الأس في المقام عددًا صحيحًا و أن تكون الأسس موجبة ودليل الجذر أصغر ما يمكن.

العمليات على العبارات الجذرية

١/ ضرب الجذور: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

٢/ قسمة الجذور: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$

٣/ إنطاق المقام:

إذا كان المقام	فاضرب البسط والمقام في
$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$
$\sqrt[n]{b^x}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$

٤ / جمع العبارات الجذرية وطرحها:

نبسط الجذور ثم نجمع أو نطرح معاملات الجذور المتشابهة.

حل معادلات الجذرية

١/ نجعل الجذر في طرف وحده.

٢/ نرفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر للتخلص من الجذر.

٣/ نحل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم نتحقق من صحة الحل.

حل متباينات الجذر التربيعي

١/ نحدد مجال الدالة الجذرية.

٢/ نحل المتباينة الجذرية بنفس طريقة حل المعادلة الجذرية.

٣/ نحل المتباينة الناتجة.

٤/ نحدد منطقة الحل على خط الأعداد اعتمادًا على الخطوتين السابقة.

رياضيات 4

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

العمليات على العبارات النسبية

ضرب العبارات النسبية وقسمتها

الضرب

- تحليل كل من البسط و المقام
- اختصار العوامل المشتركة
- إجراء عملية الضرب ← $\frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$
- تبسيط الناتج

ملاحظة:

- ممكن تقديم عملية الضرب على الاختصار

القسمة

- نحول عملية القسمة إلى ضرب في مقلوب الكسر الثاني
- نجري عملية الضرب بنفس الخطوات السابقة في ضرب العبارات النسبية
- تبسيط الناتج

جمع العبارات النسبية و طرحها

- نوجد LCM للمقامات
- توحيد المقامات من خلال ضرب البسط و المقام فيما ينقص المقام حتى يصبح مساوياً لـLCM
- بعد توحيد المقامات يجمع البسط والمقام يبقى كما هو
- تبسيط الناتج إن أمكن

ملاحظة

لايجاد LCM

- تحليل كل من الأعداد أو كثيرات الحدود إلى عوامل أولية
- ضرب جميع العوامل المختلفة أما العوامل المشتركة فيؤخذ منها ذا الأس الأكبر

تبسيط العبارات النسبية

تبسيط الكسور البسيطة

- تحليل كل من البسط و المقام
- نختصر العوامل المشتركة

تبسيط الكسور المركبة

- تبسط من خلال قسمة كسر البسط على كسر المقام

دوال المقلوب و الدوال النسبية

تحديد أصفارها، وخطوط التقارب لها

خطوط التقارب

دوال المقلوب

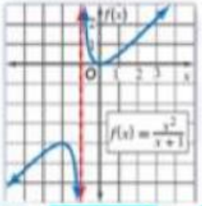
$$f(x) = \frac{a}{x-b} + c$$

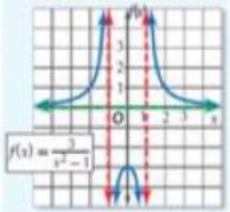
- **أفقي**: القيمة المضافة للكسر النسبي — القيم المستثناة من المدى
- **رأسي**: قيمة x التي تجعل المقام = صفر — القيم المستثناة من المجال

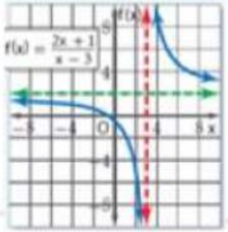
الدوال النسبية

$$f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$$

- **رأسي**: قيمة x التي تجعل المقام = صفر
- **أفقي**:
  - درجة البسط > درجة المقام ← لا يوجد
  - درجة البسط < درجة المقام ← $y = 0$
  - درجة البسط = درجة المقام ← $\dfrac{\text{المعامل الرئيس للبسط}}{\text{المعامل الرئيس للمقام}}$







الأصفار

جميع قيم x التي يكون عندها $a(x) = 0$

دوال التغير

التغير الطردي

إذا كانت y تتغير طردياً مع x

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$$

التغير المشترك

إذا كانت y تتغير تغيراً مشتركاً مع x و z

$$\frac{y_1}{x_1 z_1} = \frac{y_2}{x_2 z_2}$$

التغير العكسي

إذا كانت y تتغير عكسياً مع x

$$y_1 x_1 = y_2 x_2$$

التغير المركب

إذا كانت y تتغير تغيراً طردياً مع x وعكسياً z

$$\frac{y_1 z_1}{x_1} = \frac{y_2 z_2}{x_2}$$

حل المعادلات النسبية

المعادلات النسبية

١) نوجد المضاعف المشترك الأصغر (LCM) للمقام

٢) نضرب جميع حدود المعادلة في LCM (للتخلص من المقام)

٣) فك الأقواس (إما بالتوزيع أو التحليل)

٤) تجميع الحدود المتشابهة

٣) حل المعادلة وإيجاد قيمة المجهول

٤) التحقق من صحة الحل بالتعويض أو باستبعاد أصفار المقام

المتباينات النسبية

١) نوجد القيم المستثناة بمساواة المقام بالصفر

٢) نحول المعادلة إلى متباينة

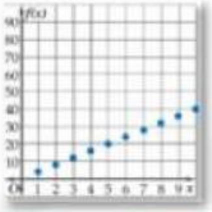
٣) حل المعادلة

٤) نتحقق برسم خط الأعداد و نحدد عليه الحلول و القيم المستثناة ثم نختار قيم بينها و نعوض في المتباينة في كل فترة لتحديد الفترات التي تحقق أعدادها المتباينة

المتتابعات والمتسلسلات

حسابية

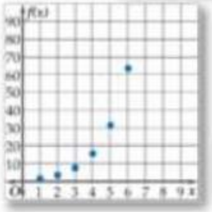
- **تعريفها**: متتابعة يكون فيها الفرق بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت
- **الأساس**: الفرق المشترك = الأساس = d
- **الحد النوني**: $a_n = a_1 + (n-1)d$
- **الحد التالي**: يمكن إيجاد أي حد بإضافة الأساس d للحد السابق
- **تمثيلها**: تمثل بخط مستقيم



- **المتسلسلات الحسابية**: مجموع حدود متتابعة حسابية
  - الصيغة العامة $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$
  - الصيغة البديلة $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

هندسية

- **تعريفها**: متتابعة تكون فيها النسبة بين كل حدين متتاليين مقدار ثابت
- **الأساس**: النسبة الثابتة = الأساس = r
- **الحد النوني**: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
- **الحد التالي**: نوجد أي حد بضرب r في الحد السابق
- **تمثيلها**: تمثل بدالة أسية



- **المتسلسلات الهندسية**: مجموع حدود متتابعة هندسية
  - منتهية:
    $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$
    $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}, r \neq 1$
  - غير منتهية:
    - $|r| \geq 1$ متباعدة و ليس لها مجموع
    - $|r| < 1$ متقاربة و لها مجموع $S = \frac{a_1}{1-r}$

