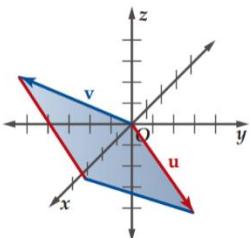


تطبيقات هندسية للضرب الاتجاهي



مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه \mathbf{v} , \mathbf{u} ضلعان متقاولان
هو طول $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ أي مقدار المتجه $|\mathbf{u} \times \mathbf{v}|$

أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه :

$\mathbf{u} = -6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ضلعان متقاولان.

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -6 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \mathbf{i} - \begin{vmatrix} -6 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \mathbf{j} + \begin{vmatrix} -6 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \mathbf{k}$$

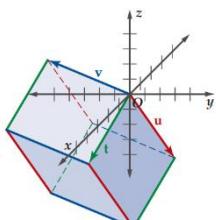
$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = -11\mathbf{i} + 18\mathbf{j} - 10\mathbf{k}$$

$$|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = \sqrt{(-11)^2 + (18)^2 + (-10)^2}$$

مثال

مساحة متوازي الأضلاع تساوي 23.3 وحدة مربعة

$$|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = \sqrt{545} = 23.3$$



متوازي السطوح : هو مجسم ثلاثي الأبعاد في الفضاء ، له ستة أوجه ، كل منها على شكل متوازي أضلاع .

حجم متوازي السطوح : هو القيمة المطلقة للضرب القياسي الثلاثي .

إذا كان : $\mathbf{t} = t_1\mathbf{i} + t_2\mathbf{j} + t_3\mathbf{k}$, $\mathbf{u} = u_1\mathbf{i} + u_2\mathbf{j} + u_3\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}$

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} : \mathbf{t}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$$

أوجد حجم متوازي السطوح الذي فيه :

$\mathbf{t} = 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{u} = -6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ أحرف متقاولة .

مثال

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} 0 & 2 & -5 \\ -6 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} -6 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} (0) - \begin{vmatrix} -6 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} (2) + \begin{vmatrix} -6 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} (-5)$$

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = -10(0) + 18(2) + (-10)(-5)$$

سطح يساوي 86 وحدة مكعبة

$$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = 36 + 50 = 86$$