الحد الأول = a_1

الحد الأخير = a_n

عدد الحدود = n

رمز المجموع

$$\sum_{k=1}^{n} f(k)$$

- n: آخر قيمة لـ k
- $f(k)$: صيغة حدود المتسلسلة
- $k=1$: أول قيمة لـ k

مثلث باسكال

$(a+b)^0$ 1

$(a+b)^1$ 1   1

$(a+b)^2$ 1   2   1

$(a+b)^3$ 1   3   3   1

$(a+b)^4$ 1   4   6   4   1

1   3   3   1

\+   \+   \+

4   6   4

نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = {}_nC_0\, a^n b^0 + {}_nC_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2} b^2 + \dots + {}_nC_n\, a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k\, a^{n-k}\, b^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k}\, b^k$$

لإيجاد حد معين من المفكوك

أي حد $= {}_nC_k$. (الحد الأول)$^{n-k}$ (الحد الثاني)^{k}

$k =$ ترتيب الحد $- 1$

فضاء العينة

تعريفه : مجموعة جميع النواتج الممكنة

تمثيله:
- ✓ الرسم الشجري
- ✓ القائمة المنظمة
- ✓ الجدول

إيجاده من خلال:

- **مبدأ العد الأساسي** ضرب عدد النواتج الممكنة في كل مرحلة من مراحل التجربة
- **التباديل** اختيار لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهماً
  - **تباديل خطية**
    - تباديل n من العناصر ← المضروب (حاصل ضرب الأعداد الصحيحة الموجبة تنازلياً) ← $n!$
      $$n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots \times 2 \times 1$$
    - تباديل n من العناصر مأخوذة منها r ← $nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$
    - تباديل مع التكرار ← $\dfrac{n!}{r_1! \cdot r_2! \ldots\ldots r_k!}$
  - **تباديل دائرية**
    - بدون نقطة مرجعية $(n-1)!$
    - وفق نقطة مرجعية ثابتة $n!$ تحولت إلى خطية
- **التوافيق** ← اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب غير مهم ← $nC_r = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$

الاحتمال

$$\frac{\text{عدد نواتج التجربة}}{\text{جميع النواتج الممكنة}}$$

الحوادث المركبة

الحوادث المستقلة

مفهوم: وقوع الحادثة A لا يؤثر في وقوع الحادثة B

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$$

الحوادث المتنافية

مفهوم : حادثتان لا توجد بينهما نواتج مشتركة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

الحوادث الغير مستقلة

مفهوم: وقوع إحدى الحادثتين يؤثر في وقوع الأخرى

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B|A)$$

الحوادث الغير متنافية

مفهوم : حادثتان توجد بينهما نواتج مشتركة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

الحادثة المشروطة

مفهوم : احتمال وقوع الحادثة A بشرط أن B قد وقعت

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ بشرط } P(B) \neq 0$$

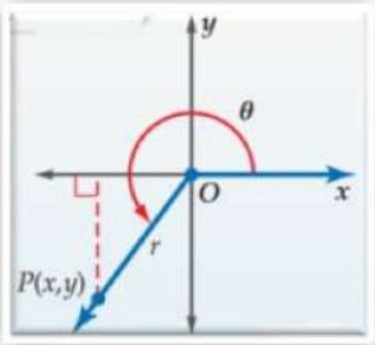
الحوادث المتممة

مفهوم : جميع نواتج فضاء العينة التي ليست من نواتج الحادثة الأصلية

$$P(A') = 1 - P(A)$$

الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

θ زاوية في وضع قياسي و $p(x, y)$ نقطة على ضلع الانتهاء



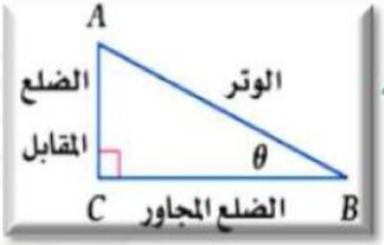
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

θ زاوية في مثلث قائم الزاوية



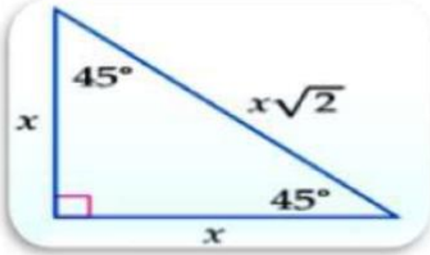
الدوال الأساسية ← **المقلوبات**

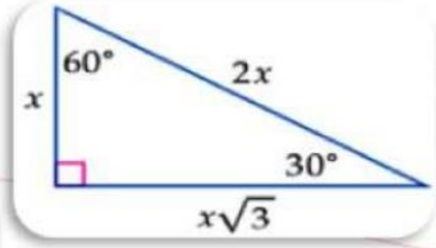
$\sin\theta$ (جيب θ) $= \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ← $\csc\theta$ (قاطع تمام θ) $= \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

$\cos\theta$ (جيب تمام θ) $= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ← $\sec\theta$ (قاطع θ) $= \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

$\tan\theta$ (ظل θ) $= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ ← $\cot\theta$ (ظل تمام θ) $= \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

قيم الدوال المثلثية للزوايا الخاصة





θ	30	45	60
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

الدوال العكسية للدوال المثلثية

دالة الجيب العكسية

إذا كان $sinA = x$ فإن $sin^{-1}x = m\angle A$

دالة جيب التمام العكسية

إذا كان $cosA = x$ فإن $cos^{-1}x = m\angle A$

دالة الظل العكسية

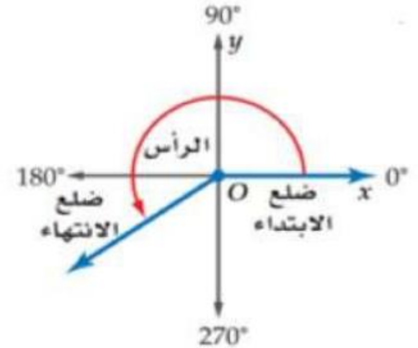
إذا كان $sinA = x$ فإن $tan^{-1}x = m\angle A$

إيجاد قيم الدوال المثلثية

s — الربع الثاني	a — الربع الأول
$\sin\theta, \csc\theta: +$	$\sin\theta, \csc\theta: +$
$\cos\theta, \sec\theta: -$	$\cos\theta, \sec\theta: +$
$\tan\theta, \cot\theta: -$	$\tan\theta, \cot\theta: +$
t — الربع الثالث	**c — الربع الرابع**
$\sin\theta, \csc\theta: -$	$\sin\theta, \csc\theta: -$
$\cos\theta, \sec\theta: -$	$\cos\theta, \sec\theta: +$
$\tan\theta, \cot\theta: +$	$\tan\theta, \cot\theta: -$

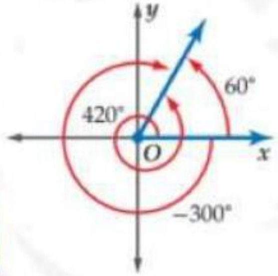
الزوايا وقياساتها

الوضع القياسي للزاوية



الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

ايجادها من خلال جمع أو طرح أحد مضاعفات 360°



$60° + 360° = 420°$

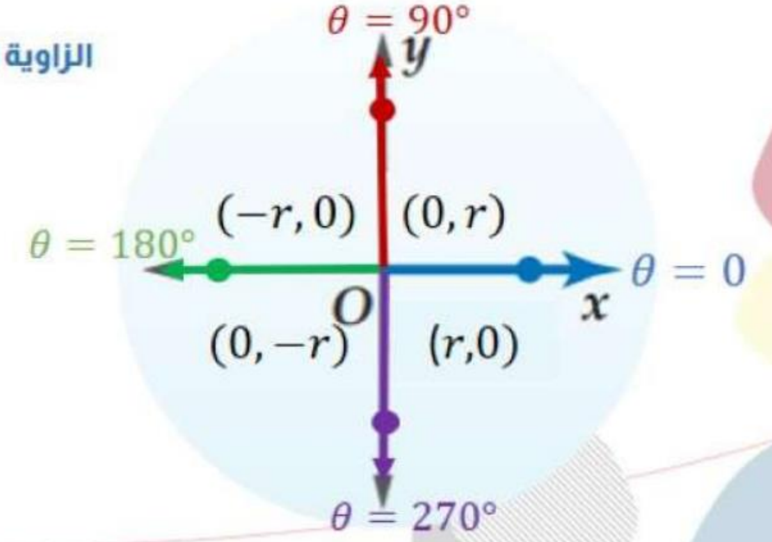
$60° - 360° = -300°$

التحويل بين قياسات الزوايا

القياس الستيني بالدرجات ← الضرب في $\frac{\pi}{180°}$ ← القياس الدائري بالراديان

القياس الدائري بالراديان ← الضرب في $\frac{180°}{\pi}$ ← القياس الستيني بالدرجات

الزوايا الربعية

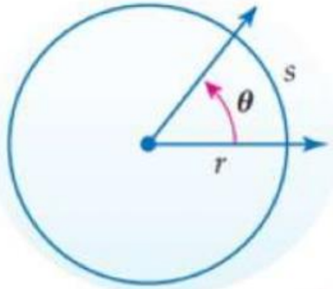


الزوايا المرجعية

الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء الزاوية θ والمحور x

الربع الثاني	الربع الأول
$\acute{\theta} = 180° - \theta$	$\acute{\theta} = \theta$
$\acute{\theta} = \theta - 180°$	$\acute{\theta} = 360° - \theta$
الربع الثالث	الربع الرابع

طول القوس

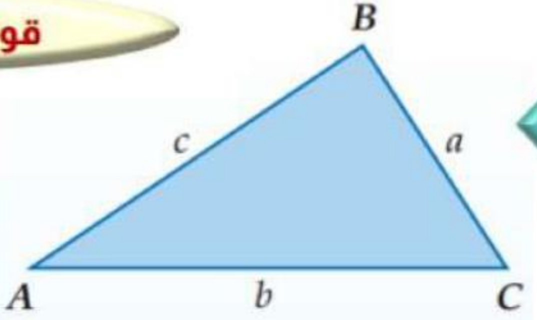


$s = r\,\theta$

المثلثات غير قائمة الزاوية

قوانين الجيوب وجيوب التمام

في المثلث K



طول ضلع أو قياس زاوية

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

المساحة

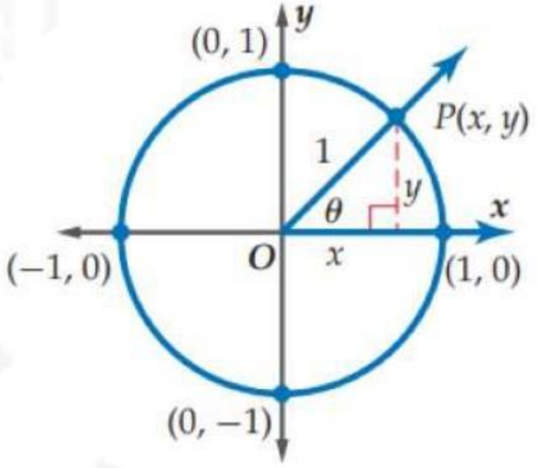
مساحة المثلث = نصف × طولي ضلعين من المثلث × جيب الزاوية المحصورة بينهما

$$k = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$k = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$k = \frac{1}{2} ab \sin C$$

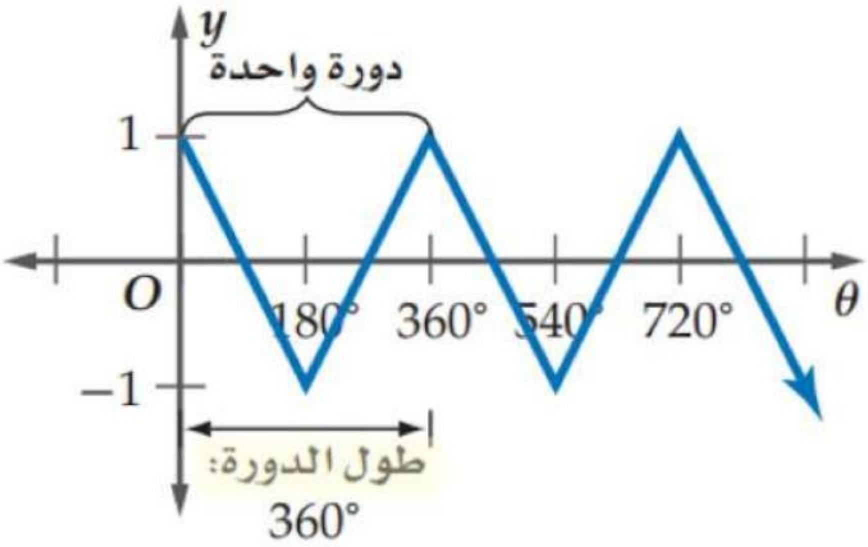
الدوال الدائرية



$\cos \theta = x , \sin \ \theta = y$

$P(x, y) = P(\cos \ \theta, \sin \theta)$

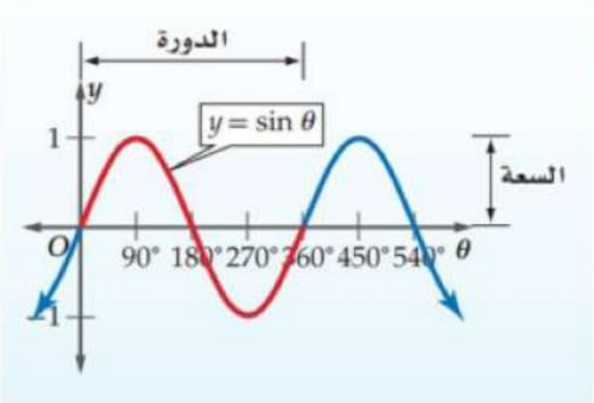
الدوال الدورية



التمثيل البياني للدوال المثلثية

دالة الجيب

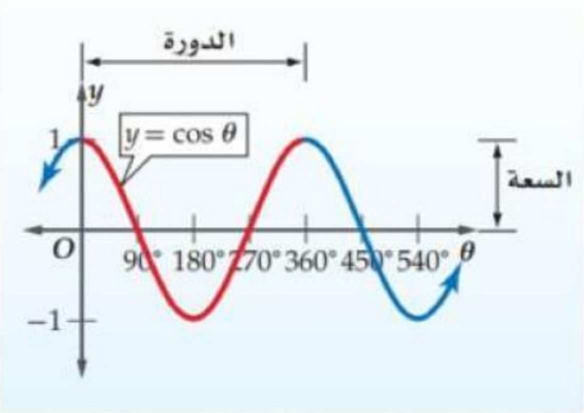
$y = \sin\theta$



المجال	مجموعة الأعداد الحقيقة
المدى	$\{y / -1 \le y \le 1\}$
السعة	1
طول الدورة	360°

دالة جيب التمام

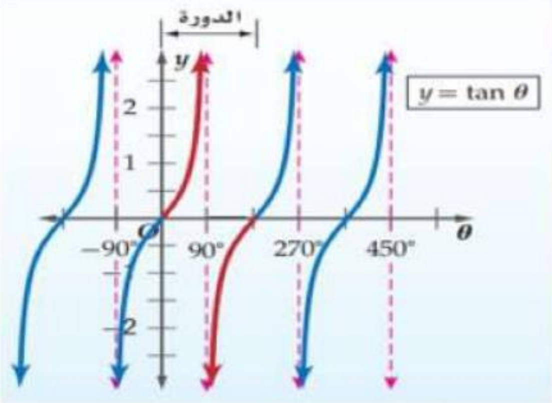
$y = \cos\theta$



المجال	مجموعة الأعداد الحقيقة
المدى	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$
السعة	1
طول الدورة	360°

دالة الظل

$y = \tan\theta$



المجال	$\{\theta / \theta \ne 90° + 180°n, n \in Z\}$
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقة
السعة	غير معرفة
طول الدورة	180°

رياضيات 5

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

تحديد المجال جبرياً

كثيرة الحدود

المجال/ مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

الدالة الكسرية

المجال \ $\mathbb{R} - \{$أصفار المقام$\}$

الدالة الكسرية الجذرية

(الجذر في البسط)

المجال \ ما بداخل الجذر $> 0 - \{$أصفار المقام$\}$

الدالة الجذرية

الدليل زوجي

الجذر في البسط

المجال \ ما بداخل الجذر ≥ 0

الجذر في المقام

المجال \ ما بداخل الجذر > 0

الدليل فردي

الجذر في البسط

المجال/ مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

الجذر في المقام

المجال \ $\mathbb{R} - \{$أصفار المقام$\}$

شروط اتصال دالة $x = c$:

1. $f(c)$ موجودة

2. $\lim_{x \to c} f(x)$ موجودة ، حيث: $\lim_{x \to c^+} f(x) = \lim_{x \to c^-} f(x)$

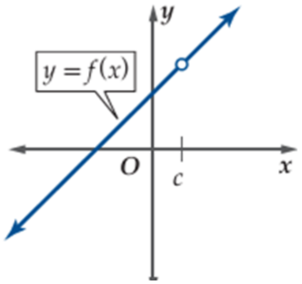
3. $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

حالات عدم اتصال الدالة

قابل للإزالة

إذا تحققت الحالة التالية :

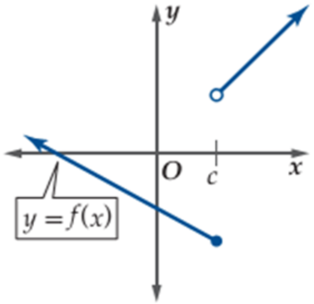
$$\lim_{x \to c} f(x) \neq f(c)$$



قفزي

إذا تحققت الحالة التالية :

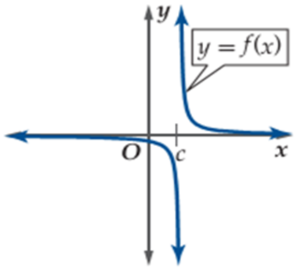
$$\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$$



لا نهائي

إذا تحققت الحالة التالية :

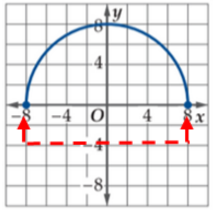
$$\lim_{x \to c} f(x) = \pm\infty$$



تحليل الدالة بيانياً 1

المجال

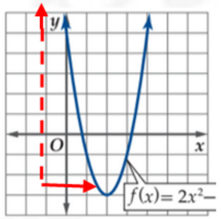
قيم x من أقصى يسار التمثيل البياني الى أقصى اليمين مع حذف نقاط عدم التعريف



المجال $=[-8,8]$

المدى

قيم y من أسفل التمثيل البياني الى الأعلى مع حذف نقاط عدم التعريف

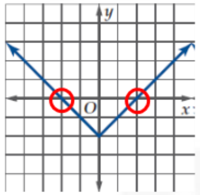


المدى = $[-3,\infty)$

أصفار الدالة (مقطع x)

الإحداثي x لنقاط تقاطع منحنى الدالة مع محور x

(قيم x تحت شرط $y = 0$)

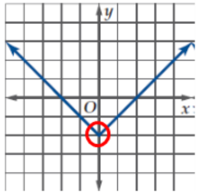


$x = 2, -2$

مقطع y

الإحداثي y لنقاط تقاطع منحنى الدالة مع محور y

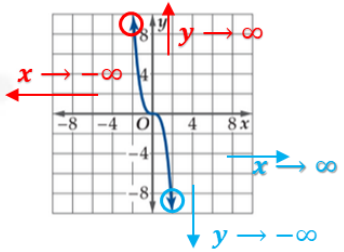
(قيم y تحت شرط $x = 0$)



$y = -2$

تحليل الدالة بيانياً 2

سلوك طرفي التمثيل البياني



$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$

الدوال الزوجية والفردية

زوجية

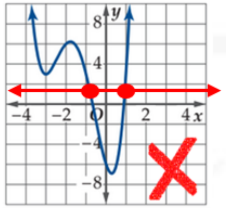
إذا حققت العبارة: $f(-x) = f(x)$

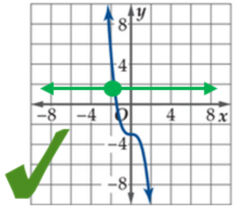
فردية

إذا حققت العبارة: $f(-x) = -f(x)$

هل الدالة لها دالة عكسية؟!

إذا حققت اختبار الخط الأفقي

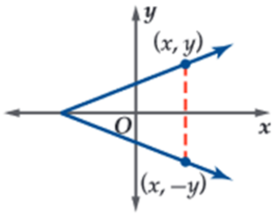




أنواع التماثل

حول محور x

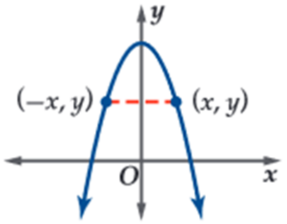
بتعويض $-y$ مكان y
تعطي معادلة مكافئة



حول محور y

وهي دالة زوجية

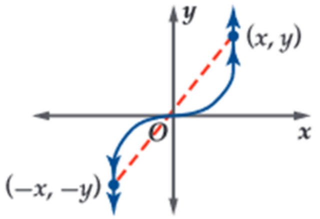
بتعويض $-x$ مكان x
تعطي معادلة مكافئة



حول نقطة الأصل

وهي دالة فردية

بتعويض $-x$ مكان x و $-y$ مكان y
فتعطي معادلة مكافئة

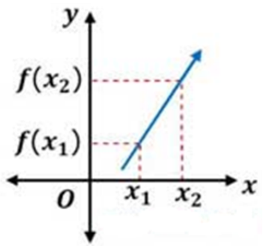


اطراد الدالة

متزايدة

كلما زادت قيم x تزداد قيم f(x)

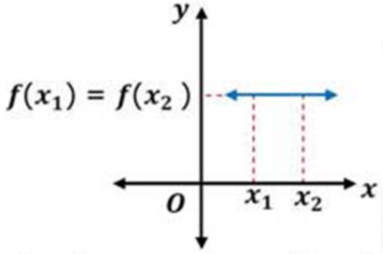
(كلما اتجهنا لليمين يرتفع المنحنى)



ثابتة

كلما زادت قيم x لا تتغير قيم f(x)

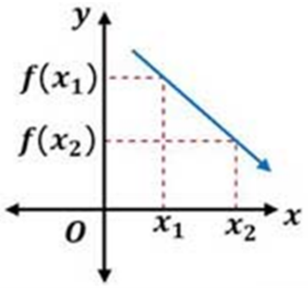
(كلما اتجهنا لليمين لا نخفض المنحنى ولا يرتفع)



متناقصة

كلما زادت قيم x تنقص قيم f(x)

(كلما اتجهنا لليمين ينخفض المنحنى)



العمليات على الدوال وتركيب دالتين

$f+g$

$f(x) = x + 10 \qquad g(x) = \sqrt{x+1}$

$(f+g)(x) = x + 10 + \sqrt{x+1}$

$f+g$ مجال $=$ f مجال $\cap$ g مجال

$= \mathbb{R} \cap [-1, \infty)$

$= [-1, \infty)$

$f \circ g$

$f(x) = 2x - 3 \quad , \qquad g(x) = 4x - 8$

$(f \circ g)(x) = 8x - 19$

$f \circ g$ مجال $=$ مجال الدالة الناتجة $\cap$ g مجال

$= \mathbb{R} \cap \mathbb{R}$

$= \mathbb{R}$

$f - g$

$f(x) = x + 10 \quad , \qquad g(x) = \sqrt{x+1}$

$(f-g)(x) = x + 10 - \sqrt{x+1}$

$f-g$ مجال $=$ f مجال $\cap$ g مجال

$= \mathbb{R} \cap [-1, \infty)$

$= [-1, \infty)$

$f . g$

$f(x) = x + 10 \quad , \qquad g(x) = \sqrt{x+1}$

$(f.g)(x) = x\sqrt{x+1} + 10\sqrt{x+1}$

$f.g$ مجال $=$ f مجال $\cap$ g مجال

$= \mathbb{R} \cap [-1, \infty)$

$= [-1, \infty)$

$\frac{f}{g}$

$f(x) = x + 10 \quad , \qquad g(x) = \sqrt{x+1}$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x+10}{\sqrt{x+1}}$

$\frac{f}{g}$ مجال $=$ f مجال $\cap$ g مجال

$= \mathbb{R} \cap [-1, \infty) - \{-1\}$

$= (-1, \infty)$

متى تكون الدالة متباينة

المعادلات

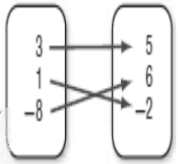
إذا كانت كل قيمة لـ x
ترتبط بقيمة واحدة لـ y ،
ولا توجد قيمة لـ y ترتبط
بأكثر من قيمة لـ x

✗ $y = x^2 - 3$

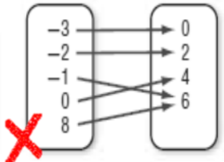
✓ $y = x^3 - 3$

المخطط السهمي

يصل لكل عنصر في المدى
سهم واحد فقط



✓



✗

الأزواج المرتبة

عناصر المدى لا تتكرر

✓ $\{(-1,9),(2,13),(0,1)\}$

$\{(5,4),(-5,2),(9,3),(-1,4)\}$ ✗

الجدول

عناصر المدى لا تتكرر

✓

x	y
-3	4
1	-1
2	0

✗

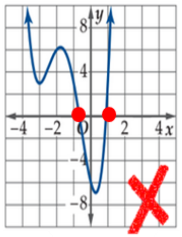
x	y
0	5
-7	2
2	5

بيانياً

هل الدالة لها دالة عكسية؟!

اختبار الخط الأفقي في
الرسم البياني لا يمر إلا
على نقطة واحدة

✓



✗

خصائص اللوغاريتمات

$2^{log_2 6} = 6$

$log_5 5^8 = 8$

صيغة تغيير الأساس

$$log_5 3 = \frac{log_a 3}{log_a 5}$$

$log_b(-9) \notin \mathbb{R}$

$log_b 0 \notin \mathbb{R}$

$log_b 1 = 0$

$log_4 x = log_4 8 \Leftrightarrow x = 8$

لوغاريتم حاصل الضرب هو مجموع لوغاريتم عوامله

$$log_6(5 \times 7) = log_6 5 + log_6 7$$

لوغاريتم حاصل القسمة هو طرح لوغاريتم عوامله

$$log_5 \frac{12}{3} = log_5 12 - log_5 3$$

متباينات log

$log_3 x > 7 \Leftrightarrow x > 3^7$

$log_3 x < 7 \Leftrightarrow 0 < x < 3^7$

$log_3 x > log_3 2 \Leftrightarrow x > 2$

حل المعادلات الأسية واللوغاريتمية

معادلة أسيّة

الأساس = الأساس

الأس = الأس

$$2^{x-5} = 64$$
$$2^{x-5} = 2^6$$
$$x - 5 = 6$$
$$x = 6 + 5$$
$$x = 11$$

الأساس ≠ الأساس

بأخذ log للطرفين
ثم حل المعادلة

$$4^x = 17$$
$$\log 4^x = \log 17$$
$$x \log 4 = \log 17$$
$$x = \frac{\log 17}{\log 4} \approx 2.04$$

معادلة لوغاريتمية

log في طرف واحد من المعادلة

تحويلها إلى معادلة
أسية ، ثم حل المعادلة

$$\log_x 81 = 4$$
$$x^4 = 81$$
$$x^4 = 3^4$$
$$x = 4$$

log في طرفين من المعادلة

حذف log من الطرفين
ثم حل المعادلة

$$\log_8(2x+1) = \log_8 21$$
$$2x + 1 = 21$$
$$2x = 21 - 1$$
$$2x = 20$$
$$x = 10$$

المتطابقات المثلثية

متطابقات فيثاغورس

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$

متطابقات مجموع زاويتين والفرق بينهما

$$\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \sin B\cos A$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A.\tan B}$$

متطابقات المقلوب

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

متطابقات نصف الزاوية

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

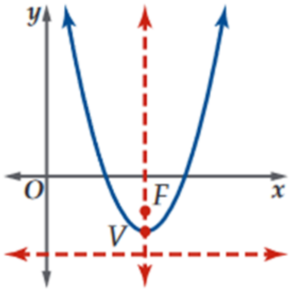
$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

القطع المكافئ

القطع مفتوح رأسيًا

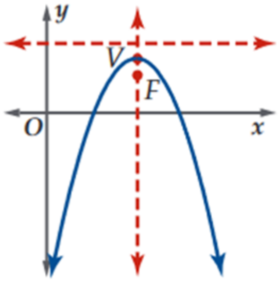
الصورة القياسية $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

مفتوح للأعلى



$c > 0$

مفتوح للأسفل

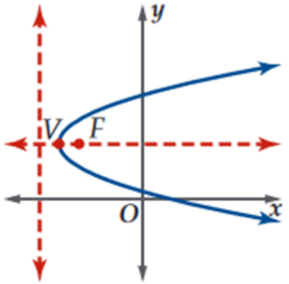


$c < 0$

القطع مفتوح أفقيًا

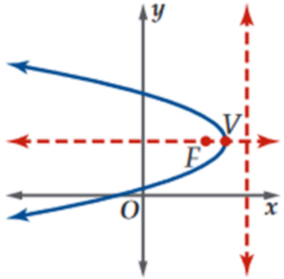
الصورة القياسية $(y-k)^2 = 4c(x-h)$

مفتوح لليمين



$c > 0$

مفتوح لليسار



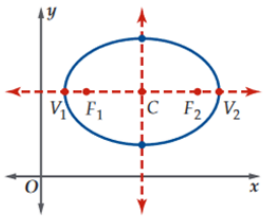
$c < 0$

القطع الناقص والزائد

القطع الناقص

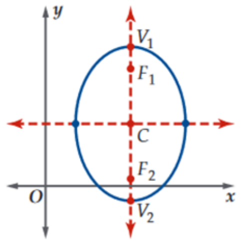
مفتوح أفقيًا

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$



مفتوح رأسيًا

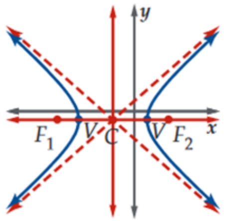
$$\frac{(y-k)^2}{a^2}+\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$



القطع الزائد

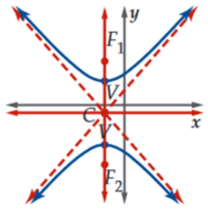
مفتوح أفقيًا

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$



مفتوح رأسيًا

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$



تحديد نوع القطع المخروطي

قطع مكافئ

$B^2 - 4AC = 0$

قطع ناقص

$B^2 - 4AC < 0 , A \neq C$ أو $B \neq 0$

دائرة

$B^2 - 4AC < 0 , B = 0 , A = C$

قطع زائد

$B^2 - 4AC > 0$

الصورة القياسية $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

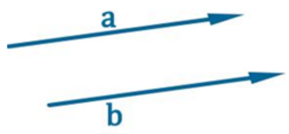
رياضيات 6

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

المتجهات

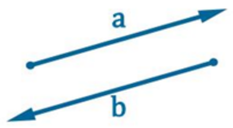
المتجهات المتساوية

لها الاتجاه و الطول نفسه



المتجهات المتوازية

لها الاتجاه نفسه أو اتجاهان متعاكسان وليس بالضرورة الطول نفسه



اتجاه المتجه

الاتجاه الربعي

الاتجاه الحقيقي

الوضع القياسي

مع الأفقي

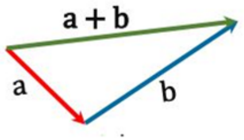
المتجه الصفري

متجه طوله صفر وليس له اتجاه

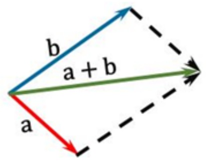
المحصلة

جمع متجهين أو اكثر

قاعدة المثلث



قاعدة متوازي الاضلاع



المتجهات في المستوى الإحداثي

متجه الوحدة

طوله يساوي ١ ويمكن
إيجاد متجه الوحدة u
الذي له نفس اتجاه
المتجه v

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$$

الصورة الإحداثية للمتجه

توافق خطي

$\langle a،b\rangle = ai+bj$

الصورة الإحداثية بدلالة نقطتين

$$\langle x_2 - x_1, y_2 - y_1\rangle$$

الصورة المثلثية

$$\langle |\mathbf{v}| \cos\theta, |\mathbf{v}| \sin\theta\rangle$$

الزاوية بين متجهين غير صفرين

$$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$$

الضرب الداخلي

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

يكون المتجهان متعامدان
اذا كان حاصل الضرب
الداخلي صفر

نظام الإحداثيات الثلاثي الأبعاد

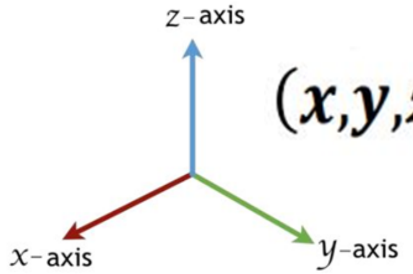
الضرب الاتجاهي

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

متجه عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين

الثلاثي المرتب

شكل كتابة النقطة في الفضاء



$$(x,y,z)$$

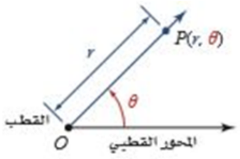
الضرب القياسي الثلاثي

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

الإحداثيات القطبية

نظام الاحداثيات القطبية

يستخدم المسافات و الزوايا لتحديد الموقع



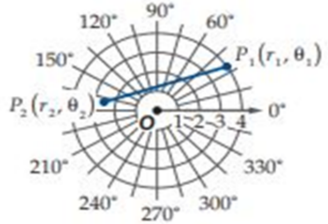
الاحداثي القطبي

هي زوج مرتب من الاعداد

(r,θ)

المسافة بالصيغة القطبية

$$P_1P_2=\sqrt{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\theta_2-\theta_1)}$$



المعادلة القطبية

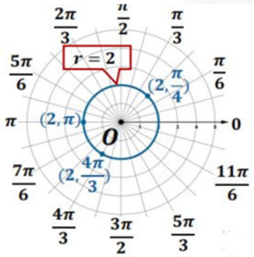
معادلة معطاة بدلالة الاحداثيات القطبية

التمثيل القطبي

مجموعة كل النقاط

(r,θ)

التي تحقق احداثياتها المعادلة القطبية



التحويل من الصورة القطبية الى الاحداثيات الديكارتية

$$x=r\cos\theta$$

$$y=r\sin\theta$$

التحويل من الاحداثيات الديكارتية الى الصورة القطبية

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{y}{x}\quad if\ \ x\succ 0$$

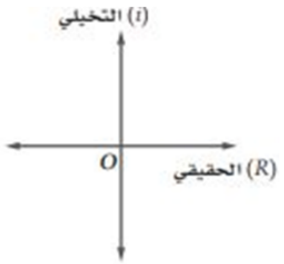
$$\theta=\tan^{-1}\frac{y}{x}+180^\circ\quad if\ \ x\prec 0$$

$$\theta=90^\circ\ \ or\ \ 270^\circ\ \ if\ \ x=0$$

الصورة القطبية والمركبة

المستوى المركب

هو مستوى يحوي محورين ، محور أفقي للجزء الحقيقي و محور رأسي للجزء التخيلي



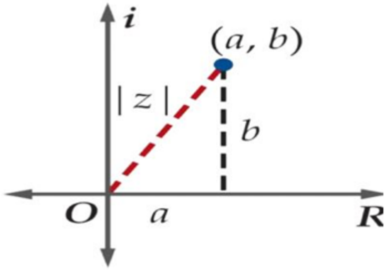
الصورة القطبية للعدد المركب

هي احدى طرق كتابة العدد المركب

$$z = r(cos\theta + i\,sin\theta)$$

القيمة المطلقة للعدد المركب

$$|z| = |a + bi|$$



السعة

هي الزاوية بين الاتجاه الموجب للمحور R والقطعة المستقيمة الواصلة بين نقطة الأصل و النقطة التي تمثل العدد المركب حيث

$$-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$$

المقياس

القيمة المطلقة للعدد المركب وهو يمثل r

نظرية ديموافر

القوة النونية للعدد المركب

$$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n$$

الجذور النونية للعدد ا

جذور تقع على دائرة الوحدة لها المقياس نفسه ويساوي ا

أنواع الدراسات الإحصائية

الدراسات المسحية

يقصد بها جمع البيانات من أفراد حول موضوع معين

تعداد عام

إذا شملت الدراسة جميع المجتمع

العينة

إذا اختير عدد محدود من الأفراد لإجراء الدراسة

متحيزة

اذا تم تفضيل مجموعة على مجموعة

غير متحيزة

اذا تم اختيارها بشكل عشوائي

الدراسات القائمة على الملاحظة

ملاحظة افراد العينة دون التأثير على النتائج

الدراسات التجريبية

اجراء معالجة خاصه على افراد العينة و ملاحظة النتائج

المجموعة التجريبية

هم من خضعوا للمعالجة

المجموعة الضابطة

هم من لم يخضعوا الى أي معالجة او خضعوا لمعالجة شكلية

التحليل الإحصائي

مقاييس النزعة المركزية

يقصد بالنزعة المركزية نزعة القيم نحو قيمة عددية تمثلهم

المتوسط لحسابي
مجموع القيم مقسوما على عددها

يستخدم اذا لم توجد قيمة متطرفة

المنوال
هي القيمة الأكثر تكرارا بين القيم

الوسيط
العدد الأوسط او المتوسط للعددين الاوسطين بعد ترتيب القيم تنازليا او تصاعديا

يستخدم عند وجود قيمة متطرفة

هامش خطأ العينة

عند سحب عينة حجمه n فإن هامش الخطأ يعطى بالقانون

$$\pm\frac{1}{\sqrt{n}}$$

مقاييس التشتت

هي مقاييس تصف مقدار تباعد البيانات عن بعضها أو تقاربها عن المتوسط

الانحراف المعياري

قوانينه

المجتمع

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}}$$

العينة

$$s=\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\bar{x})^2}{n-1}}$$

التباين
هو مربع الانحراف المعياري

الاحتمال و التوزيعات الاحتمالية

التوزيع الاحتمالي المنفصل

هو توزيع احتمالي متغيره العشوائي منفصل

القيمة المتوقعة

$$E(x) = \sum_{i=1}^{i=n} Xi.P(Xi)$$

احتمال النجاح و الفشل

احتمال النجاح

$$P(s) = \frac{s}{s+f}$$

احتمال الفشل

$$P(f) = \frac{f}{s+f}$$

فضاء العينة

$$s + f$$

يستخدم فيها

التباديل

اذا كان الترتيب مهم

$$nPr = \frac{n!}{(n-1)!}$$

التوافيق

اذا كان عشوائيا و الترتيب غير مهم

$$nCr = \frac{n!}{r!\,(n-1)!}$$

الاحتمال المشروط

هو احتمال حدوث الحادثة B بشرط وقوع الحادثة A رمزه $P(B|A)$

قانونه

$$P(B|A) = \frac{P(A\text{و}B)}{P(A)}$$

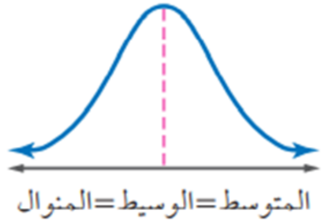
$, \mathbf{P(A)} \neq 0$

الجداول التوافقية

هي جداول تكرارية ذات بعدين تسجل فيها البيانات ضمن خلايا

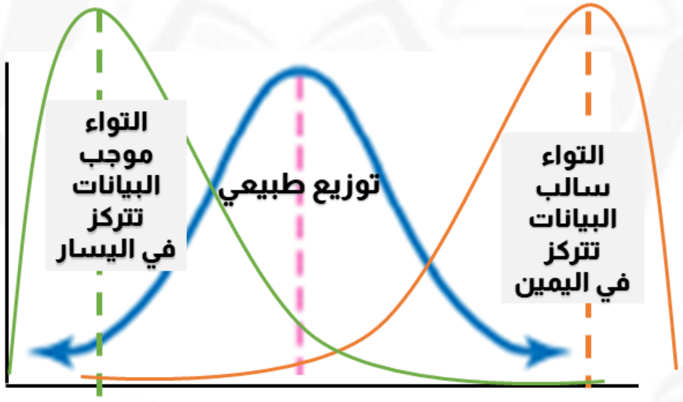
التوزيع الطبيعي

خصائصه

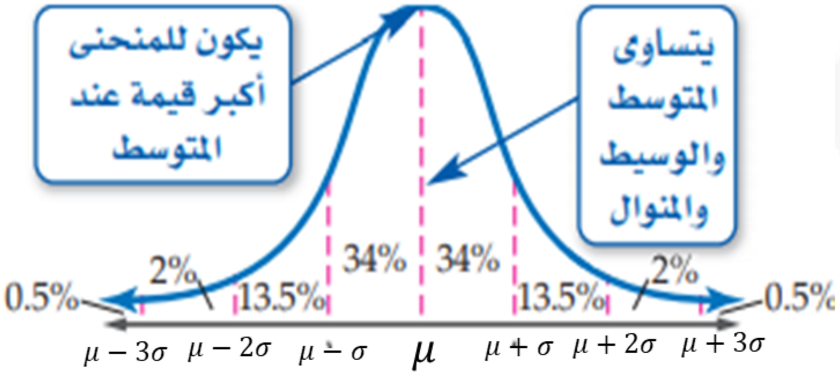


١- منحنى على شكل جرس ومتماثل حول مستقيم رأسي يمر بالمتوسط
٢- المنحنى متصل
٣- يقترب من منحنى x بجزئيه الموجب و السالب ولكن لا يمسه

توزيعات ملتوية



القانون التجريبي



الاحتمال

أن تزيد قيمة لـ X تم اختيارها عشوائيا عن n ⇐ $P(X > n)$

أن تقع قيمة لـ X تم اختيارها عشوائيا بين n و m ⇐ $P(m < X < n)$

أن تقل قيمة لـ X تم اختيارها عشوائيا عن n ⇐ $P(X < n)$

التوزيعات ذات الحدين

صيغة احتمال ذات الحدين

$$P(X) = nC_X p^X q^{n-x} = \frac{n!}{(n-X)!\,X!} p^X q^{n-x}$$

شروط التجربة ذات الحدين

- لها عدد محدد n من التجارب المستقلة
- لكل محاولة نتيجتان متوقعتان : نجاح S أو فشل F
- احتمال النجاح P(S) يرمز له بـ P
  احتمال الفشل P(F) و يرمز له بـ q
  و يساوي 1-p
- يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات

المتوسط

$$\mu = np$$

التباين

$$\sigma^2 = npq$$

الانحراف المعياري

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$$

متى نقرب التوزيع ذي الحدين الى التوزيع الطبيعي؟

إذا كان

$$np \geq 5 \ , nq \geq 5$$

النهايات بيانياً

وجود النهاية

النهاية اليمنى $\lim_{x\to c^+} f(x)$

النهاية اليسرى $\lim_{x\to c^-} f(x)$

إذا كان :

$\lim_{x\to c^+} f(x) = \lim_{x\to c^-} f(x) = L$

فإن النهاية موجودة

عدم وجود النهاية

١- $\lim_{x\to c^+} f(x) \neq \lim_{x\to c^-} f(x)$

٢- تناقص قيم $f(x)$ من جهة وتزايدها من الجهة الأخرى.

٣- تذبذب قيم $f(x)$ بين قيمتين مختلفتين .

النهايات جبرياً

النهاية عند نقطة

$\lim_{x \to C} f(x)$

بالتعويض المباشر

= عدد حقيقي

$\frac{0}{0}$ = صيغة غير محددة

تحليل البسط و المقام و اختصار العوامل المشتركة

انطاق البسط أو المقام و اختصار العوامل المشتركة

النهاية عند المالانهاية

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$

دوال كثيرات الحدود

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} a_n x^n$

اذا كانت n زوجية

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \infty$

اذا كانت n فردية

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

الدوال النسبية $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$

درجة البسط $<$ درجة المقام

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \infty$ او $-\infty$

درجة البسط $>$ درجة المقام

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$

درجة البسط $=$ درجة المقام

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \frac{\text{معامل الحد الريئس للبسط}}{\text{معامل الحد الرئيس للمقام}}$

المتتابعات

= نهاية الحد النوني

المشتقات

ميل مماس المنحنى
و السرعة المتجهة اللحظية :
يمكن ايجادها بإحدى الطريقتين
- قواعد الاشتقاق
- بقانون النهايات

القيم القصوى :
١- نوجد المشتقة
٢- نساوي المشتقة بالصفر و نوجد النقطة الحرجة
٣- نوجد قيم الدالة عند النقطة الحرجة و الأطراف
أكبر قيمة هي القيمة العظمى و اصغر قيمة هي القيمة الصغرى

مشتقة الدالة بقانون النهايات

$$\grave{f}(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

قواعد الإشتقاق

$$f(x) = x^n \qquad f\grave{}(x) = nx^{n-1}$$

$$f(x) = c \qquad f\grave{}(x) = 0$$

$$f(x) = cx^n \qquad f\grave{}(x) = cnx^{n-1}$$

$$f(x) = g(x) \pm h(x) \qquad \acute{f}(x) = \acute{g}(x) \pm \acute{h}(x)$$

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = \acute{f}(x)g(x) + f(x)\acute{g}(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\acute{f}(x)g(x) - f(x)\acute{g}(x)}{[g(x)]^2}$$

التكامل

قواعد الدوال الأصلية

$f(x) = x^n \rightarrow F(x) = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

$f(x) = kx^n \rightarrow F(x) = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$

مجموع ريمان

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

$\Delta x = \frac{b-a}{n}$ ، $x_i = a + i\Delta x$

النظرية الأساسية في التفاضل و التكامل

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

التكامل الغير محدود

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

حيث : $F(x)$ الدالة الأصلية

C ثابت

المراجع

- ماجروهيل – رياضيات 1 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 2 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 3 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 4 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 5 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 6 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)

المراجعون	
أ. منال سعد الرويلي	أ. لطيفة سلامة العمار
أ. ابتسام عاتق الطاهري	أ. هند علي العديني
أ. غادة محمد الفضلي	أ. جواهر علي البيشي
أ. بندر رأفت بوقري	أ. هدى عبدالله الغفيص
أ. خوله حميد العمراني	

تصميم الغلاف : أ. دلال عبدالله الغفيص

كتابة المقدمة: أ. نجود مترك النفيعي

تنسيق الكتاب : أ. هدى عبدالله الغفيص

الفهرس

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا

الفهرس

للذهاب إلى الأقسام اضغط هنا